

UNIVERSITATEA POLITEHNICA DIN BUCUREȘTI Școala doctorală de Inginerie Industrială și Robotică

TEZĂ DE DOCTORAT

Cercetări privind optimizarea comportării funcționale a ansamblurilor de tip arbore principal cu rulmenți pentru turații mari

Autor, Ing. Andrei GHEORGHIŢĂ

Conducător de doctorat, Prof. dr. ing. George CONSTANTIN

București, 2021

CUVÂNT ÎNAINTE

Optimizarea comportării funcționale a ansamblurilor de tip arbore principal cu rulmenți pentru turații mari constituie subiectul unor cercetări importante în domeniul mecanicii în general și al mașinilor-unelte în special.

Totodată, subiectul tezei a constituit o provocare la nivel de cunoaștere a fenomenelor implicate în funcționarea ansamblului arbore principal pentru turații înalte sprijinit pe lagăre cu rulmenți, dar și în ceea ce privește tratarea unui astfel de ansamblu prin prisma cercetărilor experimentale, dar și a modelării complexe cu diverse tipuri de modele care să poată surprinde aspecte legate de influența diverșilor parametri constructivi și funcționali, ajungând până la soluții de optimizare. Din acest punct de vedere, parcurgerea etapelor cercetării a constituit o școală unică și o experiență deosebită de transformare a doctorandului în cercetător caracterizat de dorința de cunoaștere, de căutarea de soluții noi, de claritate și de rigoare științifică.

Cercetările și elaborarea tezei de doctorat au avut loc sub riguroasa îndrumare a coordonatorului științific, prof. univ. dr. ing. George Constantin, căruia ii adresez întreaga mea recunoștință și sincere mulțumiri pentru competenta îndrumare, ajutor, bunăvoință și disponibilitate acordate pe parcursul scolii doctorale, cât și la finalizarea și redactarea tezei de doctorat.

Totodată, îmi exprim mulțumirile sincere adresate Universității Politehnica din București, Facultății de Inginerie Industrială și Robotică și Departamentului Roboți și Sisteme de Producție pentru susținerea pe toată perioada studiilor doctorale, pentru facilitățile puse la dispoziție, precum și pentru permanenta consiliere și sprijin efectiv în realizarea cercetărilor.

Adresez calde mulțumiri tuturor celor care și-au pus amprenta științifică pe drumul de realizare a cercetărilor, începând de la admiterea la doctorat și până la finalizarea tezei. Dintre aceștia îi amintesc cu recunoștință pe membrii Comisiei de Îndrumare, care au analizat etapă cu etapă evoluția cercetărilor și care au exprimat observații și sugestii deosebit de utile pentru ghidarea și îmbunătățirea conținutului rapoartelor științifice și a tezei – prof. univ. emerit dr. ing. Adrian Ghionea, prof. univ. dr. ing. Miron Zapciu și prof. univ. dr. ing. Tiberiu Dobrescu. Pentru colaborarea și susținerea în diverse etape ale cercetării, experimentale sau de modelare și de simulare și pentru colaborarea în diseminarea rezultatelor amintesc cu recunoștință pe prof. univ. dr. ing. Constantin Dogariu și conf. univ. dr. ing. Claudiu Florinel Bîșu.

Nu în ultimul rând adresez calde mulțumiri familiei, colegilor și prietenilor pentru înșelegerea și susținerea manifestate pe toată durata elaborarii cercetărilor și tezei.

CUPRINS

| CAPITOLUL 1 NOȚIUNI INTRODUCTIVE DESPRE ARBORI PRINCIPALI PENTRU TURAȚII MARI SI OBIECTIVELE TEZEI DE DOCTORAT | ! .5 |
|--|----------|
| 1.1. INTRODUCERE | .5 |
| 1.2 OBIECTIVELE TEZEI DE DOCTORAT | .5 |
| CAPITOLUL 2 STADIUL ACTUAL PRIVIND ANALIZA COMPORTĂRII DINAMICE A ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI ȘI ASPECTE DE OPTIMIZARE FUNCȚIONALĂ A | |
| ACESTORA | 7 |
| 2.1. ANALIZA ANSAMBLULUI ARBORE-LAGĂRE PRIN METODA ELEMENTELOR FINITE | .7 |
| 2.2. ANALIZA COMPORTĂRII STATICE A ARBORILOR PENTRU TURAȚII ÎNALTE – DEPLASĂRI ȘI DEFORMAȚII – FOLOSIND MEF | .7 |
| 2.3. ANALIZA VIBRAȚIILOR PENTRU ARBORI DE TURAȚII ÎNALTE | .8 |
| 2.4. SISTEME MULTIBODY ȘI ANALIZA POSIBILITĂȚII DE APLICARE LA ANSAMBLUL ARBORE- RULMENȚI | .9 |
| 2.5. CALCULUL UNGHIULUI DE CONTACT PENTRU RULMENȚI CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR | .9 |
| 2.6. CALCULUL CĂLDURII GENERATE DE RULMENȚII CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR ȘI RULMENȚII CU ROLE CILINDRICE | 10 |
| 2.7. ANALIZA REGIMULUI TERMIC AL ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI | 11 |
| 2.8. OPTIMIZAREA COMPORTĂRII FUNCȚIONALE A ANSAMBLURILOR DE TIP ARBORE PRINCIPAL- LAGĂRE CU RULMENȚI | 12 |
| CAPITOLUL 3 ANALIZA ȘI OPTIMIZAREA REGIMULUI TERMIC AL ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI | J 13 |
| 3.1. DISTRIBUȚIA PREÎNCĂRCĂRII LA O CONSTRUCȚIE DE (M, N) RULMENȚI CU BILI CU CONTACT UNGHIULAR | E 13 |
| 3.2 FENOMENE DE GENERARE A CĂLDURII ÎN MOTOARE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV INTEGRATE CU ARBORI DE TURAȚII ÎNALTE – REZULTATE TEORETICE ȘI NUMERICE | 13 |
| 3.3. DEFORMAȚII TERMICE LA NIVELUL ANSAMBLULUI ARBORE PRINCIPAL-RULMENȚI | 18 |
| 3.4. MODELE ALE ARBORELUI CU RULMENȚI FOLOSIND REȚELE TERMICE | 19 |
| 3.5 OPTIMIZAREA DURABILITĂȚII RULMENȚILOR CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR ÎN FUNCȚIE D PARAMETRII DE LUCRU AI ARBORELUI PRINCIPAL |)Е 23 |
| 3.6 OPTIMIZAREA ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI AVÂND LA BAZĂ O SELECȚIE A PARAMETRILOR DE LUCRU ȘI UN MODEL TERMOELASTIC | 27 |
| 3.7. CONCLUZII | 31 |

| CAPITOLUL 4 CONTRIBUȚII PRIVIND OPTIMIZAREA COMPORTĂRII FUNCȚIONALE A |
|--|
| ANSAMBLURILOR DE TIP ARBORE PRINCIPAL PENTRU TURAȚII MARI |
| 4.1. ALGORITMI DE CALCUL AL UNGHIULUI DE CONTACT PENTRU RULMENȚI CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR FOLOSIND TEHNICI GENETICE |
| 4.2. MODEL SEMIAUTOMAT DE CONSTRUCȚIE A UNEI REȚELE TERMICE |
| 4.3. ANALIZA DEPENDENȚEI TEMPERATURĂ–FRECVENȚĂ PENTRU UN ARBORE CU RULMENȚI38 |
| 4.4. CONCLUZII |
| CAPITOLUL 5 ANALIZA TERMOMECANICĂ COMPLEXĂ A ARBORILOR PRINCIPALI ACȚIONAȚI |
| DIN EXTERIOR – STUDIU DE CAZ |
| 5.1. INTRODUCERE43 |
| 5.2. GENERAREA DE CĂLDURĂ ÎN RULMENȚI43 |
| 5.3. MĂSURĂTORI EXPERIMENTALE PE ANSAMBLUL ARBORE PRINCIPAL-LAGĂRE CU RULMENȚI46 |
| 5.4. MODELAREA ȘI SIMULAREA SISTEMULUI ARBORELUI PRINCIPAL49 |
| 5.4.3 Analiza tranzitorie51 |
| 5.5. CONCLUZII |
| CAPITOLUL 6. CONCLUZIILE TEZEI DE DOCTORAT, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI DIRECȚII DE |
| CERCETARE VIITOARE |
| 6.1. CONCLUZIILE TEZEI DE DOCTORAT |
| 6.2. CONTRIBUȚII ORIGINALE |
| 6.3. DIRECȚII DE CERCETARE VIITOARE57 |
| BIBLIOGRAFIE |

CAPITOLUL 1 NOȚIUNI INTRODUCTIVE DESPRE ARBORI PRINCIPALI PENTRU TURAȚII MARI ȘI OBIECTIVELE TEZEI DE DOCTORAT

1.1. INTRODUCERE

Ansamblul mecanic de tip arbore principal-lagăr cu rulmenți este unul dintre cele mai importante părți ale unei mașini–unelte, deoarece precizia de prelucrare a pieselor este direct influențată de funcționarea ansamblului în parametri optimi. Comportarea dinamică, termică și analiza vibrațiilor arborilor constituie subiectul unor cercetări importante în domeniul mecanicii în general și al mașinilor-unelte în special ([192], [189], [1], [10], [17], [25], [55], [109], [163], [191], [166], [167], [168], [47]).

Ansamblurile de mare viteză specifice fiecărei aplicații sunt sofisticate, delicate și costisitoare. Capacitatea arborilor de a funcționa la turații înalte este determinată de caracteristicile dinamice ale rulmenților de sprijin [139]. Cu cât viteza de rotație este mai mare, cu atât trebuie sa fie mai mică dimensiunea rulmenților și a arborelui. Mașinilor-unelte li se impun tot mai multe cerințe, performanțe mai ridicate și cu posibilități de utilizare cât mai largi, dar în condiții de funcționare lină (fără vibrații) și cu degajare minimă de căldură.

În timpul funcționării arborelui principal se produc zgomote și vibrații, ceea ce determină o așchiere instabilă, o finisare necorespunzătoare a suprafețelor și o posibilă deteriorare a pieselor, sculelor sau a arborilor. Dilatarea termică și vibrațiile în timpul operațiunii de așchiere pot constitui o problemă, în special pentru aplicațiile ce impun precizie de prelucrare.

