

UNIVERSITATEA POLITEHNICA BUCUREȘTI  
FACULTATEA DE INGINERIE AEROSPAȚIALĂ

**Proiectarea și construirea unor machete la o  
scară favorabilă pentru a verifica pe rând  
criteriile de similitudine în vederea obținerii  
unor coeficienți de corecție în proiectarea  
aeronavelor.**

**Rezumat Teză Doctorat**

PROF. COORD.: Prof. dr. ing. Stelian Găletușe

Doctorand: Ing. Anton Ștefan Mihai

BUCUREȘTI 2019

## CUPRINS

1	Context și obiective	3
2	UAV aripă zburătoare	7
2.1	Proprietăți aerodinamice	7
2.2	Stabilitatea dinamică a avionului	9
2.2.1	Date de intrare pentru mișcarea de bază	9
2.2.2	Dinamica longitudinală	10
2.2.3	Dinamica lateral-direcțională	13
3	Criterii de similitudine folosite pentru scalare	17
3.1	Factorul de densitate relativă și momentele de inerție relative.	18
4	Aproximația modului scurt, sistem parametrizat.	19
5	Teste în zbor planat, comparația cu rezultatele teoretice	22
6	Calculul parametrilor p1 și p2. Metoda analitică versus metoda semiempirică	27
7	Concluzii și dezvoltări ulterioare	38

## 1 Context și obiective

În ultimii ani a avut loc o creștere exponențială a domeniului UAV-urilor, creștere care a fost alimentată atât de zona militară dar și de zona civilă. În domeniul civil aplicațiile sunt diverse precum supraveghere aeriană video sau fotogrammetrie. Practic încărcătura utilă poate cuprinde orice tip de senzor care să furnizeze date în domeniul de interes, UAV-ul fiind o platformă care îndeplinește rolul de a transporta pe cale aeriană senzorul respectiv. Întrucât senzorul montat în payload poate fi de diferite dimensiuni și poate fi într-o gamă variată de mase, de obicei, companiile producătoare de UAV nu se limitează la un singur avion ci fac o gama întregă de UAV-uri, pornind din zona micro (0,5 - 1 kg) până la UAV-uri comparabile cu avioanele de transportat pasageri.

În funcție de clasa în care se află UAV-ul, compania producătoare trebuie să respecte anumite restricții atunci când generează un nou produs ceea ce reprezintă un alt criteriu de proiectare.

Astfel, pornind de la necesitățile din domeniul privat, teza de doctorat își propune să estimeze caracteristicile dinamice ale unui UAV, pornind de la un UAV făcut și deja aflat în linie de zbor dar care se află la o scară diferită. Estimarea caracteristicilor dinamice, sau mai bine spus similitudinea dintre două UAV-uri la scări diferite ne ajută să folosim aceleași reglaje ale pilotului automat cu referire la stabilirea parametrilor PID la primul zbor.

Scopul testelor în zbor este de a valida caracteristicile aerodinamice sau de a furniza predicții acolo unde teoria este deficitară. Din motive de costuri materiale, atunci când se proiectează o noua aeronavă, se construiește inițial o machetă la scară pentru a valida calculele teoretice preliminare.

Este foarte cunoscut faptul că, pentru a valida încercările în zbor sau pentru extrapolarea rezultatelor către avionul la scara 1:1, anumite criterii de similitudine trebuie îndeplinite. Pe lângă similitudinea geometrică și a unghiului de atac mai trebuie îndeplinite criteriile Reynolds și Froude. Întrucât este vorba de zbor în domeniul incompresibil, zona UAV-urilor de supraveghere, nu vom lua în considerare criteriul de similitudine Numărul Mach. De asemenea, sunt și alți parametri de similitudine care pot avea o influență majoră în anumite situații sau care țin de domeniul aeroelastic. În general, atunci când se efectuează teste în zbor nu se pot satisface toate criteriile de similitudine. Majoritatea testelor sunt gândite pentru anumite condiții de similitudine în detrimentul celorlalți parametri de similitudine. Unul din factorii importanți care determină validitatea datelor experimentale obținute de la o machetă este gradul cu care parametri de similitudine au fost îndepliniți.

Teza de doctorat are în centrul atenției familia de aripi zburătoare produsă și proiectată la firma AFT Design. Momentan sunt în linie de zbor UAV Hirus (cu 2 perechi de aripi, anvergură, alungire și săgeată diferite pentru a păstra același centru de greutate) și UAV

Muros, două aripi zburătoare care respectă similitudinea geometrică. Intenția este de a efectua teste în zbor cu aceste două UAV - uri deja date în folosință, vom compara rezultatele experimentale cu cele teoretice și vom folosi anumite criterii de similitudine cu scopul de a extrapola rezultatele către un UAV de dimensiuni de 2 sau de 4 ori mai mari.

Prima etapă constă în elaborarea unui model dinamic folosind relațiile din Etkin [1] apoi vom aplica acest model teoretic pe aceeași geometrie dar scalată corespunzător. Modelul dinamic, pe lângă matricea de stabilitate  $A$  respectiv matricei de comandă, conține și răspunsul sistemului la o perturbație de tip treaptă adică un brăcaj de elevon de 1 grad. Ultima parte conține și comparația dintre polara teoretică și cea obținută experimental din testele în zborul planat. Modelul dinamic a fost parametrizat în felul următor:

- $f_s$ , factorul de scară, reprezintă parametrul cu care se înmulțește orice dimensiune geometrică și care practic determină dimensiunile geometrice ale următorului UAV căruia vrem să îi determinăm performanțele plecând de la modelul de bază.
- $p_1$ , raportul maselor, reprezintă parametrul cu care se înmulțește masa aceluiași UAV mărit la scară,
- $p_2$ , raportul momentelor de inerție, reprezintă parametrul care ține cont de distribuția masei în interiorul UAV - ului.

Momentele de inerție au fost determinate teoretic în programul de desenare 3D SolidWorks în care fiecare componentă majoră a putut fi luată în considerare în funcție de gradul de complexitate al desenului. Plecând de la o anumită masă nu se poate modifica foarte mult distribuția momentelor de inerție în interiorul UAV – ului (parametrul  $p_2$ ), astfel, în funcție de momentul de inerție  $I_x$ ,  $I_y$  sau  $I_z$ , exista o limită constructivă (de efectuare practică a testului în zbor). Pentru a determina aceasta limita am folosit modelarea 3D în SolidWorks, pentru  $I_x$  coeficientul  $p_2$  poate fi maxim de 2.5 iar pentru  $I_y$  sau  $I_z$  poate ajunge și până la valoarea 4. Parametrul  $p_1$  se află în aceeași situație, nu poate varia foarte mult iar pentru cazul de față vom considera valoarea maximă 4. Plecând de la aceste constrângeri ne rezultă practic factorul de scara ( $f_s$ ) maxim la care putem extrapola modelul dinamic.

Din punct de vedere matematic avem de rezolvat un sistem de ecuații neliniare în care factorul de amortizare corespunzător scării 1:1 trebuie să fie identic cu factorul de amortizare ( $\zeta$ ) al UAV-ului a cărui scară este ponderată cu parametrul  $f_s$ , în aceeași situație se află pulsația naturală neamortizată ( $\omega$ ). Plecând de la aceste 2 constrângeri, adăugăm și constrângerile pentru parametrii  $p_1$  și  $p_2$ , avem de rezolvat un sistem de ecuații neliniare care să satisfacă criteriile de mai sus.

## 2 UAV aripă zburătoare

Avionul la care ne referim face parte din familia de UAV-uri Hirrus, produs de firma AFT Design, mai specific este varianta de 15kg masa maximă de decolare. Un element important al geometriei este faptul că aripa nu se distinge exact de fuzelaj, UAV-ul având racordarea dintre aripă și fuzelaj destul de generoasă. În figura Fig. 2.1 este schițată geometria generală a avionului. Această variantă va fi luată ca referință avionul fiind deja în linie de zbor.