Problemele termice și vibrațiile afectează în mod semnificativ proprietățile arborilor, cum ar fi: rigiditatea, durata de viată, precizia. Modelarea, simularea și optimizarea funcționării ansamblurilor arbore principal-lagăre cu rulmenți cu privire la aspectele menționate anterior continuă să fie cercetate cu interes în literatura de specialitate

1.2 OBIECTIVELE TEZEI DE DOCTORAT

În activitatea de cercetare se vor considera ca modele de studiu atât ansambluri de arbore principal-lagăre cu rulmenți cu transmiterea mișcării de la motor prin transmisie prin curele cât și arbori principali integrați cu motorul electric. În Fig. 1.4. sunt reprezentate schematic obiectivele principale și cele secundare, specifice obiectivelor cercetărilor realizate în cadrul tezei de doctorat

| OBIECTIVELE MAJORE ALE CERCETĂRII | OBIECTIVELE SECUNDARE ALE CERCETĂRII |
|---|---|
| OM1. Obiective referitoare la necesitatea și fundamentarea domeniului de studiu | |
| | OS2.1 Analiza complexă asupra distribuției preîncărcării la un grup de rulmenți cu contact unghiular |
| OM2. Trecerea în revistă a literaturii de specialitate cu referire la tema cercetată | OS2.2 Analiza fenomenelor de căldură în arbori principali de turații mari cu rulmenți și transmiterea mișcării prin curele |
| | OS 2.3 Analiza fenomenelor termice în arbori principali de turații mari acționați din exterior și cu motor electric de curent alternativ integrat |
| | OS3.1 Calculul deformării termice la nivelul ansamblului arbore principal-rulmenți cu geometrie predefinită și posibile implicații asupra funcționării |
| | OS3.2 Modele ale arborelui principal cu rulmenți folosind rețele termice cu diferite grade de complexitate |
| | OS3.3 Algoritmi evolutivi pentru probleme complexe cu soluții greu de găsit, cum este cea a calculului unghiului de contact pentru rulmenți cu bile cu contact unghiular, variabilă esențială pentru calculul căldurii generate de rulment |
| OM3. Contribuții teoretice privind realizarea de modele matematice / CAD / numerice referitoare sistemul tehnic / procesul studiat | OS3.4 Propuneri de tehnici îmbunătățite pentru generarea rețelei termice care modelează transmiterea căldurii prin arbori cu rulmenți generate de rulment |
| referitoure sistemur tennie / procesur studiut | OS3.5 Analiza dependenței temperatură-frecvență pentru un ansamblu arbore-rulmenți |
| | OS3.6 Analiză termomecanică complexă a arborilor principali acționați din exterior – modelare și simulare cu elemente finite Inventor Professional și SolidWorks și multifizică SolidWorks |
| | OS3.7 Analiza tranzitorie termomecanică a arborilor principali acționați din exterior (SolidWorks). |
| | OS3.8 Optimizarea durabilității rulmenților cu bile cu contact unghiular în funcție de parametrii de lucru ai arborelui principal |
| OM4. Contribuții aplicative originale privind simulări numerice pe modele | |
| OM5. Contribuții originale privind cercetări experimentale realizate pe modelul funcțional | |
| OM6. Discuții și desprinderea concluziilor | |

| Fig. 1.4. Obiective majorele (OM) și obiectivele secundare (OS) ale tezei de | doctorat |
|--|----------|
|--|----------|

CAPITOLUL 2 STADIUL ACTUAL PRIVIND ANALIZA COMPORTĂRII DINAMICE A ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI ȘI ASPECTE DE OPTIMIZARE FUNCȚIONALĂ A ACESTORA

2.1. ANALIZA ANSAMBLULUI ARBORE-LAGĂRE PRIN METODA ELEMENTELOR FINITE

În analiza regimului dinamic al arborilor, se conturează două metode importante: metoda matricelor de transfer (MMT) și metoda elementelor finite (MEF). MMT este un principiu de discretizare și poate fi utilizat pentru a determina frecvențele naturale, și în analiza modală [155]. Metoda constă în definirea condițiilor limită (pe frontieră) la un capăt și actualizarea informațiilor despre sistem cu fiecare segment de arbore de-a lungul arborelui, până la celălalt capăt. Informațiile pot fi de: stare, deplasare, pantă, moment sau forță de forfecare la fiecare limită a secțiunii segmentului. Informațiile se transferă de la o secțiune la alta până se calculează matricea de transfer pe întregul sistem. MMT poate fi aplicată oricărui sistem linear și metoda se poate demonstra folosind un sistem de mase legate cu arcuri între ele, supuse unei forțe la capăt.

2.2. ANALIZA COMPORTĂRII STATICE A ARBORILOR PENTRU TURAȚII ÎNALTE – DEPLASĂRI ȘI DEFORMAȚII – FOLOSIND MEF

În dezvoltarea modelelor, arborele elastic introduce față de cel rigid și un moment al încărcării M_h la rulmenții care nu sunt auto-aliniați, în plus față de încărcarea radială F_h [79]. Modelele matematice ale grinzilor extinse la rotoare corespund celor trei teorii: Euler-Bernouli, Rayleigh și Timoshenko. Teoria Euler-Bernouli consideră inerția translațională, Rayleigh consideră în plus și inerția relațională iar Timoshenko mai ia în considerare și deformația produsă de forfecare. Din acest punct de vedere, la ora actuală modelul cel mai complet este cel bazat pe teoria Timoshenko. Sunt două metode de dezvoltare a ecuațiilor pentru grinzi și mai departe pentru arbori:

1. metoda directă care folosește legile mecanicii de deformare elastică;

2. calcul variațional – metoda energiei potențiale (miniumul energiei potențiale), una din metodele calcului variațional.

În teoria Timoshenko, planul secțiunii nu mai rămâne perpendicular pe axa neutră a secțiunii. Forța de forfecare este inclusă în rotația cu unghiul β al grinzii. Deformația totală a grinzii în punctul \hat{x} este compusă acum din două parți, una corespunzătoare încovoierii ($\hat{\phi}$) și

alta cauzată de forfecare ($\hat{\beta}$) (Fig. 2.5).

$$\frac{d\hat{v}}{d\hat{x}} = \hat{\phi}(\hat{x}) + \beta(\hat{x}).$$
(2.8)



Fig. 2.5. Deformația totală a grinzii: a – elementul Timoshenko b – două secțiuni cu punct de întâlnire în nodul 2

2.3. ANALIZA VIBRAȚIILOR PENTRU ARBORI DE TURAȚII ÎNALTE

Tehnologia de fabricație a rulmenților este foarte avansată la ora actuală. Cu toate acestea se întâmplă frecvent ca la arborii cu lagăre cu rulmenți să apară vibrații în mod natural. Aceste situații nu reduc performanțele lagărelor și sunt acceptate ca fiind fenomene normale ale lagărelor cu rulmenți cu excepția cazurile în care apar defecte. Vibrațiile rulmenților, ca răspuns la acțiunea unei forțe sau a mai multora care acționează asupra lor, sunt studiate de obicei folosind analiza modală, în contextul sistemelor rotative, cum ar fi arbore principal cu lagăre cu rulmenți. Frecvențele proprii ale sistemului sunt analizate cel mai adesea ca răspuns în frecvență al sistemului – FRF (*Frequency Response Function*) la o forță de excitație.

Viteza critică a arborelui poate fi definită ca o viteză de rotație în care amplitudinea vibrației are un maximum (ca funcție de viteza de rotație). Modelele spațiale mecanice pot fi reprezentate în forma matriceală (cazul arbore cu lagăre cu rulmenți) în forma:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\},$$
(2.41)

în care [M] este masa, [C] – amortizarea, [K] – rigiditatea, $\{F(t)\}$ – forța de excitație, iar q(t) – răspunsul sistemului. Analiza modală are ca obiectiv două direcții de calcul: frecvențe proprii (frecvențe la care sistemul oscilează fără intervenția forței externe – excitație sau amortizare) și FRF. Atunci când frecvența forțată este egală cu cea proprie a sistemului, se produce fenomenul de rezonanță și amplitudinea semnalului crește de mai multe ori, fenomen dăunător, care în cazul ansamblului arborelui principal-lagăre poate duce la funcționarea defectuoasă sau chiar la distrugerea acestuia.

2.4. SISTEME MULTIBODY ȘI ANALIZA POSIBILITĂȚII DE APLICARE LA ANSAMBLUL ARBORE-RULMENȚI

Sistemele multibody sunt asociate cu studiul comportamentului dinamic al corpurilor rigide sau flexibile interconectate, fiecare dintre ele putând avea deplasări de translație și de rotație mari. Un sistem multibody (Fig. 2.9) este un sistem format din mai multe corpuri interconectate prin legături cinematice ce limitează mișcarea relativă a corpurilor pe care le conectează.



Fig. 2.9. Elementele unui sistem multibody

Ecuațiile de mișcare descriu comportarea dinamică a unui sistem multibody. Acestea pot fi obținute printr-un număr de metode: ecuațiile Newton-Euler, ecuațiile lui Lagrange (extensie a principiului lui D'Alembert) și ecuațiile lui Kane folosind principiul lucrului mecanic virtual [110] etc.

$$M(q)\ddot{q} - Q_{\nu} + C_q^T \lambda = F, \qquad (2.51)$$

$$C(q,\dot{q}) = 0,$$
 (2.52)

unde q – coordonate generalizate, M(q) –matricea maselor, C – constrângeri, C_q – Jacobianul constrângerilor (derivate), λ – multiplicatorii Lagrange ale constrângerilor, Q_v – forța Coriolis și cea centrifugă (vectorul pătratic al vitezei).

2.5. CALCULUL UNGHIULUI DE CONTACT PENTRU RULMENȚI CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR

$$\alpha(i+1) = \alpha(i) + \frac{\frac{F_a}{ZD^2K} - \sin\alpha \left(\frac{\cos\alpha^0}{\cos\alpha} - 1\right)^{1.5}}{\cos\alpha \left(\frac{\cos\alpha^0}{\cos\alpha} - 1\right)^{1.5} + 1.5\tan\left(\frac{\cos\alpha^0}{\cos\alpha} - 1\right)^{0.5}\cos\alpha^0}.$$
 (2.55)

În formula (2.55) K (constanta de deplasare) este funcție de curbură și este luată din grafic sau tabele [104]. În regim dinamic însă trebuie considerate valorile unghiurilor pentru fiecare bilă (Fig. 2.10).

Pentru a găsi aceste unghiuri se folosește metoda minimului unei sistem nelinear *fmincon* din Matlab, minimum unei funcții de mai multe variabile cu constrângeri. Ecuațiile folosite sunt [79]:

$$A_{1i} = BD\sin\alpha^0 + \delta_a + \theta \Re_i \cos\psi_i, \qquad (2.56)$$

$$A_{2i} = BD\sin\alpha^0 + \delta_r \cos\psi_i, \qquad (2.57)$$

$$\cos \alpha_{oj} = \frac{X_{2j}}{(f_0 - 0.5)D + \delta_{oj}},$$
(2.58)



Fig. 2.10. Model al rulmentului cu bile: a - pozițiile bilelor în planul radial yz (x este axa rulmentului);

2.6. CALCULUL CĂLDURII GENERATE DE RULMENȚII CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR ȘI RULMENȚII CU ROLE CILINDRICE

În calculul căldurii produse de rulmenți intervin calcule legate de forțe care acționează în regim dinamic asupra bilei rulmentului și calcule care țin de geometria rulmentului. În arborii cu rulmenți de turații ridicate cu transmitere a mișcării prin curele, sunt două surse majore de căldură: căldura generată în procesul de așchiere și cea generată de rulmenți. Dacă arborele principal este integrat cu motorul electric, motorul electric va genera o sursă de căldură suplimentară prin stator.

Se va trata în cele ce urmează căldura generată de rulmenți în regim dinamic. Se consideră următoarele surse de frecare:

- histerezisul elastic în rulare;
- alunecarea elementului de rulare pe inel produsă de geometria suprafețelor;
- alunecarea cauzată de deformarea elementelor de contact;
- vâscozitatea lubrifiantului;
- frecarea de elementele coliviei.

Modurile de transfer al căldurii între două mase cu temperaturi diferite sunt în principal trei: conducție prin structuri solide, convecție de căldură de la structuri solide la fluide în mișcare și radiații de căldură între mase separate prin spații.

2.7. ANALIZA REGIMULUI TERMIC AL ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI

O rețea termică este definită ca un set de noduri și conductanțe (rezistențe) fiind similară cu un circuite electric, prin urmare se pot aplica legi similare cu legile lui Kirchoff pentru rezolvarea problemelor în cazul unor rețele termice cu surse de căldură (Fig. 2.13) [68].



Fig. 2.13. Similitudine rețea termică-rețea electrică

Din cauza discontinuităților structurii arbore principal-lagăre cu rulmenți care include bile (sau/și role), inele, arbore principal și carcasă, este dificil (sau practic imposibil) de găsit o formulă analitică de calcul a temperaturii în fiecare punct pentru întreaga structură [79]. Centrul fiecărui element este descris ca locația unei temperaturi mediate, tot elementul având aceeași temperatură (Fig. 2.15).Căldura din centrul unui element este transferată centrelor elementelor adiacente prin zonele (ariile) de contact. Ecuația fiecărui nod (fig.2.15) se calculează cu diferențe finite (Fig. 2.16) ([183], [23], [88], [19], [107]):

| | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|-----------|------|----|----|----|----|----|----|------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 65 | 66 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 64 | 63 | 62 | 61 | 60 | 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 |] | | | | | | | | |
| | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 1 | | | | | | | | |
| | | 33 (32) | (35) | | 70 | 69 | 68 | 67 | | 39 (38) | $\frac{42}{(41)}$ | _ | | | | | | | | |
| | | 31 | 34 | | | | | | | 37 | 40 | | | | | | | | 71 | 72 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fig. 2.15. Discretizarea unui ansamblu arbore principal-lagăre cu rulmenți (adaptare după [183])



Fig. 2.16. Temperatura în nod și în nodurile adiacente nodului *i*

2.8. OPTIMIZAREA COMPORTĂRII FUNCȚIONALE A ANSAMBLURILOR DE TIP ARBORE PRINCIPAL-LAGĂRE CU RULMENȚI

Optimizarea funcțională a arborilor pentru turații mari în regim dinamic este în general un subiect dificil algoritmii folosiți pentru optimizare fiind foarte variați, incluzând tehnici de rețele neuronale și algoritmi evolutivi . Optimizările iau în calcul mai mulți parametri (optimizare multi-parametru) care influențează un proces caracterizat de criteriul de performanță al procesului. Majoritatea lucrărilor iau în considerare un singur criteriu, de exemplu, temperatura în anumite puncte, maximul de temperatură în anumite puncte, lubrifierea lagărelor, durabilitatea rulmentului, putere de pompare și pierdere produsă de frecarea în lichidul pompat, minimizare bazată pe un optim din graficul funcțiilor matematice care descriu aceste relații. Algoritmii evolutivi au fost propuși ca instrument de optimizare în aplicații care folosesc în special lagăre cu alunecare. Algoritmii genetici ca parte a tehnicilor evolutive sunt utilizați în probleme de optimizare care pot avea și zone de discontinuitate. Această proprietate este necesară pentru utilizare în optimizarea funcțională a arborilor cu rulmenți.

CAPITOLUL 3 ANALIZA ȘI OPTIMIZAREA REGIMULUI TERMIC AL ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI

3.1. DISTRIBUȚIA PREÎNCĂRCĂRII LA O CONSTRUCȚIE DE (M, N) RULMENȚI CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR

Valorile unghiului de contact în regim dinamic pentru rulmenții cu contact unghiular sunt importante pentru durabilitatea dar și pentru reducerea puterii consumate de arbore. Pentru îmbunătățirea capacității de preluare a forțelor de așchiere, sunt utilizate pe scară largă diferite combinații de rulmenți radiali axiali cu bile cu contact unghiular. Este cunoscut faptul că preîncărcarea și rigiditatea sunt influențate reciproc, între cele două mărimi existând o relație direct proporțională [114]. Ca urmare, calculele pentru combinațiile de rulmenți se pot efectua ținând cont de cuplul încărcare-deformație pentru fiecărui rulment în parte [211].

3.2 FENOMENE DE GENERARE A CĂLDURII ÎN MOTOARE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV INTEGRATE CU ARBORI DE TURAȚII ÎNALTE – REZULTATE TEORETICE ȘI NUMERICE

Analiza comportării arborilor principali sprijiniți pe lagăre cu rulmenți din punctul de vedere al deformațiilor, deplasărilor, temperaturii și vibrațiilor se face pentru două tipuri distincte de ansambluri: a) cu transmitere a mișcării de la un motor exterior prin mecanisme specifice (transmisie prin curele, angrenaj); b) cu motor integrat cu arborele principal.

Ambele situații prezintă avantaje și dezavantaje, analiza termică în al doilea caz fiind mai complicată și mai complexă deoarece motorul electric cu care este echipat de obicei acest tip de arbore generează surse suplimentare de căldură în înfășurările statorului și rotorului, acestea intrând în ecuația bilanțului termic. În figura 3.4. este prezentată schema tipică pentru un motor AC integrat cu arborele principal cu rulmenți



Fig. 3.4. Geometria componentelor motorului AC (adaptare după [18])

În mod obișnuit, arborii principali au integrat un motor de curent alternativ (AC) cu turație reglabilă continuu [41].

Pierderile motorului pot fi împărțite în două categorii: pierderi mecanice și pierderi electrice. Pierderile mecanice sunt cauzate de frecarea din rulmenți și de fluxul de aer din jurul componentelor montate pe arborele principal. Pierderile electrice sunt cauzate de pierderile din înfășurările de cupru din circuitul primar (P_{pc}), din fier – P_{ir} , histerezis – P_h și fenomene de scăpări – P_e pierder din înfășurările de cupru din secundar, (P_{sc}) pierderi cauzate de scăpări de curent indus în stator și rotor inclusiv în afara motorului – P_{str} (inclusiv goluri în spațiile rotor-stator-carcasă) și frecărilor de natură electromagnetică – P_{fiv} [106]. Notăm puterea mecanică la ieșire P_{m_out} și puterea electrică la intrare P_{el_in} . Bilanțul puterilor conduce la ecuația:

$$P_{el\ in} = P_{m\ out} + P_{pc} + P_{ir} + P_{sc} + P_{str} + P_{fw}, \qquad (3.16)$$

$$P_{m_{out}} = T_t \cdot \omega_{rotor} \,. \tag{3.17}$$

unde T_t reprezintă momentul de torsiune al portsculei iar ω_{rotor} este viteza unghiulară a sculei așchietoare. În cazul când $P_{m-out} = 0$, ecuația (3.16) are forma simplificată:

$$P_{el_in} = P_{pc} + P_{ir} + P_{sc} + P_{str} + P_{fw}.$$
(3.18)

Se consideră valori măsurate pentru $R_1 = 0,05 \Omega$ și pentru R_2 valori de același ordin de mărime, la un curent de linie constant de 18 A la funcționarea în gol – fără sarcină.Pierderile în miezul de fier al rotorului sunt combinații de histerezis magnetic (termenul care conține constanta K_H) și scurgeri de curent, foarte mici (termenul care conține constanta K_E) și sunt descrise ca funcții de frecvență în 1], plecând de la un model Steinmetz al pierderilor în miezul de fier descris de:

$$P_{ir} = K_H \cdot f + K_E \cdot f^2 \,. \tag{3.21}$$

$$K_H = 3 \cdot K_E \cdot f_{\text{nominal}}, \qquad (3.22)$$

$$P_{ir} = 3 \cdot K_E \cdot f_{\text{nominal}} \cdot f + K_E \cdot f^2 = K_E \cdot f \cdot (3 \cdot f_{\text{nominal}} + f).$$
(3.23)

Pentru un motor electric AC, frecvența de sincronizare n_{sync} (rpm), este dată de $n_{sync} = 2f/p$ unde *f* reprezintă frecvența furnizorului de putere (în studiul actual f = 50 Hz) iar *p* numărul de poli (în studiul actual p = 4). Ca urmare, pentru un motor trifazic:

$$N_{\text{sync}} = \frac{2f}{p} \cdot \left(\frac{60 \text{ secunde}}{\text{minut}}\right) = \frac{120f}{4} = 1500 \text{ rpm.}$$
(3.24)

Graficele frecvență poli vs. viteza de rotație a rotorului sunt liniare, ca urmare pentru un motor de test cu turație maximă de $n_{\text{max}} = 25\ 000$ rpm, putem scrie:

$$f_{\text{nominal}} = (N_{\text{max}} \times f) / n_{\text{sync}} = (25000 \times 50) / 1500 \approx 833 \text{ Hz}.$$
 (3.25)

Parametrii nominali K_H și K_E sunt determinați experimental pentru fiecare tip de motor în parte și, ca urmare, acest aspect ridică dificultăți în metodologia de măsurare. În cazul [40], $K_H = 2,67$ W·s iar $K_E = 0,00107$ W·s². Randamentul maxim al motorului η_{motor_max} este citit din tabele, în funcție de puterea nominală a motorului. Cel mai plauzibil tabel este cel care are ca valoare un randament maxim al motorului în jur de 90% pentru un motor de 32 kW. Pentru un motor de 4,5 kW folosit în Electrobroșa DELTA 4,5 OMLAT (Fig. 3.6) această valoare este în jur de 80%.

$$\eta_{motor} = \eta_{motor_max} \cdot \eta_{spec_speed} \cdot \eta_{spec_load}, \qquad (3.26)$$

$$\omega_{motor_rel} = \frac{\omega_{motor}}{\omega_{motor_max}},$$
(3.27)

$$load_{motor_rel} = \frac{T_{motor}}{T_{motor\ max}}.$$
(3.28)

În specificațiile tehnice ale producătorului, un cuplu maxim nominal de 3,6 Nm, un cuplu de frecare între 0,09 Nm și 0,36 Nm vor produce un domeniu între 2,5% și 10% pentru mers în gol, fără sarcină.



Fig. 3.6. Electrobroșa DELTA 4,5 OMLAT: *a* – vedere a ansamblului; *b* – diagrama cuplu, putere, în funcție de turație (catalog DELTA 4,5 OMLAT)

Coeficientul de randament adimensional al vitezei η_{spec_speed} este stabilit din date experimentale de la producător cu o relație liniară de tipul: $\eta_{spec_speed} = a + b \cdot \omega_{motor_rel}$,

$$\eta_{spec_speed} = 0.83 + 0.08 \cdot \omega_{motor_rel} \,. \tag{3.29}$$

Coeficientul de eficiență adimensional al încărcării η_{spec_load} poate fi interpolat dintr-o tabelă care este extrasă conform [81] din [106] și care conform autorului este în concordanță cu date experimentale prezentate de [15], dar și cu date din tabelul 3.2.

Tabelul 3.2. Coeficientul de eficiență adimensional al încărcării η_{spec_load} (calculat după [81])

| | η_{spec_load} | | | | | | | | | |
|---------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|-----|-----|--|--|
| | 0,01 | 0,60 | 0,70 | 0,83 | 0,93 | 0,97 | 1,0 | ,96 | | |
| load _{motor_rel} | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | | |

Folosind ecuațiile (3.26)–(3.27), se calculează cantitatea de căldură generată de motorul electric conform datelor experimentale culese despre viteza de rotație a rotorului și cuplu.



Fig. 3.7. Căldura generată de motorul electric al Electrobroșei DELTA 4,5 OMLAT (rezultate proprii obținute prin calcul cu MATLAB).

În timp ce viteza este relativ ușor de măsurat, momentul de torsiune trebuie determinat din frecarea din rulmenți, pierderile din frecarea rotor-aer, procesul de așchiere și accelerația.

$$\dot{Q}_{motor} = \omega_{motor} \cdot T_{motor} \cdot \eta_{loss_motor} = 2 \cdot \pi \cdot f_{motor} \cdot T_{motor} \cdot \frac{1 - \eta_{motor}}{\eta_{motor}}.$$
(3.30)

Pentru un motor de 4.5 kW, DELTA 4,5 OMLAT cu o viteză între 0–21 000 rpm și o reprezentare grafică pentru un cuplu de 0,025 Nm, 0,05 Nm și foarte aproape de un cuplu de maxim de 3,6 Nm, s-au generat rezultatele din Fig. 3.7. Conform ecuației 3.25, frecvența nominală pentru motorul considerat în studiu, DELTA 4,5 OMLAT, este diferită de valoarea 833 din exemplul [81]:

$$f_{\text{nominal}} = (N_{\text{max}} \times f) / n_{\text{sync}} = (21000 \times 50) / 1500 \approx 700 \text{ Hz}.$$
 (3.31)

Alunecarea este definită ca raportul dintre variația vitezei și variația cuplului. Fracțiunea de căldură din toate pierderile motorului electric este modelată de:

$$\dot{Q}_{rotor} = \dot{Q}_{motor} \cdot \frac{f_{slip}}{f_{svnc}}, \qquad (3.32)$$

$$\dot{Q}_{stator} = \dot{Q}_{motor} - \dot{Q}_{rotor}, \qquad (3.33)$$

$$f_{slip} = \frac{(n_{sync} - n_{rotor}) \cdot P}{120}.$$
 (3.34)

Aerul din spațiul mic dintre rotorul în mișcare și statorul fix, se încălzește, iar această căldură este transportată de fluxul de aer către exterior. Putem aproxima pe porțiuni mici că cele două suprafețe sunt plane.