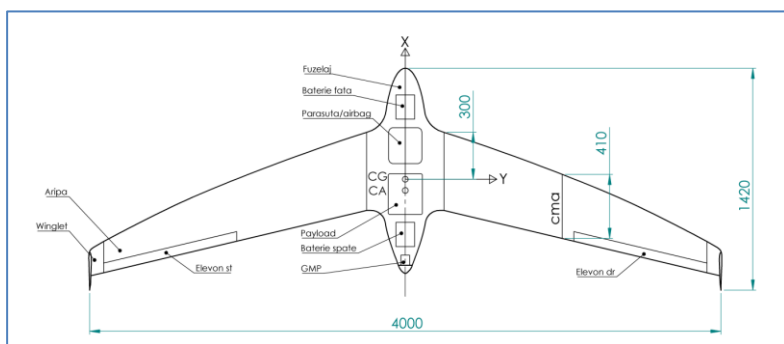


Fig. 2.1. Vedere în plan (deasupra) UAV-BWB

### 2.1 Proprietăți aerodinamice

Coeficienții aerodinamici pentru acest model sunt exprimați în sistemul de referință al avionului ilustrat în Fig. 2.1. Acești coeficienți sunt în general în funcție de vitezele unghiulare ( $p, q, r$ ), incidenta de zbor și unghiul de derapaj ( $\alpha, \beta$ ), modificările de geometrie însemnând braceje de elevon ( $\delta_e$ ) și poziționarea centrului de greutate; în cazul

nostru avem o singură valoare, 300 mm fata de încastrarea fizica a aripii în fuzelaj.

Ecuțiile de mișcare longitudinale și laterale, liniarizate și decuplate, sunt prezentate in Fig. 2.2 și Fig. 2.3.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & 0 & -g \cdot \cos\theta \\ \frac{Z_u}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_w}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_q + m \cdot u_0}{m - Z_w} & \frac{-m \cdot g \cdot \sin\theta}{m - Z_w} \\ \frac{1}{I_y} [M_u + \frac{M_w Z_u}{m - Z_{\dot{w}}}] & \frac{1}{I_y} [M_w + \frac{M_w Z_w}{m - Z_{\dot{w}}}] & \frac{1}{I_y} [M_q + \frac{M_w (Z_w + m \cdot u_0)}{m - Z_w}] & \frac{-M_w m g \sin\theta}{I_y (m - Z_w)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_c}{m} \\ \frac{\Delta Z_c}{m - Z_{\dot{w}}} \\ \frac{\Delta M_c}{I_y} + \frac{M_w}{I_y} \frac{\Delta Z_c}{m - Z_{\dot{w}}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fig. 2.2. Ecuțiile de mișcare pe canalul longitudinal, Etkin [1]

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} & \frac{Y_r}{m} - u_0 & g \cdot \cos\theta \\ \frac{L_v}{I'_x} + I'_{zx} N_v & \frac{L_p}{I'_x} + I'_{zx} N_p & \frac{L_r}{I'_x} + I'_{zx} N_r & 0 \\ I'_{zx} L_v + \frac{N_v}{I'_z} & I'_{zx} L_p + \frac{N_p}{I'_z} & I'_{zx} L_r + \frac{N_r}{I'_z} & 0 \\ 0 & 0 & \tan\theta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta Y_c}{m} \\ \frac{\Delta L_c}{I'_x} + I'_{zx} N_c \\ I'_{zx} \Delta L_c + \frac{\Delta N_c}{I'_z} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I'_x = \frac{(I_x I_z - I_{zx}^2)}{I_z}; I'_z = \frac{(I_x I_z - I_{zx}^2)}{I_x}; I'_{zx} = \frac{I_{zx}}{(I_x I_z - I_{zx}^2)}$$

Fig. 2.3. Ecuțiile de mișcare lateral-direcționale, Etkin [1]

Fiecare din forțele și momentele derivate folosite în ecuațiile de mai sus pot fi obținute prin derivarea lor parțială în funcție de



variabilele ilustrate. Totuși, pentru că aplicăm relațiile pe o aripă zburătoare, putem exprima coeficientul forței după axa X,  $C_x$ , în funcție de coeficientul forței după axa Z,  $C_z$ .

## 2.2 Stabilitatea dinamică a avionului

### 2.2.1 Date de intrare pentru mișcarea de bază

Pentru studiul aerodinamic se consideră mișcarea de bază (zbor orizontal rectiliniu uniform, bracăj de elevon-profundor de  $-6$  grade) caracterizată de valorile parametrilor din Tabelul 2.1.

Tabelul 2.1. Mișcarea de bază

Parametru	Simbol	Valoare	U.M.
Suprafața aripii	S	1,569	m <sup>2</sup>
Anvergură	b	4	m
Coarda medie aerodinamică	cma	0,41	m
Masa	m	10,517	kg
Viteza de zbor (TAS)	$u_0$	18	m/s
Densitatea aerului	$\rho$	1,225	Kg/m <sup>3</sup>
Valori pentru mișcarea de bază (la echilibru)			
Unghiul de incidentă	$\alpha$	3,2	grade
Unghiul de alunecare laterală	$\beta$	0	grade
Bracăjul de elevon (eleron)	$\delta_a$	0	grade
Bracăjul de elevon (profundor)	$\delta_e$	-6	grade
Coeficientul de portanță	$C_z$	0,329567	-
Coef. de rezistență la înaintare	$C_x$	0,014142	-
Coef. forței laterale	$C_y$	0	-

## 2.2.2 Dinamica longitudinală

Dinamica longitudinală se poate scrie ca un sistem liniar de forma (1):

$$\mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \delta e \quad (1)$$

În ecuația (1), pentru ca derivatele  $X_{\dot{w}}, Z_{\dot{w}}, M_{\dot{w}}, M_{\dot{\theta}}$  sunt considerate nule, matricea  $\mathbf{E}$  devine matrice unitate. S-a neglijat influența înălțimii de zbor (variația densității cu altitudinea) pentru dinamica longitudinală deoarece influența este neglijabilă. Valorile proprii ale matricei de stabilitate  $\mathbf{A}$  se determină în MATLAB cu comanda  $\text{eig}(\mathbf{A})$  rezultând valorile:  $\text{eig}(\mathbf{A}) = (-4.01795 \pm 6,86701i; -0.033906 \pm 0.758788i)$ ; sistemul este stabil dacă valorile proprii au partea reală negativă.

Matricea de stabilitate  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m_{av}} & \frac{Z_u}{m_{av} - Z_{wp}} & 0 & -g \cdot \cos(\theta_0) \\ \frac{X_w}{m_{av}} & \frac{Z_w}{m_{av} - Z_{wp}} & \frac{Z_q + m_{av}u_0}{m_{av} - Z_w} & \frac{-m_{av} \cdot g \cdot \sin(\theta_0)}{m_{av} - Z_w} \\ \frac{1}{I_y} \left[ M_u + \frac{M_w Z_u}{m_{av} - Z_w} \right] & \frac{1}{I_y} \left[ M_w + \frac{M_w Z_w}{m_{av} - Z_w} \right] & \frac{1}{I_y} \left[ M_q + \frac{M_w(Z_q + m_{av}u_0)}{m_{av} - Z_w} \right] & \frac{M_w m_{av} \cdot g \cdot \sin(\theta_0)}{I_y(m_{av} - Z_w)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} -0,07013 & 0,2720530 & 0 & -9,80665 \\ 0,722399 & -6,575451 & 16,185610 & 0 \\ 0,932816 & -3,427576 & -1,546253 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matricea de comandă  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta e}}{m} & \frac{X_{\delta p}}{m} \\ \frac{Z_{\delta e}}{m_{av} - Z_{wp}} & \frac{Z_{\delta p}}{m_{av} - Z_{wp}} \\ \frac{M_{\delta e}}{I_y} + \frac{M_{wp} Z_{\delta e}}{I_y(m_{av} - Z_{wp})} & \frac{M_{\delta p}}{I_y} + \frac{M_{wp} Z_{\delta p}}{I_y(m_{av} - Z_{wp})} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -19,964423 & 0 \\ -49,645287 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Criteriul de stabilitate Routh:

Se calculează determinantul  $|\mathbf{A} - \mathbf{I}\lambda|$  de unde se obține un polinom de gradul 4 în variabila  $\lambda$  de forma  $A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E$ . Conform criteriului de stabilitate Routh, nu avem moduri instabile dacă  $E$  și  $R > 0$  unde  $R$  este dat de relația  $R = D(BC - AD) - B^2E = 2557,13$ . După valorile obținute putem concluziona că nu avem moduri instabile.