Pentru un fluid newtonian cum este aerul, forța de frecare este dată de relația:

$$\tau = \mu_{aer} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \mu_{aer} \cdot \frac{\omega_{rotor} \cdot \frac{u_{rotor}}{2}}{h_{gap}}$$
(3.35)

unde $\mu_{aer} = 18.5 \cdot 10^{-6} [Ns/m^2]$ este vâscozitatea dinamică a aerului, *u* – reprezintă viteza aerului în direcția circumferinței (frontieră), *y* – coordonata radială (înălțimea deasupra frontierei), ω_{rotor} – frecvența de rotație ($\omega = u / r, r$ – raza care se aproximează prin valori lineare), *d_{rotor}* – diametrul rotorului și *h_{gap}* – spațiul dintre rotor și stator. Cuplul de rotație la o viteză dată și o frecvență de rotație a rotorului f_{rotor} (considerăm rotorul un cilindru de lungime l_{rotor}) este:

$$T = r_{rotor} \int \tau dA_{rotor} = \frac{\pi \cdot d_{rotor}^3 \cdot l_{rotor} \cdot \mu_{aer} \cdot f_{rotor}}{2 \cdot h_{gap}},$$
(3.36)

unde A_{rotor} reprezintă suprafața cilindrului care este rotorul. Puterea pierdută prin frecare vâscoasă cu aerul este dată de:

$$P = \omega_{rotor} \cdot T = \frac{\pi^3 \cdot d_{rotor}^3 \cdot l_{rotor} \cdot \mu_{aer} \cdot f_{rotor}^2}{h_{gap}}$$
(3.37)

Datele motorului 4.5 kW DELTA 4,5 OMLAT sunt: $d_{rotor} = 74,3$ mm; $l_{rotor} = 120$ mm; $h_{gap} = 0,3$ mm; $n_{rotor} = 0-21000$ rpm; Freevența $f_{rotor} = n_{rotor} / 60$ Hz, adică $f_{rotor} = 0-350$ Hz.

Vâscozitatea cinematică a aerului variază cu temperatura. De exemplu, pentru 18 °C, $v_{aer} = 14,88 \cdot 10^{-6} \text{ [m^2/s]}$ iar pentru 70 °C, $v_{aer} = 19,86 \cdot 10^{-6} \text{ [m^2/s]}$, ca urmare pentru intervalul 18–70 °C în care consideram temperatură normală de lucru putem considera constantă $v_{aer} =$ 14,88 · 10⁻⁶ [m²/s]. Cu datele motorului 4.5 kW DELTA 4,5 OMLAT și un flux de aer între 0 [m³/s] și 4 · 10⁻³ [m³/s], rezultă curbele teoretice din Fig. 3.10, simulare realizată cu Matlab/Simulink.



Fig. 3.10. Coeficient de transfer de căldură pentru răcirea cu aer a motorului la presiunea aerului ambiental

Vom utiliza metodologia [81] pentru cazul nostru particular, circuit de răcire elicoidal pentru arbori principali cu rulmenți integrați cu motorul electric. Lichidul de răcire (apa) curge în buclă continuă prin canalul elicoidal conform. Canalul elicoidal are un profil dreptunghiular. Coeficientul de convecție este dependent de debitul cu care este recirculată apa de răcire, dar este independent de viteza de rotație a arborelui, deoarece apa de răcire nu este în contact direct cu suprafețele arborelui si ale componentelor de pe acesta. Ca urmare, profilul de viteză al fluidului nu este afectat de mișcarea de rotație a arborelui.



Fig. 3.12. Coeficientul de transfer al căldurii raportat la fluxul de răcire

Coeficientul de transfer al căldurii în regim staționar între suprafața carcasei și aer se presupune că ar fi 9,7 [W/m²K], valoare preluată din literatura de specialitate. Pentru aerul ambiental care se rotește la ieșirea arborelui către portsculă, coeficientul de transfer al căldurii poate fi aproximat cu o funcție pătratică [81], Fig. 3.12:

$$\alpha = (9.7 + 5.33 \cdot v_{\text{suprafata}}^{0.8}), \tag{3.46}$$

unde $v_{suprafața}$ –viteza medie de la ieșirea axului este dependentă de rotația axului. Convecția cu aer într-un rulment (aici ne referim la rulmenți cu contact unghiular), este determinată de suprafața de contact a aerului care cuprinde suprafețele a *Z* bile, suprafața inelului interior și suprafața inelului exterior:

$$A_{\text{suprafata}} = A_{\text{inel_interior}} + A_{\text{inel_exterior}} + Z \cdot A_{\text{bila}} = \frac{\pi}{4} \cdot d_i^2 + \frac{\pi}{4} \cdot d_o^2 + Z \cdot \pi \cdot D_b^2.$$
(3.47)

Coeficientul de transfer al căldurii este aproximat cu relația [81]:

$$\alpha = (9.7 + 5.33 \cdot \overline{u}^{.8}) \frac{W}{m^2 K}$$
(3.50)

În rulmenții capsulați, aceste aserțiuni nu mai sunt valabile, bilele fiind izolate de exterior prin capace (de obicei izolarea se face cu material plastic sau cauciuc). În acest caz vom considera ca nu exista convecție cu aer în rulmenți.

3.3. DEFORMAȚII TERMICE LA NIVELUL ANSAMBLULUI ARBORE PRINCIPAL-RULMENȚI

Structura arbore-rulment în regim dinamic, se deformează datorită forțelor centrifuge și datorită creșterii temperaturii generate în principal de fenomenul de frecare în rulmenți la care se adaugă eventual și căldura generată de motorul electric, în cazul ansamblurilor motorizate. Deplasările radiale și axiale sunt inerente odată cu creșterea temperaturii și în practică sunt foarte dificil de măsurat.

Atunci când un corp solid este supus unei temperaturi mai ridicate, volumul corpului crește datorită fenomenului de dilatare. În solide, moleculele sunt situate unele lângă altele, contribuind la forma solidului respectiv (și a suprafețelor). Când temperatura solidului crește,

moleculele tind să vibreze mai rapid și să se depărteze unele de altele, energia cinetică a materialului crește, deci și volumul structurii se mărește.

Întrucât temperatura variază de-a lungul arborelui (sursele de căldură sunt rulmenții), se alege o formulă aproximativă, valoarea temperaturii pe un segment fiind valoarea medie a temperaturii de la capetele arborelui. Întrucât variațiile unghiului în funcție de viteza de rotație sunt nelineare, și variația lungimii arborelui va avea o neliniaritate, chiar dacă panta este mai mică, datorită contribuției date de cele două segmente $x_{fr} = 65,7$ mm și $x_{fl} = 75,4$ mm (Fig. 3.18).



Fig. 3.18. Deformare axială în funcție de viteza de rotație

3.4. MODELE ALE ARBORELUI CU RULMENȚI FOLOSIND REȚELE TERMICE

În cazul practic cu rulmenți radiali axiali cu bile cu contact unghiular se folosesc formulele (3.51)–(3.54) având ca variabile materialul folosit (bile de oțel sau material ceramic Fig. 3.19–3.20), geometria, numărul de bile, lubrifiant, forța de pretensionare/preîncărcare (unghiul de contact dinamic bilă-rulment) și modelul folosit, dacă se consideră de exemplu și efectul giroscopic (Fig. 3.21a–3.21b).

$$R_{1ri} = R_{0ri} [1 + \alpha_T \cdot (T_r - T_0)];$$

$$R_{1ro} = R_{0ro} [1 + \alpha_T \cdot (T_r - T_0)]; R_{1s} = R_{0s} [1 + \alpha_T \cdot (T_s - T_0)].$$
(3.51)

$$R_{2ri} = R_{1ri} \cdot \left(1 + \frac{\left[(3+\nu)R_{1ri}^2 + (1-\nu)R_{1ri}^2 \right] \rho_r \omega_s^2}{4E} \right), \tag{3.52}$$

$$R_{2ro} = R_{1ro} \cdot \left(1 + \frac{\left[(1 - \nu) R_{1ro}^2 + (3 + \nu) R_{1ro}^2 \right] \rho_r \omega_s^2}{4E} \right), \tag{3.53}$$

$$R_{2so} = R_{1so} \cdot \left(1 + \frac{(1+2\nu)R_{1so}^2 \rho_r \omega_s^2}{4E} \right)$$
(3.54)



Fig. 3.19. Căldura generată de o bilă de oțel comparativ cu bilă ceramică cu același diametru, în rulmenți cu aceleași dimensiuni geometrice, funcție de preîncărcare, intervalul de preîncărcare 0–500 N



Fig. 3.20. Căldura generată de o bilă de oțel comparativ cu bilă ceramică cu același diametru, în rulmenți cu aceleași dimensiuni geometrice, funcție de preîncărcare, intervalul de preîncărcare extins (conform practicii din literatura de specialitate) 0–45 000 N



Fig. 3.21. Căldura generată: a - de un rulment cu contact unghiular cu <math>Z = 25 bile, funcție de preîncărcare, intervalul de preîncărcare 0-500 N (a); b - de un rulment cu contact unghiular cu <math>Z = 25 bile, funcție de preîncărcare, intervalul de preîncărcare extins (conform practicii din literatura de specialitate) 0-45 000 N, dimensiuni rulment

| | F_p [N] | | | | | | | | | | |
|----------------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|--|
| <i>n</i> [rpm] | 0.0 | 100.0 | 500.0 | 1000.0 | 3000.0 | 6000.0 | 10000.0 | 20000.0 | 30000.0 | 45000.0 | |
| 6000 | 715,6 | 720,5 | 740,9 | 768,4 | 897,4 | 1136,7 | 1518,4 | 2691,7 | 4103,7 | 6565,6 | |
| 10000 | 1664,0 | 1673,2 | 1711,1 | 1760,7 | 1982,9 | 2379,0 | 3004,6 | 4937,2 | 7271,8 | 11358,2 | |
| 15000 | 3402,0 | 3413,4 | 3461,3 | 3526,1 | 3834,2 | 4412,8 | 5341,0 | 8202,6 | 11680,8 | 17890,5 | |

Tabelul 3.3. Căldura generată de un rulment cu contact unghiular cu Z = 25 bile

O reprezentare tabelară a datelor din Fig. 3.21, pentru n = 6000 rpm, cu rotunjire la primele două zecimale este dată în tabelul 3.3. Considerăm pentru o analiză preliminară rulmenții cu contact unghiular și datele geometrice folosite pentru cazul din Fig. 3.22, un element de secțiune cu un singur rulment, situat în poziția dreapta, extrem.



Fig. 3.22. Rețeaua termică parțială pentru un model de rulment, arbore, carcasă, cu reprezentarea componentelor geometrice

Folosim un model adaptat la situația din Fig. 3.22. Rulmenții au dimensiunile geometrice: (a) 7014 CETNH/HCP4AQBCA bile cu contact unghiular, d = 70 mm, D = 110 mm, B = 20 mm, Z = 25, și rigiditatea axială $k_{ax} = 120$ N/µm; (b) N1012 RGT42KRCC1P4, cu role cilindrice, d = 60 mm, D = 95 mm, B = 18 mm, Z = 20, lungime rolă L = 9 mm.

Cantitatea de căldură generată (tabelul 3.3) de rulment se va împărți în două cantități egale sau va fi punctuală, în cazul concret studiat (cele două abordări obișnuite din literatura de specialitate). Prin similaritate cu legile lui Kirchoff vom scrie ecuațiile de echilibru pentru fiecare nod (17 ecuații, temperaturile în noduri reprezentând mărimile necunoscute (fig 3.22).