Funcțiile de transfer, canalul longitudinal

Funcțiile de transfer pe canalul longitudinal  $G(s)$  se obțin prin aplicarea transformatei Laplace ecuației  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bc}$ .

$$\Delta_u(s) = \begin{vmatrix} B_{0,0} & A_{0,1} & A_{0,2} & A_{0,3} \\ B_{1,0} & A_{1,1} - s & A_{1,2} & A_{1,3} \\ B_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} - s & A_{2,3} \\ B_{3,0} & A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5,43138944 \cdot s^2 - 259,85005113 \cdot s - 2530,21939750$$

$$\Delta_w(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & B_{0,0} & A_{0,2} & A_{0,3} \\ A_{1,0} & B_{1,0} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & B_{2,0} & A_{2,2} - s & A_{2,3} \\ A_{3,0} & B_{3,0} & A_{3,2} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 19,96442274 \cdot s^3 + 835,80952663 \cdot s^2 + 58,52247097 \cdot s \\ - 169,07214419$$

$$\Delta_q(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & A_{0,1} & B_{0,0} & A_{0,3} \\ A_{1,0} & A_{1,1} - s & B_{1,0} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & B_{2,0} & A_{2,3} \\ A_{3,0} & A_{3,1} & B_{3,0} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 49,64528678 \cdot s^3 + 261,49251631 \cdot s^2 + 13,40558154 \cdot s$$

$$\Delta_\theta(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & A_{0,1} & A_{0,2} & B_{0,0} \\ A_{1,0} & A_{1,1} - s & A_{1,2} & B_{1,0} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} - s & B_{2,0} \\ A_{3,0} & A_{3,1} & A_{3,2} & B_{3,0} \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 49,64528678 \cdot s^3 + 261,49251631 \cdot s^2 + 13,40558154 \cdot s$$

$$\Delta(s) = |\mathbf{A} - \mathbf{I} \cdot \lambda| =$$

$$= s^4 + 8,19184072 \cdot s^3 + 66,01781558 \cdot s^2 + 9,34048478 \cdot s \\ + 2530,21939750$$

$$G_{u\delta e} = -\frac{\Delta u(s)}{\Delta(s)} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 G_{w\delta e} &= -\frac{\Delta w(s)}{\Delta(s)} \\
 G_{q\delta e} &= -\frac{\Delta q(s)}{\Delta(s)} \\
 G_{\theta\delta e} &= -\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta(s)}
 \end{aligned}$$

Pentru a ilustra răspunsul sistemului în timp ( $t=0:100$ ) la un bracaj de 1 grad ( $\delta e = 1\text{deg}$ ) se calculează inversa transformatei Laplace iar evoluția în timp a perturbațiilor este data de relațiile din (5).

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \text{invLaplace}(G_{u\delta e}) \cdot \delta e \\
 w(t) &= \text{invLaplace}(G_{w\delta e}) \cdot \delta e \\
 q(t) &= \text{invLaplace}(G_{q\delta e}) \cdot \delta e \\
 \theta(t) &= \text{invLaplace}(G_{\theta\delta e}) \cdot \delta e
 \end{aligned} \tag{5}$$

### 2.2.3 Dinamica lateral-direcțională

Dinamica avionului lateral-direcțională se poate scrie sub forma (6):

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \tag{6}$$

în care matricea  $\mathbf{C}$  reprezintă matricea de comandă, în cazul nostru avem doar elevon (eleron). Matricea de stare  $\mathbf{A}$  este reprezentată prin relația:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m_{av}} & \frac{Y_p}{m_{av}} & \frac{Y_r}{m_{av}} - u_0 & g \cos(\theta_0) \\ \frac{L_v}{I_x} + \dot{I}_{zx} N_v & \frac{L_p}{I_x} + \dot{I}_{zx} N_p & \frac{L_r}{I_x} + \dot{I}_{zx} N_r & 0 \\ \dot{I}_{zx} L_v + \frac{N_v}{I_z} & \dot{I}_{zx} L_p + \frac{N_p}{I_z} & \dot{I}_{zx} L_r + \frac{N_r}{I_z} & 0 \\ 0 & 1 & \tan(\theta_0) & 0 \end{bmatrix} \\
= \begin{bmatrix} -0,237 & -0,0261 & -17,9 & 9,81 \\ -0,0669 & 0 & 0,0296 & 0 \\ 0,204 & 0,0224 & -0,0904 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

iar matricea  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{Y \delta a}{m_{av}} \\ \frac{L \delta a}{I_x} + \dot{I}_{zx} N \delta a \\ \dot{I}_{zx} L \delta a + \frac{N \delta a}{I_z} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 29,730626 \\ 1,155358 \\ 0 \end{bmatrix}$

Valorile proprii ale matricei de stabilitate  $\mathbf{A}$  sunt:  $eig(\mathbf{A}) = [-0,077349 \pm 1,907326i \mid -0,172556 \mid -0,0001460334]$

în care:

$$\lambda_1 = -0,0001460334; \text{ modul spiral}$$

$$\lambda_2 = -0,172556; \text{ modul de ruluiu (convergență pe ruluiu)}$$

$\lambda_3 = -0,077349 \pm 1,907326i$ ; Modul de oscilație laterală sau Ruluiu olandez

Criteriul de stabilitate Routh:

Se calculează  $F(\lambda) = |A - \lambda \cdot I| = A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E$ . Conform criteriului de stabilitate Routh,  $R$  și  $E > 0$ , rezultă că nu avem moduri instabile.

Funcțiile de transfer, canalul lateral-direcțional

$$\Delta_v(s) = \begin{vmatrix} B_{0,0} & A_{0,1} & A_{0,2} & A_{0,3} \\ B_{1,0} & A_{1,1} - s & A_{1,2} & A_{1,3} \\ B_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} - s & A_{2,3} \\ B_{3,0} & A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 21,450664 \cdot s^2 - 279,547332 \cdot s - 26,681181$$

$$\Delta_p(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & B_{0,0} & A_{0,2} & A_{0,3} \\ A_{1,0} & B_{1,0} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & B_{2,0} & A_{2,2} - s & A_{2,3} \\ A_{3,0} & B_{3,0} & A_{3,2} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -29,730626 \cdot s^3 - 9,774926 \cdot s^2 = 110,569858 \cdot s$$

$$\Delta_r(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & A_{0,1} & B_{0,0} & A_{0,3} \\ A_{1,0} & A_{1,1} - s & B_{1,0} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & B_{2,0} & A_{2,3} \\ A_{3,0} & A_{3,1} & B_{3,0} & A_{3,3} - s \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -29,730626 \cdot s^3 \pm 7,721414 \cdot s^2 + 0,051922 \cdot s - 78,991921$$

$$\Delta_{\phi}(s) = \begin{vmatrix} A_{0,0} - s & A_{0,1} & A_{0,2} & B_{0,0} \\ A_{1,0} & A_{1,1} - s & A_{1,2} & B_{1,0} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} - s & B_{2,0} \\ A_{3,0} & A_{3,1} & A_{3,2} & B_{3,0} \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -29,730626 \cdot s^2 - 10,621794 \cdot s - 144,986485$$

$$\Delta(s) = |\mathbf{A} - \mathbf{I} \cdot s| =$$

$$= s^4 + 0,327631 \cdot s^3 + 3,669839 \cdot s^2 + 0,629165 \cdot s + 2,186745$$

$$\begin{aligned} G_{v\delta a} &= -\frac{\Delta_v(s)}{\Delta(s)} \\ G_{p\delta a} &= -\frac{\Delta_p(s)}{\Delta(s)} \\ G_{r\delta a} &= -\frac{\Delta_r(s)}{\Delta(s)} \\ G_{\phi\delta a} &= -\frac{\Delta\phi(s)}{\Delta(s)} \end{aligned} \quad (7)$$

Similar ca și pentru canalul longitudinal pentru a calcula răspunsul sistemului în timp (t=0:50) la un bračaj de eleron de 1 grad ( $\delta a = 1\text{deg}$ ) se folosește inversa transformatei Laplace (8) aplicată pentru funcțiile de transfer corespunzătoare canalului lateral-direcțional (7).

$$\begin{aligned} v(t) &= \text{invLaplace}(G_{v\delta a}) \cdot \delta a \\ p(t) &= \text{invLaplace}(G_{p\delta a}) \cdot \delta a \\ r(t) &= \text{invLaplace}(G_{r\delta a}) \cdot \delta a \\ \phi(t) &= \text{invLaplace}(G_{\phi\delta a}) \cdot \delta a \end{aligned} \quad (8)$$



În urma calculelor aerodinamice a rezultat ca UAV-ul este stabil atât pe canalul longitudinal, cât și pe canalul lateral-direcțional, în urma unei perturbații de 1 grad de eleron/ profundor parametrii sistemului revin la starea inițială. Mișcarea de bază a fost considerată cea cu bracăj de profundor de -6 grade.

### **3 Criterii de similitudine folosite pentru scalare**

Criteriile de similitudine necesare sunt prezentate în referințe, ele au fost folosite pentru a genera diverse puncte de calcul și relații între cei 3 parametri  $f_s$ ,  $p_1$  și  $p_2$ .

Scalarea avionului presupune scalare geometrică în toate aspectele inclusiv interstițiile suprafețelor de comandă. În oricare situație, similitudinea numărului Reynolds trebuie îndeplinită pentru a avea același punct pe profil de tranziție laminar-turbulent, grosimea stratului limită și posibile interferențe prin interacțiunea numărului Reynolds cu Numărul Mach (efecte de compresibilitate). În cazul de față am exprimat variația derivatelor de stabilitate cu Numărul Reynolds, altfel spus variația derivatelor de stabilitate (cele care țin de rezistența la înaintare CD) cu scara machetei. Mai este necesar și ca unghiul de atac, unghiul de alunecare laterală, poziția suprafeței de comandă să coincidă ceea ce a dus la o alegere convenabilă a mișcării de bază (zbor orizontal rectiliniu și uniform).

### 3.1 Factorul de densitate relativa și momentele de inerție relative.

Așa cum este prezentat în referințe, factorul de densitate relativă,  $\frac{m}{\rho l^3}$  este un parametru de similitudine de bază în similitudinea forțelor aerodinamice. Acest factor este important în studierea fenomenului de flutter dar și în studierea caracteristicilor de stabilitate și control.

Momentul de inerție relativ,  $\frac{I}{\rho l^5}$ , are aceeași semnificație pentru ecuațiile de moment așa cum factorul de densitate relativ îl are pentru ecuațiile forțelor. Pornind de la relația (9)

$$I_y \dot{q} = C_m 1/2 \rho V^2 S c \quad (9)$$

în format dimensional rezultă:

$$C_m = 2 \left( \frac{I_y}{\rho S c} \right) \left( \frac{\dot{q}}{V^2} \right) = 2 \left( \frac{I_y}{\rho S c^3} \right) \left( \frac{\dot{q} c^2}{V^2} \right) = f \left( \frac{I_y}{\rho l^5}, \frac{\dot{\Omega} l^2}{V^2} \right)$$
$$C_m = f \left[ \frac{m}{\rho l^3}, \left( \frac{k}{l} \right)^2, \frac{\dot{\Omega} l^2}{V^2} \right] \quad (10)$$

Pentru ca macheta să aibă același coeficient de moment precum avionul la scara 1:1, momentul de inerție relativ,  $\frac{I}{\rho l^5}$ , accelerația unghiulară redusă,  $\frac{\dot{\Omega} l^2}{V^2}$ , trebuie să fie identice. Pentru un avion rigid, momentul de inerție poate fi ajustat prin redistribuirea

maselor pentru a rezulta același raport  $k/l$ , presupunând că factorul de densitate relativă este deja îndeplinit.

În cazul de față acest criteriu ne furnizează o relație între scara UAV-ului (parametrul  $fs$ ) și masa respectivă (parametrul  $p_1$ ). De exemplu, pentru un factor de scara 2, pentru a respecta criteriul densității relative, ne rezultă o valoare pentru  $p_2$  de 8. Aceasta relație se adaugă la sistemul de ecuații ce se rezolvă cu MATLAB, mai rămâne de văzut cum variază  $p_2$  (distribuția masei) pentru a rezolva sistemul de ecuații.

$$\frac{m_1}{\rho l_1^3} = \frac{m_2}{\rho l_2^3}, \text{ unde } m_2 = m_1 \cdot p_1, l_2 = l_1 \cdot fs.$$

astfel ne rezultă o relație între  $fs$  și  $p_1$ :

$$\frac{m_1}{\rho l_1^3} = \frac{m_2}{\rho l_2^3} \Leftrightarrow \frac{m_1}{l_1^3} = \frac{m_1 \cdot p_1}{(l_1 \cdot fs)^3} \Leftrightarrow p_1 = fs^3 \quad (11)$$

Din aceasta relație (11) rezultă de fapt un criteriu de scalare a UAV-urilor și anume acela de a satisface criteriul de similitudine al densității relative.

#### **4 Aproximația modului scurt, sistem parametrizat.**

Ținând cont de forma derivatelor de stabilitate prezentate anterior matricea de stabilitate **A** va rezulta ca funcție de  $fs$ ,  $p_1$  și  $p_2$ .

Pe canalul longitudinal, plecând de la aproximația modului de scurtă perioadă:

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_w}{m_{av}} & u_0 \\ \frac{1}{I_y} (M_w + \frac{M_{\dot{w}} Z_w}{m_{av}}) & \frac{1}{I_y} (M_q + M_w u_0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\left( \frac{Z_w}{m_{av}} - \lambda \right) \cdot \left( \frac{M_q}{I_y} + \frac{M_{\dot{w}} u_0}{I_y} - \lambda \right) - \frac{1}{I_y} \left( M_w + \frac{M_{\dot{w}} Z_w}{m_{av}} \right) u_0 = 0$$

$$\frac{Z_w}{m_{av}} \frac{M_q}{I_y} + \frac{Z_w}{m_{av}} \frac{M_{\dot{w}} u_0}{I_y} - \frac{Z_w}{m_{av}} \lambda - \lambda \frac{M_q}{I_y} - \lambda \frac{M_{\dot{w}} u_0}{I_y} + \lambda^2 - \frac{M_w u_0}{I_y} - \frac{M_{\dot{w}} Z_w u_0}{m_{av} I_y} =$$

$$\lambda^2 - \lambda \left( \frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} + \frac{M_q}{I_y} + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{I_y} \right) + \left( \frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} \frac{M_q}{I_y} - \frac{M_\alpha}{I_y} \right) = 0 \quad (13)$$

rezultă următoarele relații pentru factorul de amortizare  $\zeta_{sp}$  și frecvența naturală neamortizată  $\omega_{nsp}$ .

$$\zeta_{sp} = \frac{\frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} + \frac{M_q}{I_y} + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{I_y}}{2 \cdot \omega_{nsp}} = -\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2 \cdot \omega_{nsp}} = \zeta_{dat} \quad (14)$$

$$\omega_{nsp} = \sqrt{\frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} \frac{M_q}{I_y} - \frac{M_\alpha}{I_y}} = \sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2} = \omega_{ndat} \quad (15)$$

$\zeta_{dat}$ ,  $\omega_{nsp}$  reprezintă valoarea factorului de amortizare respectiv frecvența naturală neamortizată corespunzătoare avionului scara 1:1

și sunt valorile pe care vrem sa le obținem modificând parametrii  $f_s$ ,  $p_1$  și  $p_2$ .