Necunoscutele sunt T_i , i = 1, ..., 17 iar $T_a = 25,5$ °C – temperatura ambientală, temperatura aerului exterior. De notat că rezistențele $R_{17,19}$, $R_{14,19}$ și $R_{8,18}$ sunt rezistențe convective, ca urmare conductanțele convective corespunzătoare $K_{17,19}$, $K_{14,19}$ și $K_{8,18}$ aparțin vectorului b, împreună cu sursa de căldura Q. În final, sistemul de ecuații trebuie să arate de forma $K \cdot T = b$ cu soluția $T = K^{-1} \cdot b$ unde K reprezintă matricea conductanțelor iar b sursele de căldură sau răcire (inclusiv temperatura ambientală).



Fig. 3.24. Un nod termic: $Q_1...Q_v$ – surse de căldură; $T_{j1}...T_{jm}$ intrări de la nodurile precedente; $T_{jm+1}...T_{jq}$ ieșiri către alte noduri; T_a – noduri de ieșire către temperatura ambientală (toate nodurile au același T_a dar au conductanțe *K* diferite, $K_{a1},...,K_{ah}$)

Pentru a implementa automat rețeaua termică este nevoie să găsim o formă de calcul a matricei K și b fără a mai trece prin ecuațiile nodurilor, și anume direct linia matricei K din ecuația acestui nod. Notăm nodurile rețelei de la 1 la N_t , N_t fiind numărul total de noduri. Ecuația nodului general din Fig. 3.24 se poate scrie folosind teorema 1 a lui Kirchoff sub forma:

$$K_{j1,i}(T_{j1} - T_i) + \dots + K_{jm,i}(T_{jm} - T_i) - K_{i,jm+1}(T_i - T_{jm+1}) - \dots - K_{i,jq}(T_i - T_{jq}) - K_{a1}(T_i - T_a) - \dots - K_{ah1}(T_i - T_a) = Q_1 + \dots + Q_{\nu},$$

$$K_{j1,i} \cdot T_{j1} + \dots + K_{jm}T_{jm} + K_{i,jm+1}T_{jm+1} + \dots + K_{i,ja}T_{ia}$$
(3.96)

$$-(K_{j1,i} + \dots + K_{jm,i} + K_{i,jm+1} + \dots + K_{i,jq} + \dots K_{a1} + \dots + K_{ah1}),$$
(3.97)

$$I_{i} = Q_{1} + ... + Q_{v} - (K_{a1} + ... + K_{ah1}) \cdot I_{a}$$

$$k_{j1,i} \cdot T_{j1} + ... + k_{jm,i}T_{jm} + k_{i,jm+1}T_{jm+1} + ... + k_{i,jq}T_{jq} -$$

$$k_{ii} \cdot T_{i} = Q_{1} + ... + Q_{v} - (K_{a1} + ... + K_{ah1}) \cdot T_{a}$$

$$(3.98)$$

unde:

$$\begin{bmatrix} k_{11} \ k_{12} \dots k_{1n} \\ k_{11} \ k_{12} \dots k_{1n} \\ \vdots \ \vdots \ k_{n1} \ k_{n2} \dots k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}.$$
(3.99)

Din ecuațiile (3.96)–(3.99) sunt ușor de identificat indicii din matricea K și valorile corespunzătoare ale conductanțelor, identificând nodurile adiacente nodului de interes T_i unde i este indexul nodului din numărătoarea totală a nodurilor. Propunem un algoritm original de construcție al matricei $K = [k_{ij}]_{i=1,n}$ bazat pe observațiile simple de până acum.

Sistemul de ecuații este dat de ecuațiile Kirchoff de echilibru pentru fiecare nod *i*, dacă avem construită rețeaua, cu nodurile numerotate, muchiile grafului orientate și conductanțele K_{ij} dintre noduri calculate. Având matricea *K* și matricea *b*, rezolvarea sistemului de ecuații lineare K * T = b se poate face fie cu metode iterative (Gauss-Seidel) sau simplu, folosind Matlab, $T = K \setminus b$.



Fig. 3.25. GUI, introducere de puncte temperatură ambientală și conductanțe pentru calculul matricii *K* și vectorului *b*

- Pas 1. Inițializare matrice K, de dimensiune n×n cu valoarea zero, unde n este numărul total de noduri.
- Pas 2. Pentru fiecare linie *i*, se calculează linia de conductanțe k_{ij} folosind ecuațiile (3.96)–(3.99)
- Pas 3. Pentru fiecare linie *i*, se calculează termenul b_i conform ecuației (3.96)

În cadrul cercetărilor preliminare, propunem o interfață grafică a utilizatorului (GUI – Graphic User Interface) pentru construcția grafului care reprezintă rețeaua termică (Fig. 3.25). Rezultatele simulării pentru o sursă de caldură de 276,43 W, corespunzătoare unei forțe de prestrângere de 300 N la o turație a axului de 2.000 rpm.

Precizia modelului va depinde în mod clar de nivelul de discretizare pentru rețeaua termică în cazul arborelui cu rulmenți. Prin comparație, un nivel de 1.000 de elemente tetraedale pentru o modelare cu elemente finite va produce o precizie foarte apropiată de realitate, dar modelarea cu rețea termică cu 1 000 de noduri este foarte dificil de efectuat manual.

3.5 OPTIMIZAREA DURABILITĂȚII RULMENȚILOR CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR ÎN FUNCȚIE DE PARAMETRII DE LUCRU AI ARBORELUI PRINCIPAL

Luăm în considerare faptul că arborele cu rulmenți respectiv carcasa au geometria și caracteristicile materialelor prestabilite de constructor. Locația rulmenților este de asemenea dată de constructor. Rămân ca atare puține elemente ce pot fi investigate pentru a optimiza funcționarea arborelui. Unul din parametrii importanți în optimizare este durabilitatea ansamblului arbore principal-lagăre cu rulmenți care este dependent în principal de durabilitatea rulmenților. Rulmenții radial-axiali cu bile cu contact unghiular sunt cei care determină în mod esențial această durabilitate. Pentru a face o estimare prin calcul asupra durabilității vom propunem și dezvoltăm metodologia din capitolul 18 din [79] cu algoritmul propus în Fig. 3.27.

$$L = \left(L_i^{-e} + L_o^{-e}\right)^{-1/e} \tag{3.100}$$

unde e = 10/9 pentru rulmenții cu contact unghiular și e = 9/8 pentru rulmenții rolă (cilindru cu contact liniar, L_i – durabilitatea inelului care se rotește iar L_o – durabilitatea inelului static.



Fig. 3.27. Schema logica a algoritmului

Pentru rulmenții cu contact unghiular, păstrând notația Q pentru forța aplicată bilei (va fi suma forțelor pentru Z bile), formula devine:

$$L = \left(L_i^{-10/9} + L_o^{-10/9}\right)^{-9/10},$$
(3.101)

$$L_i = \left(\frac{Q_{ci}}{Q_{ei}}\right)^3,\tag{3.102}$$

$$Q_c = 9.81 \left(\frac{2f}{2f-1}\right)^{0.41} \frac{(1\mp\gamma)^{1.39}}{(1\pm\gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos\alpha}\right) D^{1.8} Z^{-1/3}, \qquad (3.103)$$

$$Q_{ei} = \left(\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^{j=Z} Q_j^3\right)^{1/3}$$
(3.104)

Durabilitatea *L* este calculată în milioane de rotații și notând cu *n* turația arborelui în rpm, *L* în ore este dată de: $LT = \frac{L}{60 \cdot n}$. Bilele sunt din oțel dar în situația unor bile ceramice, se va modifica atât masa bilelor, constanta de material, cât și forța centrifugă și momentele.



Fig. 3.28. Încărcarea nominală pe o bilă din rulment cu contact unghiular, Q_i și Q_o în funcție de turație și forță de prestrângere (pasul 4 din algoritm), domeniul de prestrângere [0 500] N



Fig. 3.29. Încărcarea nominală pe o bilă din rulment cu contact unghiular, Q_i și Q_o în funcție de turație și forță de prestrângere (pasul 4 din algoritm), domeniul de prestrângere extins $[0 4,5 \times 10^4]$ N

Bilele sunt din oțel dar în situația unor bile ceramice, se va modifica atât masa bilelor, constanta de material, cât și forța centrifugă și momentele. Ca urmare este de așteptat ca unghiurile interioare și exterioare ale contactului bilei cu inelele interior și exterior să fie mai mic. Durata de viață *LT* calculată este dată în Fig. 3.30-3.31.



Fig. 3.30. *LT* funcție de forța de prestrângere și viteza de rotație a arborelui în regim dinamic, domeniul de prestrângere [0 500] N



Fig. 3.31. *LT* funcție de forța de prestrângere și viteza de rotație a arborelui, în regim dinamic, domeniul de prestrângere extins $[0 4,5 \times 10^4]$ N

Prestrângerea este utilă în cazurile practice până la 400–500 N, valori maxime recomandate și de producători. Ca urmare, rezultatele din Fig. 3.19, Fig. 3.21, Fig. 3.28 și Fig. 3.30 au fost prezentate pentru prestrângeri în domeniul [0 500] N. În lucrări care publică cercetări din domeniul tezei, rezultatele se aplică pe un domeniu extins, $0-4,5\times10^4$ N, chiar dacă nu se aplică în mod curent în practică și conform acestora, s-au extins rezultatele și în teza prezentă în graficele din Fig. 3.20, Fig. 3.21, Fig. 3.29 și Fig. 3.31.

Varianta de optimizare utilizată de obicei este funcție de durabilitate. Se selectează o viteză de rotație de unde se deduce forța de prestrângere. Dacă însă considerăm că durabilitatea și viteza de rotație sunt variabile care intră în cost, atunci se poate determina forța de prestrângere din graficul din Fig. 3.30–3.31 și tabelar din Tabelul 3.4.

| 5.50 | | | | | | | | | | | |
|---------|------|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | $F_p[N] \times 10^6$ | | | | | | | | | |
| N [rpm] | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
| 500 | 3,89 | 3,37 | 3,04 | 2,84 | 2,70 | 2,60 | 2,52 | 2,46 | 2,41 | 2,39 | 2,36 |
| 1000 | 3,54 | 3,09 | 2,78 | 2,57 | 2,41 | 2,30 | 2,21 | 2,13 | 2,08 | 2,04 | 2,02 |
| 3000 | 2,90 | 2,65 | 2,42 | 2,24 | 2,12 | 2,04 | 1,99 | 1,96 | 1,92 | 1,88 | 1,87 |
| 6000 | 2,46 | 2,30 | 2,14 | 2,01 | 1,91 | 1,83 | 1,79 | 1,76 | 1,74 | 1,72 | 1,69 |
| 10000 | 2.01 | 1.85 | 1.69 | 1.56 | 1.47 | 1.39 | 1.33 | 1.28 | 1.23 | 1.19 | 1.19 |

Tabelul 3.4. *LT* funcție de forța de prestrângere (F_p) și viteza de rotație a arborelui, grafic din Fig.

Algoritmii de optimizare lineară sau nelineară, cu constrângeri sau fără constrângeri, bazați pe gradient sau free-derivative sunt foarte potriviți pentru o problemă cu un număr mic de variabile (2–8). O soluție eficientă este folosirea algoritmilor evolutivi, în special algoritmii genetici.

Cea mai mare dificultate este însă definirea funcției obiectiv, dacă includem și parametrul viteză de rotație cât mai mare, de exemplu, deși în anumite cazuri și convergența algoritmului poate fi o problemă care necesită variante ale algoritmului de bază, O formulă propusă poate fi o combinație lineară ponderată (de ponderi w_1 și w_2 , subunitare cu $w_1 + w_2 = 1$) a celor două obiective, o soluție de tip multi-obiectiv:

$$f_{\cos t} = w_1 \cdot f_1 + w_2 f_2, \quad f_1 = 1/LT, \quad f_2 = 1/speed,$$
 (3.106)

3.6 OPTIMIZAREA ARBORILOR PRINCIPALI CU RULMENȚI AVÂND LA BAZĂ O SELECȚIE A PARAMETRILOR DE LUCRU ȘI UN MODEL TERMOELASTIC

Contribuțiile originale din această secțiune își au sursa de inspirație în [116] și [26]. Optimizările abordate nu sunt o combinație între cele două surse ci o abordare nouă a problematicii legate de optimizarea funcționării arborilor principali cu rulmenți, în funcție de o selecție a parametrilor de interes implicați în funcționare.