Considerând:

$$\begin{aligned}
 \frac{M_q}{I_y} &= \frac{\frac{1}{4} \rho u_0 c m a^2 S C_{mq}}{I_y} \\
 \frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} &= \frac{u_0 \cdot Z_w}{m_{av} u_0} = \frac{\frac{1}{2} \rho u_0 S C_{Z\alpha}}{m_{av}} \\
 \frac{M_\alpha}{I_y} &= u_0 \cdot \frac{M_w}{I_y} = \frac{u_0 \frac{1}{2} \rho u_0 c m a S C_{m\alpha}}{I_y} \\
 \frac{M_{\dot{\alpha}}}{I_y} &= u_0 M_w = \frac{u_0 \frac{1}{4} \rho c m a^2 S C_{m\dot{\alpha}}}{I_y}
 \end{aligned} \tag{16}$$

rezultă următoarele relații (17) pentru  $\zeta_{sp}$  și  $\omega_{nsp}$  parametrizate în funcție de  $f_s$ ,  $p_1$  și  $p_2$ .

$$\begin{aligned}
 \omega_{nsp} &= \sqrt{\frac{Z_\alpha}{m_{av} u_0} \frac{M_q}{I_y} - \frac{M_\alpha}{I_y}} \\
 &= \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \rho u_0 S C_{Z\alpha}}{m_{av}} \frac{\frac{1}{4} \rho u_0 c m a^2 S C_{mq}}{I_y} - \frac{u_0 \frac{1}{2} \rho u_0 c m a S C_{m\alpha}}{I_y}} \\
 &= \frac{\rho u_0 S c m a}{2} \sqrt{\frac{1}{I_y} \left( \frac{C_{Z\alpha} C_{mq}}{2 m_{av}} - \frac{2 C_{m\alpha}}{\rho S c m a} \right)}
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{sp} &= \frac{\frac{Z_{\alpha}}{m_{av}u_0} + \frac{M_q}{I_y} + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{I_y}}{2 \cdot \omega_{nsp}} \\ &= \frac{\frac{C_{Z\alpha}}{cma m_{av}} + \frac{cma(C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq})}{2I_y}}{\sqrt{\frac{1}{I_y} \left( \frac{C_{Z\alpha}C_{mq}}{2m_{av}} - \frac{2C_{m\alpha}}{\rho S cma} \right)}}\end{aligned}$$

O concluzie imediată este că dacă  $p_2$  este fixat iar relația dintre  $f_s$  și  $p_1$  respectă criteriul de similitudine al densității și al inerției relative ( $p_1 = f_s^3$ ) atunci factorul de amortizare  $\zeta_p$  nu depinde de scara avionului ceea ce reprezintă un prim pas în similitudinea comportamentului dinamic dintre machetă și avionul real. Acest aspect este demonstrat în relația (18).

$$\begin{aligned}\zeta_{sp_2} &= \frac{\frac{C_{Z\alpha}}{cma_1 \cdot f_s \cdot m_{av_1} \cdot p_1} + \frac{cma_1 \cdot f_s \cdot (C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq})}{2 \cdot I_{y_1} \cdot f_s^2 \cdot p_1 \cdot p_2}}{\sqrt{\frac{1}{I_{y_1} \cdot f_s^2 \cdot p_1 \cdot p_2} \left( \frac{C_{Z\alpha}C_{mq}}{m_{av_1} \cdot p_1} - \frac{2C_{m\alpha}}{\rho \cdot S_1 \cdot f_s^2 \cdot cma_1 \cdot f_s} \right)}} \\ &= \frac{\frac{1}{f_s^4} \left( \frac{C_{Z\alpha}}{cma_1 \cdot m_{av_1}} + \frac{cma_1 \cdot (C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq})}{2 \cdot I_{y_1}} \right)}{\frac{1}{f_s^4} \sqrt{\frac{1}{I_{y_1}} \left( \frac{C_{Z\alpha}C_{mq}}{m_{av_1}} - \frac{2C_{m\alpha}}{\rho \cdot S_1 \cdot cma_1} \right)}} \\ &= \zeta_{sp_1}\end{aligned} \tag{18}$$

## 5 Teste în zbor planat, comparația cu rezultatele teoretice

În cazul de față UAV- ul execută mai multe evoluții în zbor planat, evoluția a fost aleasă convenabil pentru a putea extrage

aproximația parabolică a polarei, respectiv coeficientul de portanță și coeficientul de rezistență la înaintare.

Ecuatiile zborului planat:

$$\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z = G \cdot \cos(\gamma) \quad (19)$$

$$\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2 \cdot C_x = G \cdot \sin(\gamma)$$

Aproximația parabolică a polarei

$$C_x = C_x \min + \frac{1}{\pi \cdot Ar \cdot e} (C_z - C_z \min)^2 - \text{Reymer} \quad (20)$$

$$C_x = C_0 + C_1 \cdot C_z + C_2 \cdot C_z^2, \text{ polinom de gradul 2} \quad (21)$$

Prima variantă are avantajul ca cei 3 coeficienți au și alte semnificații:  $e$  – numărul lui Oswald,  $C_x \min$  – valoarea minimă a lui  $C_x$ ,  $C_z \min$  – valoarea minimă a lui  $C_z$ .

În oricare variantă se înlocuiește  $C_x$ ,  $C_z$  din aproximația parabolică și se obține o relație în care necunoscutele sunt  $C_x \min$ ,  $C_z \min$  și  $e$ , respectiv  $C_0$ ,  $C_1$  și  $C_2$ .

Ceilați parametrii au următoarele valori:

$$G = 42N, S = 0.761m^2, \rho = 1.225 \frac{kg}{m^3} \text{ și } Ar = 9.438.$$

$$\frac{G \cdot \sin(\gamma)}{\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2} = C_0 + C_1 \cdot \frac{G \cdot \cos(\gamma)}{\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2} + C_2 \cdot \left( \frac{G \cdot \cos(\gamma)}{\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2} \right)^2 \quad (22)$$

Ecuția (22) are necunoscute  $C_0$ ,  $C_1$  și  $C_2$  (coeficienții polinomului).

$$\frac{G \cdot \sin(\gamma)}{\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2} = C_x \min + \frac{1}{\pi \cdot Ar \cdot e} \left( \frac{G \cdot \cos(\gamma)}{\frac{\rho}{2} \cdot S \cdot V^2} - C_z \min \right)^2 \quad (23)$$

Ecuția (23) are necunoscutele:  $e$  (numărul lui Oswald),  $C_x \min$  și  $C_z \min$ .

În oricare situație avem 3 necunoscute ceea ce necesită rezolvarea unui sistem de 3 ecuații, practic avem aceeași egalitate de mai sus dar folosită în 3 puncte de calcul; 3 valori ale vitezei respectiv 3 valori ale pantei de planare  $\gamma$  corespunzătoare vitezelor.

Din datele de telemetrie au fost extrase 3 segmente de zbor folosind următoarele criterii:

- zbor rectiliniu
- viteza  $V$  constantă (pantă de planare constantă) cu abateri de până la  $\pm 0,5$  m/s.
- Unghiurile de tangaj, ruliu și girație să fie constante sau nule în funcție de referință.
- Segmentul de zbor să fie suficient de lung astfel încât să nu existe interferențe datorate istoricului mișcării.



Tabelul 5.1. Caracteristici ale traseelor de zbor

	Intervalul de timp, $T_{\text{inițial}} - T_{\text{final}}$ [s]	Diferența de altitudine [m]	Viteza de zbor [m/s]	Distanța calculată [m]	Distanța măsurată cu GPS	Panta de planare [grade]
Traseu I	2049,38-2042,77=6,61	11,5	25,694	169,84	176	3,883
Traseu II	2648,21-2626,19=22,02	22	18,306	403,088	424	3,129
Traseu III	2930,43-2894,33=36,01	31,8	15,278	551,528	625	3,305

Plecând de la cele 3 ecuații (22) sau (23) obținem următoarele valori pentru coeficienții polinomiali și cu acești coeficienți se pot calcula valori  $C_x$ ,  $C_z$  corespunzătoare segmentelor de zbor, valorile se găsesc în

Tabelul 5.2.