Vom considera o abordare de tip multiobiectiv, cu o geometrie a carcasei mai complexă decât cea prezentată în [116] și o optimizare a frecvențelor proprii [26] simultan cu o reducere a temperaturii la nivelul arborelui și carcase. Deformațiile axiale ale arborelui produse de fenomenele termo-mecanice și de căldura generată de rulment dar și de fenomenele de frecare care modifică geometria acestuia conduc prin urmare la modificări și în frecvențele proprii ale ansamblului arbore-rulmenți-distanțiere-bucșe-carcasă.

Este importantă și turația la care lucrează arborele, în literatură fiind precizată turația nominală. Pentru cazul considerat, în cercetare am respectat recomandările producătorului și am făcut studiul la o turație nominală n = 2.000 rpm (în literatură, valorile întâlnite sunt 1 200–2.500 rpm). Motivațiile alegerii sunt date de obiectivul de a avea termeni de comparație a rezultatelor obținute cu cele publicate în literatură.

Nu în ultimul rând, materialul din care este făcut ansamblul, poate contribui la o durabilitate mai mare a sculei așchietoare care conține ansamblul arbore principal-rulmenți și la o rugozitate mai mică a suprafeței prelucrate. În cazul nostru, materialele sunt cele din catalogul pentru rulmenți, arbore și carcasă. Pentru restul materialelor (distanțiere) s-au luat valori din literatură, Au fost făcute o serie de aproximări, neglijând bucșele și piulițele iar formele geometrice au fost simplificate, rezultând mărimile selectate din Fig. 3.32–3.33.



Fig. 3.32. Notațiile pentru dimensiunile geometrice ale arborelui principal și ale pozițiilor rulmenților luate în considerare în optimizarea propusă



Fig. 3.33. Notațiile pentru dimensiunile geometrice ale carcasei luate în considerare în optimizarea

propusă

În algoritmul de optimizare propus, s-au luat în considerare câteva restricții ce rezultă din metode de construcție, și anume cei patru rulmenți din Fig. 3.32-3.33 sunt montați în tandem în O, ca urmare sunt considerați un singur bloc, determinat de o singură variabilă de poziție și anume X_2 .

Constrângerile pentru toate variabilele luate în calcul, inclusiv valoarea forței de prestrângere sunt:

| $37 \le X1 \le 67 \text{ (mm)};$ | (3.108) |
|------------------------------------|---------|
| $10 \le X2 \le 26$ (mm); | (3.109) |
| $55 \le X3 \le 85 \text{ (mm)};$ | (3.110) |
| $123 \le X4 \le 163 \text{ (mm)};$ | (3.111) |
| $65 \le X5 \le 85 \text{ (mm)};$ | (3.112) |
| $118 \le X6 \le 158 \text{ (mm)};$ | (3.113) |
| $85 \le X7 \le 115$ (mm); | (3.114) |
| $10 \le Y1 \le 20 \text{ (mm)};$ | (3.115) |
| $80 \le D1 \le 100 \text{ (mm)};$ | (3.116) |
| $95 \le D2 \le 125 \text{ (mm)};$ | (3.117) |
| $170 \le D3 \le 210 \text{ (mm)};$ | (3.118) |
| $0 \le F_p \le 850$ (N). | (3.119) |
| | |

Vectorul de variabile va avea forma $X = \{X1, X2, X3, X4, X5, X5, X7, Y1, D1, D2, D3, F_p\}$, iar funcțiile de optimizare sunt definite de ecuația (3.107), f_1 și f_2 . Algoritmul complet de optimizare cu detalii este descris în cele ce urmează:

- Pas 1. Inițializarea populației de P individuali pentru variabilele X, în corespondență lineară de codificare binară pentru algoritmul genetic, în domeniile de constrângere date de ecuațiile (3.108)–(3.119).
- Pas 2. Se calculează în MATLAB valorile unghiurilor de contact pentru turația n = 2.000 rpm și funcția de prestrângere F_a din vectorul X de variabile.
- Pas 3. Se calculează în MATLAB valorile cantității de căldură generate de rulmenții cu contact unghiular și rulmentul cu role.
- Pas 4. Pentru toți individualii din populația P se efectuează următoarele simulări:
 - Pas 4.1. Se simulează în SolidWoks modelul termic al arborelui cu materialele prestabilite și dimensiunile date de *X*. Temperatura ambientală se consideră $T_{amb} = 25^{\circ}$ C. Se extrag temperaturile T_i .
 - Pas 4.2. Se calculează funcția obiectiv f_2 .
 - Pas 4.3. Se face analiza modală SolidWoks în condițiile statice, dimensiunile date de X, fără valoarea F_a (se consideră unghiul de contact al bilelor fără încărcare de prestrângere sau încărcare axială). Se extrag valorile N_1 , N_2 și N_3 .
 - Pas 4.4. Se calculează funcția obiectiv f_1 .

- Pas 5. Se evaluează funcțiile obiectiv conform ecuației (3.107). Individualul k din populație cu valorile obiectiv funcție cele mai mici este cel optim și se selectează ca fiind optim.
- Pas 6. Dacă sunt îndeplinite condițiile de stop se merge la Pas 12. Dacă nu sunt îndeplinite condițiile se continuă algoritmul genetic cu operațiile specifice.
- Pas 7. Selecție individuali, modul tournament, criteriul elitism.
- Pas 8. Se efectuează operațiile de Crossover în două puncte, cu probabilitate pcross.
- Pas 9. Se efectuează operațiile de *Mutație* cu probabilitate p_{mut} .
- Pas 10. Se generează noua populație cu individuali mai performanți.
- Pas 11. Se merge la Pas 2.
- Pas 12. STOP algoritm.

Datele de simulare au fost P = 30, $p_{cross} = 0,35$, $p_{mut} = 0,01$, și numărul maxim de generații de maximum 25, Pentru fiecare individual din populație, la fiecare generație au fost modificate dimensiunile geometrice ale arborelui, carcasei și locației rulmenților în SolidWorks rezultând o nouă simulare pentru regimul termic și o nouă simulare pentru analiza modală. În total au rezultat $30 \times 25 = 750$ modele diferite dimensional care au trebui redesenate și simulate în SolidWoks cu calcule de generare căldură în Matlab. Operațiile au fost făcute manual, nefiind posibilă în faza actuală o interfață MATLAB Simulink pentru un proces automatizat de rulare în *batch*. Rezultatele iterațiilor sunt arătate în Fig. 3.35–3.38 și tabelul 3.5, rezultând valori optime începând cu iterația 20, cu alte cuvinte a 20 a generație a populației.



Fig. 3.35. Convergența frecvențelor proprii în funcție de iterații: a –prima; b – a doua; c – a treia.



Fig. 3.36. Evoluția parametrului X5 funcție de iterații



Fig. 3.37. Evoluția parametrului X2, poziție rulmenți în funcție de iterații



Fig. 3.38. Evoluția f_2 (temperatură maximă) în funcție de iterații

Tabelul 3.5. Tabel cu valori optime ale vectorului X după 25 iterații (dimensiunile geometrice sunt în mm iar F_p este în N)

| | | | | | P | | , | | | | |
|------------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------|-------|-----|
| <i>X</i> 1 | X2 | <i>X</i> 3 | <i>X</i> 4 | <i>X</i> 5 | <i>X</i> 6 | <i>X</i> 7 | <i>Y</i> 1 | D 1 | D2 | D3 | Fp |
| 53,21 | 24,91 | 68,34 | 146,1 | 80,53 | 121,6 | 101,67 | 16,25 | 90,62 | 169,44 | 196,2 | 683 |

Convergența algoritmilor este asigurată de teoria care stă în spatele acestora și, ca urmare, opțiunea nu este critică pentru selecția algoritmului; timpul critic este dat de construcția modelelor. Pe de altă parte, funcția f_2 poate avea mai multe forme, depinde cum definim temperatura optimă la care lucrează arborele principal, având în vedere mai multe puncte de observație T_i , localizate în zone în care temperatura este cea mai ridicată. Aceste aspecte și alte forme ale funcției f_2 vor fi dezvoltate în cercetări viitoare.

3.7. CONCLUZII

Forma segmentelor din care este construit arborele, dacă există o varietate mare de dimensiuni și elemente conice sau tronconice, implică multe matrici de rigiditate care asamblate vor genera un sistem de ecuații cu matrici de dimensiuni foarte mari cu calcule iterative laborioase, și soluții a căror convergență poate implica foarte mulți pași.

Pentru optimizarea parametrilor în funcție de variabile, vom dezvolta o soluție bazată pe algoritmi genetici care va fi utilizată folosind și alte variabile, cum ar fi temperatura.

Ca urmare a acestor rezultate preliminare, apar noi probleme de studiat și cerințele de optimizare, cum ar fi durabilitatea rulmenților sau arborelui care necesită metode complexe de rezolvare în concordanță cu rezultatele experimentale care trebuie înregistrate cu o precizie suficientă pentru un model valid funcțional.

CAPITOLUL 4 CONTRIBUȚII PRIVIND OPTIMIZAREA COMPORTĂRII FUNCȚIONALE A ANSAMBLURILOR DE TIP ARBORE PRINCIPAL PENTRU TURAȚII MARI

4.1. ALGORITMI DE CALCUL AL UNGHIULUI DE CONTACT PENTRU RULMENȚI CU BILE CU CONTACT UNGHIULAR FOLOSIND TEHNICI GENETICE

Așa cum am prezentat în capitolele anterioare, sistemul de ecuații interdependente și dependente nelinear față de celelalte ecuații algebrice ia în considerare ca variabile necunoscute vectorul $X = \{X_{1k}, X_{2k}, \delta_{ik}, \delta_{ok}\}$ unde δ este notația pentru deformația elastică a bilei rulmentului. Metoda folosită în mod curent este metoda numerică Newton-Raphson sau câteva forme care sunt bazate pe tehnici derivative și se poate folosi Jacobianul pentru a actualiza valorile vectorului *X* la fiecare iterație până când este atinsă eroarea dorită a soluțiilor

Se folosește modelul din Fig. 4.1 pentru rezolvarea căruia se propune utilizarea unui algoritm genetic cu operator de imigrație (GAMI).



Fig. 4.1. Model al unui rulment bile cu contact unghiular, relația dintre centrul bilei și razele de curbură inel interior/exterior

$$(A_{1k} - X_{1k})^2 + (A_{2k} - X_{2k})^2 - \Delta_{ik}^2 = f_1 = 0, \qquad (4.1)$$

$$X_{1k}^2 + X_{2k}^2 - \Delta_{ok}^2 = f_2 = 0, \qquad (4.2)$$

$$Q_{ok}\cos\alpha_{ok} - \frac{M_{gk}}{D}\sin\alpha_{ok} - Q_{ik}\cos\alpha_{ik} + \frac{M_{gk}}{D}\sin\alpha_{ik} - F_{ck} = f_3 = 0, \qquad (4.4)$$

$$Q_{ok}\sin\alpha_{ok} + \frac{M_{gk}}{D}\cos\alpha_{ok} - Q_{ik}\sin\alpha_{ik} - \frac{M_{gk}}{D}\cos\alpha_{ik} = f_4 = 0, \qquad (4.4)$$

unde Q este încărcarea pe fiecare bilă (forța care acționează pe fiecare bilă în funcție de poziția bilei), Notăm cu $[a_{ij}]$ Jacobianul ecuațiilor (4.1)–(4.4). Actualizarea la pasul n + 1 în funcție de pasul n este:

$$\{X^{n+1}\} = \{X^n\} - [a_{ij}]^{-1}\{Y^n\}, \ \{y\} = \{y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4\}^{-1}$$
(4.5)

Convergența este puternic dependentă de valorile inițiale. În acest caz nu sunt ușor de ales și nu ține cont de constrângeri (valorile trigonometrice sin si cos trebuie să fie în intervalul [-1, 1]). Algoritmii genetici sunt procese meta-euristice inspirate de procesul de selecție naturală bazat pe teoria evoluționistă a lui Darwin. Un algoritm de tip GA cere o reprezentare a soluției problemei, printr-un cromozom (denumit uneori și genotip) care este un set de parametri care definesc o soluție propusă la problema pe care algoritmul genetic încearcă să o rezolve Setul tuturor soluțiilor este cunoscut sub numele de populație. Funcția de fitness (performanță) este cea care evaluează domeniul soluțiilor și calculează valoarea de optim pentru fiecare cromozom.