Tabelul 5.2. Coeficienții polinomiali

$C_0$	0,007139
$C_1$	0,002444
$C_2$	0,095
$C_{x,min}$	0,007123
$C_{z,min}$	-0,013
e	0,353

Tabelul 5.3. Coeficienții polinomiali

$C_z$ (rezultat din log-urile de zbor)	$C_x$ (rezultat din log-urile de zbor)	$C_{z1}/C_{x1}$ (măsurată)	$C_{z1}/C_{x1}$ (teoretică)		
$C_{z1}$	0,136	$C_{x1}$	0,009241	14,78	18,34
$C_{z2}$	0,269	$C_{x2}$	0,015	17,93	20,37
$C_{z3}$	0,385	$C_{x3}$	0,022	17,5	19,05

Astfel, polinomul rezultat cu coeficienții de mai sus este comparat cu rezultatele teoretice din XFLR. În graficul de mai jos am

crescut valoarea lui  $C_x$  teoretica cu 0,0018 pentru a se suprapune cu rezultatele experimentale, putem spune că testele în zbor planat au detectat o creștere a rezistenței la înaintare parazite cu 0,0018 și dacă ne raportăm la  $C_{x,min}$  putem spune ca avem o creștere a rezistenței la înaintare minime cu 20%.

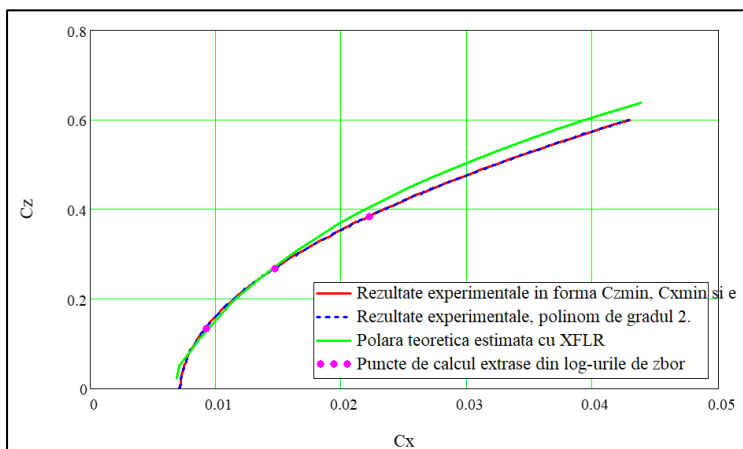


Fig. 5.1. Comparație grafică.

Rezultatele diferă semnificativ din mai multe motive:

- Polara calculată cu XFLR folosește metoda VLM care implica mai multe aproximații printre care și presupunerea că unghiurile sunt mici. De asemenea, geometria fuzelajului este aproximată.
- Diferențe geometrice rezultate în urma execuției avionului real, un aspect important îl reprezintă grosimea bordului de fugă care în calculele teoretice are grosime aproape 0 ceea ce nu s-a putut realiza practic.

- Erori de măsură a vitezei și altitudinii.

Metoda se bazează pe un polinom de gradul 2 dat de 3 puncte de calcul, cu cât aceste puncte sunt mai distanțate cu atât rezultatele sunt bune. Mai mult, cu cât avem mai multe puncte de calcul obținem o aproximație mai bună. În cazul de față comparația este validă în intervalul Cz [ 0,136; 0,385]. După cum se observă și în graficul de mai sus polarele nu se mai potrivesc în afara intervalului (rezultatele extrapolate nu coincid). O valoare Cz de 0,39 corespunde unei incidente de aproximativ 6 grade, începe să se îndepărteze de ipoteza unghiurilor mici.

## **6 Calculul parametrilor $p_1$ și $p_2$ . Metoda analitică versus metoda semiempirică**

Scopul tezei de doctorat este acela de a furniza o metodă de scalare a aeronavelor cu scopul de a obține o machetă care să se comporte atât din punct de vedere static cât și din punct de vedere dinamic ca și avionul real, adică avionul care se dorește a fi pus în exploatare.

O primă observație ar fi că dacă păstrăm același factor de scară și pentru obținerea poziției centrului de greutate atunci anumiți parametri aerodinamici se păstrează cvasi-constanți. Acest aspect este ilustrat în *Fig. 6.1* și putem spune că parametrii  $CL$ ,  $CL_0$ ,  $C_L^\alpha$ ,  $C_L^{\delta e}$ ,  $C_m$ ,  $C_m^\alpha$ ,  $C_m^{\delta e}$  nu se modifică cu scara avionului, ajută și faptul că

avionul studiat este un UAV de tip aripă zburătoare iar diferența de rezistență la înaintare dată de numărul Reynolds nu influențează semnificativ coeficientul de moment.

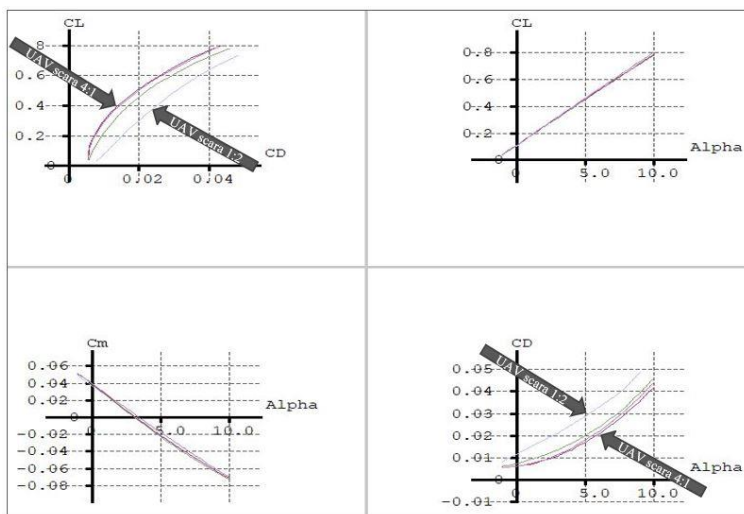


Fig. 6.1. UAV la diverse scări, zbor orizontal rectiliniu și uniform, bracaj de profundor – 6 grade.

Metoda de scalare se poate obține atât teoretic, folosind aproximația modului de scurtă perioadă în care se determina  $p_1$  și  $p_2$  pentru un anumit factorul de amortizare  $\zeta_{sp}$  respectiv o anumită frecvență naturală neamortizată  $\omega_{nsp}$  dar și semi-empiric. In cazul al doilea se pleacă de la configurația de baza UAV Muros și se generează alte versiuni la alte scări (x1.5, x2, x2.5, până la x4), se folosește același model prezentat anterior pentru a estima performanțele aerodinamice și se determină parametrii  $p_1$  și  $p_2$  ai machetei. O

observație importantă în cazul teoretic este că dacă se păstrează relația  $p_1 = f_s^3$  și  $p_2 = 1$  atunci factorul de amortizare nu mai variază cu scara avionului.

În Tabelul 6.1 sunt exprimate rezultatele folosind metoda teoretică,  $f_s=1$  înseamnă scara machetei la care se ponderează masa și momentele de inerție cu  $p_1$  respectiv  $p_2$ .

Tabelul 6.1. Valori ale parametrilor de scalare

Machetă ( $f_s = 1$ )				Avion real (scalat)	
$p_1$ macheta	$p_2$ macheta	$\omega_{nsp}$	$\zeta_{sp}$	$f_s$ avion real	$p_1$ avion real ( $p_2 = 1$ )
1	1	7,08328	0,700643	1	1
1,8831	1,6398	5,7835	0,700643	1,5	3,375
2,7451	2,2524	5,0086	0,700643	2	8
3,6035	2,8585	4,4799	0,700643	2,5	15,625
4,4607	3,4618	4,0895	0,700643	3	27
5,3173	4,0638	3,7862	0,700643	3,5	42,875
6,1737	4,6651	3,5416	0,700643	4	64

Din Tabelul 6.1 putem spune că avionul real construit prin scalare pornind de la machetă are același factorul de amortizare  $\zeta_{sp}$  și aceeași frecvență naturală neamortizată  $\omega_{nsp}$  ca și macheta care urmează să fie testată în zbor. O observație importantă este ca variația parametrilor  $p_1$  și  $p_2$  în funcție de  $f_s$  este una liniară ceea ce înseamnă că metoda poate fi extrapolată și pentru alte valori ale lui  $f_s$  cu erori foarte mici. Modalitatea de calcul este făcută în MATLAB și prezentată în Anexa 3.

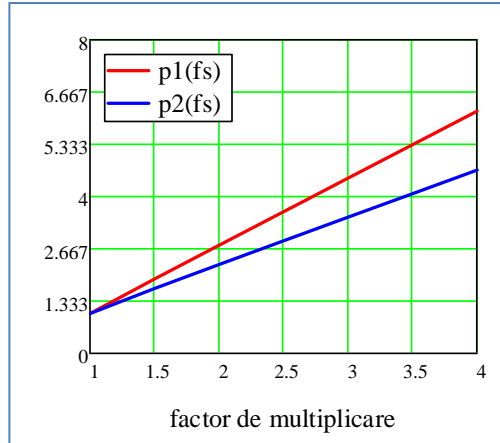


Fig. 6.2. Variația parametrilor  $p_1$  și  $p_2$  cu factorul de multiplicare (scara) –modul rapid

Această metodă are și un dezavantaj, acela că folosește numai acea parte a sistemului dinamic responsabilă pentru modul de scurtă perioadă, această aproximație fiind prezentată anterior. O mai bună estimare a acestor parametri de scalare ( $p_1$  și  $p_2$ ) se obține dacă folosim programele MATLAB din anexele 3 și 4. Aici folosim o funcție în care forțăm egalitatea între valorile proprii  $\lambda$ , atât pe canalul longitudinal cât și pe cel lateral-direcțional, matrici complete  $4 \times 4$ . Mai exact se egalizează părțile reale respectiv imaginare rezultând cele 8 condiții de egalitate rezultând un sistem de ecuații cu necunoscutele  $p_1$  și  $p_2$ , factorul de multiplicare ( $f_s$ ) se poate fixa la valoarea dorită. În cazul nostru UAV-ul care se poate testa în zbor este practic macheta de referință și considerată scara 1:1 ( $f_s = 1$ ).

Tabelul 6.2 Coeficienții de scalare, matrici complete

Machetă ( $f_s = 1$ )				Avion real (scalat)	
$p_1$	$p_2$	$\omega_{nsp}$	$\zeta_{sp}$	$f_s$ avion real	$p_1$ avion real ( $p_2 = 1$ )
1	1	7,08328	0,700643	1	1
1,3409	1,4782	5,970743	0,789368	1,5	3,375
1,6633	1,9503	5,268417	0,840095	2	8
1,9986	2,4235	4,769694	0,869236	2,5	15,625
2,3344	2,8959	4,391543	0,888891	3	27
2,6702	3,3679	4,091659	0,903106	3,5	42,875
3,0064	3,8394	3,846285	0,913834	4	64

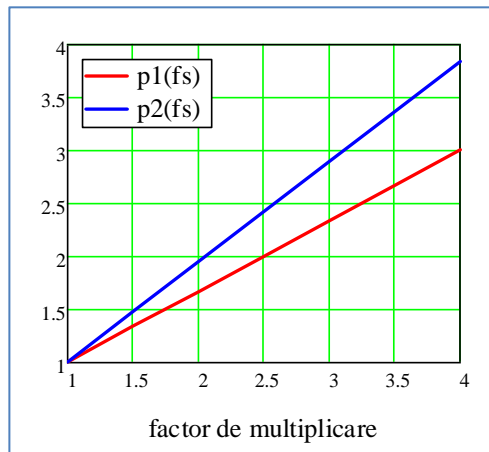


Fig. 6.3. Variația parametrilor  $p_1$  și  $p_2$  cu factorul de multiplicare (scara) – matrici complete

Pentru a ilustra și mai bine metodologia folosita vom lua ca exemplu factorul de multiplicare 1.5 ( $p_1 = f_s^3 = 3,375$ ,  $p_2 = 1$ ) și deci ne rezultă un avionul real cu următoarele specificații:

Tabelul 6.3. Specificații avion real

Proprietăți	valoare	U.M.
Masa avion	$10,517 \cdot p1 = 35.5$	$kg$
Suprafața portanta	$1,577 \cdot fs^2 = 3.55$	$m^2$
Anvergura	$4 \cdot fs = 6$	$m$
Momentul $I_y$	$1,35 \cdot fs^2 \cdot p1 \cdot p2 = 10,25$	$kg \cdot m^2$

Pentru acest avion generat au rezultat următoarele valori proprii:

$$\lambda_L = \begin{pmatrix} -3,283056 + 5,612509i \\ -3,283056 - 5,612509i \\ -0,020659 + 0,615824i \\ -0,020659 - 0,615824i \end{pmatrix},$$

$$\lambda_{LD} = \begin{pmatrix} -0.068694 + 1.585213i \\ -0.068694 - 1.585213i \\ -0.141647 \\ -0.0000148 \end{pmatrix}$$

Pentru acest avion avem următoarele specificații pentru machetă, coeficienții de multiplicare sunt prezentați în tabelul anterior.



Tabelul 6.4. Specificații machetă

Proprietăți	valoare	U.M.
Masa avion	$10,517 \cdot 1,3409 = 14,1$	<i>kg</i>
Suprafața portanta	1,577	$m^2$
Anvergura	4	<i>m</i>
Momentul $I_y$	$1,35 \cdot 1,3409 \cdot 1,4782$ $= 2,676$	$kg \cdot m^2$

Valorile proprii rezultate

$$\lambda_L = \begin{pmatrix} -3,2596 + 5,6153i \\ -3,2596 - 5,6153i \\ -0,0249 + 0,6594i \\ -0,0249 - 0,6594i \end{pmatrix},$$

$$\lambda_{LD} = \begin{pmatrix} -0.0584963 + 1.5984166i \\ -0.0584963 - 1.5984166i \\ -0.151769 \\ -0.00000929 \end{pmatrix}$$

Cele mai mari diferențe între valorile proprii ale machetei și ale avionului real sunt cele care țin de modul fugoid, diferența procentuală fiind de maxim 17%. Cel mai bine se aproximează modul de scurtă perioadă cu diferențe de sub 1% fiind cu mult peste erorile și aproximările care s-au adunat pe parcurs.

Daca plecăm de la aproximația modului de scurtă perioadă, varianta teoretică obținem următoarele valori proprii:

$$\lambda_L = \begin{pmatrix} -2,707942 + 5,494521i \\ -2,707942 - 5,494521i \\ -0,024824 + 0,558855i \\ -0,024824 - 0,558855i \end{pmatrix},$$

$$\lambda_{LD} = \begin{cases} -0.046909 + 1.5199528i \\ -0.046909 - 1.5199528i \\ -0.1279866 \\ -0.00000955 \end{cases}, \text{ unde constatăm că}$$

diferențele sunt cu mult mai mari.

Pentru cazul anterior am și ilustrat în figurile Fig. 6.4 - Fig. 6.7 comparația răspunsului treaptă dintre machetă și UAV-ul la scară.