Fig. 4.2. Schema bloc GA pentru rezolvare sistem de ecuații nelineare cu dependențe multiple (GAMI)

Setul de ecuații (4.1)–(4.4) este transformat în funcție obiectiv (minimul funcției obiectiv, care trebuie sa fie zero, unde termenii $f_1 = 0$, $f_2 = 0$, $f_3 = 0$ și $f_4 = 0$ sunt termenii din dreapta ecuațiilor (4.1)–(4.4), dependente de vectorul $X = \{X_{1k}, X_{2k}, \delta_{ik}, \delta_{ok}\}$) folosind valoarea absolută *abs*:

$$f_{fitness} = \operatorname{abs}(f_1(X) + f_2(X) + f_3(X) + f_4(X)), \qquad (4.6)$$

Schema bloc GAMI este descrisă în Fig. 4.2. Operatorii din GA sunt cei uzuali: *Selecție*, *Crossover*, *Mutație*, *Imigrație* (operator propus). Funcția de selecție este bazată pe principiul Darwinian de elitism. Primul pas este codarea problemei în șir binar, de valori "0" și "1". Fiecare cromozom va conține patru variabile $X = \{X_{1k}, X_{2k}, \delta_{ik}, \delta_{ok}\}$ iar fiecare variabilă va fi codată pe 16 biți (întreg fără semn). Variabilele, care sunt numere flotante, sunt codate binar, sunt supuse operatorilor din GA, apoi soluția este decodată în flotant și se calculează funcția de fitness la fiecare generație.

Pentru a evita convergența prematură sau convergența într-un minim local în loc de cel global, există propuneri de menținere a diversității individualilor. O tehnică comună de menținere a diversității este, de exemplu, "penalitatea de nișă", adică, pentru orice grup de membri care au un anumit nivel de similaritate (o rază geometrică de nișă) se impune o penalizare. Operația constă în introducerea unor cromozomi -X, adică valoarea negată a cromozomului îndepărtat din populație și înlocuit cu un cromozom "imigrant", cu o cultură diferită (Fig. 4.6). Populația rămâne constantă pe toate generațiile GA.



Fig. 4.6. Operatorul "imigrant" (propus de autor)

Se pornește cu o populație de 200 de individuali, $p_{crossover} = 0,35 p_{mutation} = 0,01$, probabilitatea de imigrare $p_{mig} = 0,15$ raza de imigrare $r_{img} = 3$. După 27 generații (și corespunzător algoritmului clasic Newton-Raphson se atinge aproximativ aceeași eroare, funcția de fitness este aproximativ $0,1 \times 10^{-6}$ (Fig. 4.7).



Fig. 4.7. Funcția de fitness: a – algoritm clasic Newton-Raphson; b – GAMI



Fig. 4.8. Unghiurile α_i și α_o (pentru $\psi = 0$)

Corespunzător acestor soluții, valorile obținute cu GAMI se prezintă în Fig. 4.8. Este de menționat faptul că această convergență nu a fost obținută din prima aplicare a algoritmilor, ci din încercări repetate de rulare cu valori inițiale ("ghicite") modificate în combinații de 1, 2, 3 și 4 valori (corespunzătoare variabilelor).

Metoda rețelelor termice, deși presupune un efort mai mare al utilizatorului, poate fi o soluție fezabilă atunci când se dorește o analiză a unei problematici mai complexe cum ar fi optimizarea duratei de viață a rulmenților.

4.2. MODEL SEMIAUTOMAT DE CONSTRUCȚIE A UNEI REȚELE TERMICE

În cele ce urmează, vom utiliza harta termică a rulmentuluiși rezistențele termice în funcție de geometria elementului regulat (sferă, cilindru, cilindru circular drept, cilindru circular cu alezaj interior), formulele fiind date în ([107], [12]).

RCT este considerată ca fiind o funcție de forma și mărimea zonei de contact dintre două corpuri (în cazul nostru două corpuri elastice, bila și cele două inele de rulment). Zona de contact este o elipsă, cu semiaxele a și b ale căror ecuații sunt descrise în cap. 2 și 3 bazate pe relațiile din [79]. Considerăm că bilele și inelele rulmentului sunt făcute din același material (oțel), având coeficient de conductivitate termică $\lambda = 40-50$ W/(m·K), luăm valoarea medie $\lambda = 45$ W/(m·K).

$$R_{nb} = \frac{\Psi(a/b)}{4\lambda a},\tag{4.8}$$

$$\psi(a/b) = \frac{2}{\pi} K_{\rm l}\left(e, \frac{\pi}{2}\right),\tag{4.9}$$

unde $K_1(e, \pi/2)$ este integrală eliptică de prima speță, funcție de $k = 1 - (b^2/a^2)$:

$$K_1 = \int_{0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \theta)}},$$
(4.10)

RCT pentru fiecare bilă (sunt Z bile în rulment) devine:

$$R_{b} = \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{\psi(a_{0} / b_{0})}{a_{0}} + \frac{\psi(a_{i} / b_{i})}{a_{i}} \right), \tag{4.11}$$

Rezultatele simulărilor sunt descrise în Fig. 4.9. Se observă că rezultatele sunt în concordanță ca ordin de mărime și ca valori cu cele ale rulmenților cu dimensiuni apropiate din literatura de specialitate. Constantele pentru oțel au fost preluate din catalog. Modelul de rulment este cel din Fig. 4.10.



Fig. 4.9. RCT în funcție de preîncărcare, pentru rulmenți în tandem



Fig. 4.10. Model rulment cu șapte puncte de contact: R_0 , R_1 – rezistențe termice, a – indice pentru aer, b – indice pentru rulment

În lucrarea [61] au fost publicate rezultate privind o modalitate propusă pentru construcția semiautomată a unei rețele termice pentru un arbore cu rulmenți și transmisie a mișcării prin curea. Lucrarea a avut ca obiectiv un instrument software de construcție a unei rețele termice cu supervizare, construcția unui generator linear de ecuații simbolice care pot fi rezolvate

folosind un soft numeric (de exemplu Matlab) într-o manieră mai simplă și mai puțin costisitoare decât instrumentele software ce folosesc metoda elementelor finite.

$$\sum_{k=1}^{4} \frac{T_k - T_i}{R_{ik}} + Q_i = m_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad k = \{1, 2, 3, 4\},$$
(4.12)

Centrul fiecărui element bloc este marcat cu un nod și locația este descrisă ca având temperatura întregului element. Sistemul de ecuații este construit pe bilanțul energetic, energia de intrare plus cea care iese au rezultatul 0. Temperatura ambientală a fost considerată o valoare comună în literatură, $T_a = 25^{\circ}$ C. Rezistența termică lineară și formulele uzuale pentru rezistența termică sunt: geometriile corpurilor regulate, bile, cilindru plin, cilindrul gol și rezistența lubrifiantului (vaselină) [107]:

$$R = L / KA , \qquad (4.13)$$

$$R_{radial} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL}, \quad R_{axial} = \frac{\Delta x}{kA}, \quad (4.14)$$

$$R_b = \frac{1}{k_b \pi r_b},\tag{4.15}$$

$$R_{Li} = \frac{r_b}{k_l \left(\frac{2\pi}{n} r_i W_i - \pi r_b^2\right)},$$
(4.16)

$$R_{Lo} = \frac{r_b}{k_l \left(\frac{2\pi}{n} r_e W_e - \pi r_b^2\right)},$$
(4.17)

Astfel, am folosit o metodă de partiționare simplă, inspirată și de propunerile altor autori, în corpuri geometrice, în principal cilindri cu alezaj iar elementele tronconice au fost calculate folosind metoda aproximativă automat prin partiționarea în *n* cilindri (am folosit în mod curent n = 10), pe un desen scalat, fișier *.bmp*, *.tif*, sau *.png* cu instrument simplu, cum ar fi Microsoft Paint din Windows. După partiționare (discretizare), interfața grafică (GUI) încarcă imaginea și un modul de preprocesare corectează vârfurile poligoanelor și liniaritatea segmentelor de dreaptă.

Pentru exemplificare, la trei turații și o variație a preîncărcării între 0 N și $4,5 \times 10^4$ N, căldura generată de un rulment cu contact unghiular este descrisă în Fig. 4.14.



Fig. 4.14. Căldură generată de rulment vs. preîncărcare, rulment cu contact unghiular

Pentru căldura creată de rulmentul cu role, aceasta este mult mai mică (la 3 000 rpm este aproximativ, 45 W) și este practic constantă în intervalul de preîncărcare 0–1 000 N.

Pentru o selecție a nodurilor de pe suprafața exterioară a carcasei ca în Fig. 4.15 valorile temperaturilor corespunzătoare elementelor selectate sunt exemplificate în Fig. 4.16



Fig. 4.15. Selecție manuală a nodurilor de pe suprafața exterioară carcasă pentru afișare temperaturi



Fig. 4.16. Temperaturi pe regiune selectată, cazul a

4.3. ANALIZA DEPENDENȚEI TEMPERATURĂ–FRECVENȚĂ PENTRU UN ARBORE CU RULMENȚI

Această secțiune descrie rezultatele personale obținute de autor și publicate în lucrarea [62]. Calculul frecvențelor naturale joacă un rol important în analiza nodală a sistemelor cu arbori, în special aplicații de micro-frezare specifice domeniului medical (chirurgie și stomatologie).

Este cunoscut faptul că o creștere a temperaturii la care funcționează arborele îi afectează performanțele și fiabilitatea în timp [183]. Aceste performanțe sunt legate de fiabilitate, posibilitate de apariție a unor defecte sau o funcționare necorespunzătoare în general. Variația temperaturii pe lungimea arborelui (arborele este considerat simetric în secțiune) are ca efect deformare termică iar calculele sunt efectuate fie pentru deformare axială fie pentru deformare radială. Ecuația generală de deformație este:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \,, \tag{4.18}$$

Rezultatele din literatură arată pentru arbori de lungimi rezonabile (1–2 m) deformații de la câțiva microni, până la sute de microni la turații mici [207]. După o perioadă tranzitorie, în regim stabil, $\Delta T = T_f - T_{amb}$ unde T_f reprezintă temperatura finală iar T_{amb} temperatura ambientală (în literatură de specialitate se consideră $T_{amb} = 25$ °C sau uneori $T_{amb} = 25,5$ °C.

O secțiune model simplă de arbore cu doi rulmenți cu contact unghiular și un rulment cu role este descrisă în Fig. 4.19. În Fig. 4.20, același arbore este împărțit în L_i secțiuni, i = 1, ..., n, unde n = 6 în acest caz. Împărțirea a fost făcută pe secțiuni care sunt corpuri geometrice regulate.



Fig. 4.19. Un model simplificat de arbore cu rulmenți, cu doi rulmenți cu contact unghiular și un rulment cu role



Fig. 4.20. Modelul corespunzător folosit în analiza termică, matricea de rigiditate globală și analiza modală din instrumentul educațional propus de autor în [62].

Datorită complexității metodei, nu a fost posibilă publicarea completă în [62], ca urmare exemplificăm metoda în cele ce urmează. Rulmenții cu role (role de diametru D_r și lungime L_r) au contact inel interior/inel exterior o linie, de lungime L_r . Căldura generată de rulmenți este dată de $Q = u \cdot F_R$, $H = \omega M$ unde u reprezintă viteza, F_r forța de frecare, M momentul de torsiune. În cazul rulmenților cilindrici radiali nu avem forță de prestrângere, ci doar forță radială (în cazul nostru dată de greutatea carcasei și a arborelui) care se distribuie pe Z role.