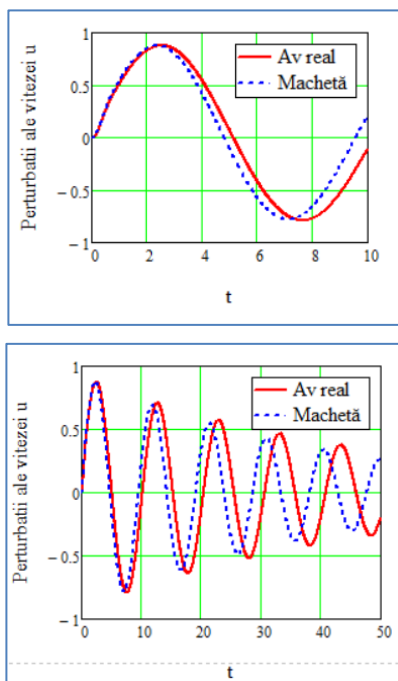


Fig. 6.4. Comparație răspuns treaptă – perturbații u

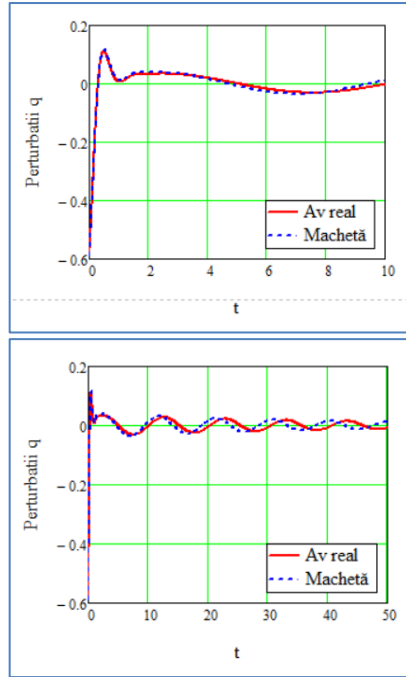
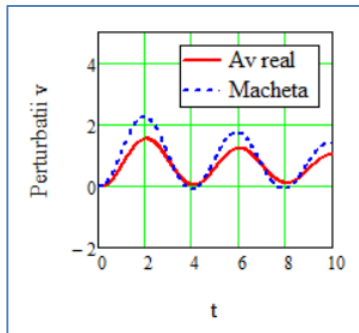


Fig. 6.5 Comparație răspuns treaptă – perturbații q



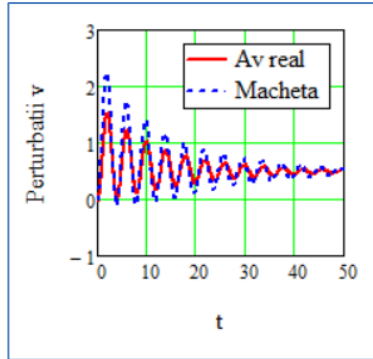


Fig. 6.6 Comparație răspuns treaptă – perturbații  $v$

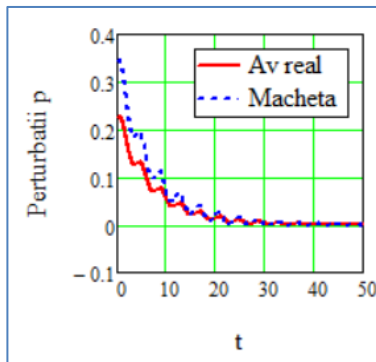
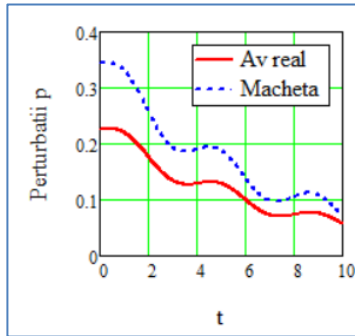


Fig. 6.7 Comparație răspuns treaptă – perturbații  $p$

Așa cum era de așteptat, în cazul perturbațiilor ce țin rădăcina corespunzătoare modului de scurtă perioadă, rezultatele sunt foarte apropiate însemnând erori mai mici de 1% în caracteristicile modale. Dacă ne referim la evoluția perturbațiilor ce țin de rădăcina corespunzătoare modului Fugoid atunci diferențele sunt ceva mai mari și ajung și până la 10%. Aceste diferențe sunt ilustrate cel mai bine în exemplul de mai sus pe valorile numerice ale valorilor proprii  $\lambda$  dar și în Fig. 6.4 - Fig. 6.7.

Ambele metode au fost implementată în MATLAB. Ca și date de intrare avem geometria UAV-ului parametrizată cu factorul de scară la care adăugăm masa și momentele de inerție ponderate cu parametrii  $p_1$  respectiv  $p_2$ . Pe lângă formulele modelul dinamic implementate mai avem și condițiile de egalitate pe care funcția MATLAB „Lsqnonlin” încearcă să le satisfacă. Asta înseamnă că nu am reușit să obținem o egalitate ci doar cea mai bună aproximare a condițiilor de egalitate în sensul metodei celor mai mici pătrate rezultând astfel variabilele de ieșire  $p_1$  respectiv  $p_2$ . Ce este interesant este că deși rezolvarea este una aproximativă, pentru diverse valori ale lui  $f_s$  obținem o variație liniară pentru  $p_1$  și  $p_2$ , Fig. 6.3. Variație liniară înseamnă că erorile sunt proporționale și că rezultatele se pot extrapola și către alte scări.

## 7 Concluzii și dezvoltări ulterioare

În prima parte este prezentată pe scurt nevoia de a genera UAV-uri la diverse scări și o modalitate de a parametriza atât geometria cât și masa UAV-ului pentru a genera aceste noi variante. Pentru a face o evaluare cantitativă a performanțelor a fost prezentat pe larg modelul dinamic aplicat pe un UAV de tip aripă zburătoare, evaluarea modelului dinamic însemnând răspunsul sistemului la o perturbație de tip treaptă și anume bracaaj de elevon.

Metodă de scalare a fost determinată plecând de la anumite criterii de similitudine și anume factorul de densitate relativă. Practic se obține o relație între factorul de scară,  $f_s$  și factorul de multiplicare al masei,  $p_1$ . Cu aceste rezultate și în ipoteza modului de scurtă perioadă este prezentată metoda analitică din care pot rezulta  $p_1$  și  $p_2$ .

O metodă de testare a machetelor zburătoare în zbor planat este de asemenea prezentată cu scopul de a obține polara avionului sub forma unui polinom, în cazul nostru cu un polinom de gradul II. Acest rezultat este foarte util deoarece se pot verifica rezultatele teoretice cu rezultatele experimentale. În ambele situații avem erori de calcul sau erori de măsurare, în situația de față rezultatele experimentale au un grad mai mare de incertitudine deoarece anumiți pași de calibrare a instrumentelor nu au putut fi efectuați iar la alegerea traseelor am avut un singur zbor și nu o mediere a mai multor zboruri care ar fi fost în condiții diferite.

Pe lângă abordarea analitică a fost efectuată și o estimare semiempirică a parametrilor  $p_1$  și  $p_2$ , condițiile de egalitate din MATLAB au fost schimbate și în loc de factorul de amortizare respectiv frecvența naturală a modului de scurtă perioadă avem impusă egalitate între părțile imaginare respectiv reale ale valorilor proprii atât pe canalul longitudinal cât și pe canalul lateral-direcțional rezultând practic 8 condiții de egalitate. Rezultatele sunt evidențiate cel mai bine în exemplul din capitolul 6 în care am generat un UAV la scara x1,5 după care am determinat parametrii  $p_1$  și  $p_2$  (parametrii cu care se ponderează masa respectiv momentele de inerție) ai machetei sau în cazul nostru, ai avionului la scara 1:1. Rezultatul este că am obținut o machetă care să aibă aproximativ același comportament dinamic ca și avionul real, unele valori proprii sunt approximate destul de bine (mai puțin de 1% diferențe în cazul rădăcinii corespunzătoare modului longitudinal de scurtă perioadă) pe când în cazul altor valori proprii diferențele ajung și la 17%.

Rezultatele obținute sunt implementabile în sensul că se pot efectua testele necesare în zbor cu macheta care a rezultat. Dacă ne referim la exemplul din capitolul 6 observăm că dacă avem un avion real mărit de 1,5 ori față de machetă atunci macheta va avea o masă multiplicată cu 1,34 și un moment de inerție multiplicat cu 1,48. Aceste valori sunt foarte simplu de implementat în sensul că se pot adăuga niște mase suplimentare (plumbi) pentru a ajunge valoarea dorită și la fel se poate proceda și cu momentele de inerție. În cazul momentelor de inerție metoda furnizează valoarea finală și nu

modalitate de distribuție a masei în interiorul machetei pentru a obține aceste valori. Cu ajutorul modelării 3D în Catia sau SolidWorks se poate obține destul de ușor coordonatele pe x, y și z ale greutateților suplimentare cu care trebuie echipată macheta. Dacă la un factor de scară de 1,5 metoda este fezabilă, cu cât factorul de scară crește cu atât testarea în zbor devine mai restrictivă sau chiar imposibilă pentru anumite configurații.