În cele ce urmează folosim modelul (2) care deși este mai simplu ca (3) este mai pragmatic pentru o aplicație de genul rulmenților 7014 CE/HCP4A, rulmenți de dimensiuni mici. Considerăm inelul exterior fix, mișcarea descrisă de rotația arborelui pe care este fixat inelul interior, rulmentul cu colivie și flanșe pe exterior. Notăm $\gamma = D_w / d_m$, vitezele relative de alunecare între role și inelele interioare și exterioare ce pot fi exprimate în următoarea formă ([24], [33]), pentru rola j, dacă neglijăm fenomenul de alunecare:

$$v_{ij} = \frac{d_m}{2} \left[(1 - \gamma)(\omega_i - \omega_c) - \gamma \omega_{wj} \right], \qquad (4.20)$$

$$v_{oj} = \frac{d_m}{2} \left[(1+\gamma)\omega_c - \gamma \omega_{wj} \right].$$
(4.21)

$$M_{\nu} = \begin{cases} 10^{-7} f_1(\nu_0 n)^{2/3} d_m^3 & \text{dacă } \nu_0 n \ge 2000\\ 160 \times 10^{-7} f_0 d^3 & \text{dacă } \nu_0 n \le 2000 \end{cases},$$
(4.22)

$$F_c = 3.39 \times 10^{-11} D_w^2 l_t d_m n_m^2, \tag{4.23}$$

$$H_c = F_c v_{io}, \tag{4.24}$$

$$M_{g} = 8.37 \times 10^{-12} D_{w}^{4} l_{t} n_{R} n_{m} \sin\beta.$$
(4.25)

unde, f_1 reprezintă un factor care depinde de rulment și lubrifiant (în cazul rulment role cilindrice, vaselina, din tabel [79] avem valoarea 0,0002–0,0004, și alegem o valoare medie, f_1 =0,0003), v_0 reprezintă vâscozitatea cinematică (depinde de viteza de rotație a rulmentului fixat pe arbore *n*, și variază în cazul nostru și funcție de lubrifiant, cu o valoare între 20 și 400 dată din literatură, alegem o valoare constantă de 20 centistoke, (valabilă la viteze mici în general).



Fig. 4.22. Căldura generată de un rulment 7014 CE/HCP4A, pentru un număr de role Z = 25

Pentru rezolvarea problemei se propune folosirea unei rețele termice care calculează temperatura (Fig. 4.22) pentru fiecare element în parte.

Frecvențele proprii ale ansamblului arbore-rulmenți dar și ale rotorului ca o componentă individuală sunt importante, pentru a evita fenomenul de rezonanță care poate conduce la defecțiuni importante, de natură a afecta buna funcționare a sistemului sau de a evita cazuri extreme care pot conduce la distrugerea componentelor. Evitarea acestui fenomen se poate realiza astfel: monitorizând viteza de rotație a arborelui și cunoscând frecvențele proprii, când se ajunge la aceste viteze de rotație se mărește sau se scade turația, Matricea globală de rigiditate GSMA (asamblată prin metoda tuturor segmentelor) directă este obținută prin metoda directă a calculului rigidității (DSM), așa cum a fost menționată, și este cea mai obișnuită implementare în metoda elementelor finite (MEF).

Software-ul educațional prezentat în [18], *SbfreqAnalizer* prezintă o interfață grafică (GUI) ce este construită în Matlab. Programul principal permite două opțiuni: un arbore simplu predefinit și construcția unui nou arbore folosind tabele și dimensiuni pentru secțiuni cu diametre diferite ale arborelui. În primul caz, curba termică este predefinită și este calculată

pentru trei rulmenți, pentru viteză de rotație a arborelui variabilă (predefinită sau setată de utilizator) între 0 și 6.000 rpm. Materialul considerat este oțel cu o densitate $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$. Această parte are rol pur educațional și poate fi folosită ca introducere împreună cu un ghid aferent care este sub formă pdf, accesibil în documentația programului.

Un arbore mai complicat este cel de la mașina de frezat Schaublin, cu 3 axe NC, portsculă BT40 și o viteză de rotație 9.000 rpm. Fig. 4.23–4.24. S-a modelat același arbore principal în SolidWorks Premium 2012, (Fig. 4.24) pentru a estima erorile din calculul frecvențelor proprii prin metoda propusă. Erorile au fost între 14,93% și 18,96% dar în aceeași direcție, având caracterul unei erori sistematice, clar datorată unei aproximări mai grosiere specifică metodei propuse.



Fig. 4.23. Model simplificat de arbore principal al centrului de prelucrare Schaublin, cu 3 axe comandate numeric, portsculă BT40 și turație maximă 9.000 rpm



Fig. 4.24. Model 3D SolidWorks al ansamblului arborelui principal din Fig. 4.23



Fig. 4.25. GUI MATLAB modul SbfreqAnalizer - Schaublin milling center, with 3 NC axes, BT40 tool holder

Principala idee de uz practic este de a vizualiza deplasarea frecvențelor proprii în funcție de turație în raport cu generarea de căldură în rulmenți și deformarea termică ca urmare a modificării temperaturii de funcționare a arborelui principal. Capturi de ecran din software sunt prezentate în Fig. 4.25. Pentru a simplifica interfața, atunci când sunt transmise mai multe valori, separatorul definit este ";"(punct și virgulă). Modulul de citire a datelor recunoaște terminatorii și extrage valorile în ordinea în care au fost introduse. De exemplu, grafic pentru frecvențele 1 și 3 se va nota 1;3, iar viteza rotorului "500; 1000; 1500; 2000; 3000; 4000; 5000; 6000".

4.4. CONCLUZII

Algoritmii genetici sunt instrumente eficiente în probleme de optimizare și, recent, în rezolvarea ecuațiilor neliniare.

Dificultățile întâmpinate în interfața grafică a utilizatorului în instrumentul Matlab solicită mai mult timp pentru a dezvolta o unealtă automată în stilul de instrument CAD al unui instrument în tipul MEF și multifizică (ANSYS, COMSOL). În secțiunea 4.4. s-a propus o funcție neliniară de aproximare bazată pe o NN, care descrie o relație matematică dată de funcționalitatea NN între frecvențele proprii și turație/vectorul de temperaturi al unui arbore real, simplificat. Rezultatele sunt încurajatoare și în viitor se va căuta și o formă analitică suficient de simplă care să descrie matematic această relație în mod direct.

CAPITOLUL 5 ANALIZA TERMOMECANICĂ COMPLEXĂ A ARBORILOR PRINCIPALI ACȚIONAȚI DIN EXTERIOR – STUDIU DE CAZ

5.1. INTRODUCERE

În dezvoltarea produsului de tip mașină-unealtă sau în exploatarea lor, se utilizează metode de cercetare și de proiectare din categoria modelării și simulării, cum ar fi simularea bloc digitală (*Digital Block Simulation* – DBS), metoda elementelor finite (MEF) sau simularea sistemelor de corpuri rigide (*Rigid Body Simulation* – RBS) [36] separat sau combinat [64]. Fiecare dintre metodele individuale este limitată în estimarea comportării unui ansamblu de tip arbore principal. Prin urmare, toate aceste componente trebuie asamblate astfel încât să se influențeze reciproc ([214], [213], [212], [196], [181], [177]). Metoda termodinamica este o soluție în unele cazuri de analiză a funcționării rulmenților care este utilizată de unii autori ([151], [174]).

5.2. GENERAREA DE CĂLDURĂ ÎN RULMENȚI

Dimensiunile uzuale ale rulmenților cu bile cu contact unghiular utilizate în calcul sunt: r_0 – diametrul exterior al canalului; r_i – diametrul interior al canalului; d_0 – diametrul al căii de rulare exterioare; d_i – diametrul al căii de rulare interioare; D_0 – diametrul bilei; și Z – numărul de bile. Se folosește modelul din Fig. 5.1 și geometria din 5.2 pentru rezolvarea căruia se propune utilizarea unui algoritm genetic cu operator de imigrație (GAMI).



Fig. 5.1. Forțe și momente în ansamblul bile-inele



Fig. 5.2. Geometrie în funcționarea ansamblului bile-inele

Se utilizează teoria de contact Hertz pentru modelarea forței de contact dintre bile și inelul interior și exterior (δ – deformația bilei).

$$(A_{1k} - X_{1k})^2 + (A_{2k} - X_{2k})^2 - \Delta_{ik}^2 = 0, \qquad (5.1)$$

$$X_{1k}^2 + X_{2k}^2 - \Delta_{ok}^2 = 0, \qquad (5.2)$$

$$Q_{ok}\cos\alpha_{ok} - \frac{M_{gk}}{D}\sin\alpha_{ok} - Q_{ik}\cos\alpha_{ik} + \frac{M_{gk}}{D}\sin\alpha_{ik} - F_{ck} = 0, \qquad (5.3)$$

$$Q_{ok}\sin\alpha_{ok} + \frac{M_{gk}}{D}\cos\alpha_{ok} - Q_{ik}\sin\alpha_{ik} - \frac{M_{gk}}{D}\cos\alpha_{ik} = 0.$$
(5.4)

Interdependențele din ecuațiile (5.1)–(5.4) sunt legate de frecvența de rotație ale inelului interior (sau al inelului exterior) fixat pe arbore și sunt date pe scurt de (unghiul de aliniere necorespunzătoare a lagărului este neglijat) [79]:

$$\Delta_{ik} = (f_i - 0.5)D + \delta_{ik}, \qquad (5.5)$$

$$\Delta_{ok} = (f_o - 0.5)D + \delta_{ok}, \qquad (5.6)$$

$$A_{1k} = BD\sin\alpha^0 + \delta_a, \qquad (5.7)$$

$$A_{2k} = BD\sin\alpha^0 + \delta_r \cos\psi_k, \qquad (5.8)$$

$$\cos \alpha_{ok} = X_{2k} / [(f_0 - 0.5)D + \delta_{ok}], \qquad (5.9)$$

$$\sin \alpha_{ok} = X_{1k} / [(f_0 - 0.5)D + \delta_{ok}], \qquad (5.10)$$

$$\cos\alpha_{ik} = (A_{2k} - X_{2k}) / [(f_0 - 0.5)D + \delta_{ik}], \qquad (5.11)$$

$$\sin \alpha_{ik} = (A_{1k} - X_{1k}) / [(f_0 - 0.5)D + \delta_{ik}], \qquad (5.12)$$

$$F_{ck} = \frac{1}{2} m D \omega^2 \left(\frac{\omega_E}{\omega}\right)_k^2, \qquad (5.13)$$

$$M_{gk} = J\omega^2 \left(\frac{\omega_{\mathbf{b}}}{\omega}\right)_k \left(\frac{\omega_E}{\omega}\right)_k \sin\alpha_k, \qquad (15.4)$$

$$Q_{ik} = K_i \delta_{ik}^{3/2}, \quad Q_{ok} = K_o \delta_{ok}^{3/2},$$
 (5.15)

$$\alpha_k = \tan^{-1}(\sin\alpha_{ik}/(\cos\alpha_{ik} - h)), \qquad (5.16)$$

$$\left(\frac{\omega_E}{\omega}\right)_k = \frac{\cos(\alpha_{ik} - \alpha_{ok}) - h \cdot \cos\alpha_{ok}}{1 + \cos(\alpha_{ik} - \alpha_{ok})},$$
(5.17)

$$\left(\frac{\omega_B}{\omega}\right)_k = \frac{1}{h\cos\alpha_k} \cdot \frac{-1}{\left(\frac{\cos\alpha_{ok} + \tan\alpha_k \sin\alpha_{ok}}{1 + h\cos\alpha_{ok}} + \frac{\cos\alpha_{ik} + \tan\alpha_k \sin\alpha_{ik}}{1 - h\cos\alpha_{ik}}\right)}.$$
 (5.18)

Metoda numerică *Newton-Raphson* este utilizată în general pentru a rezolva ecuațiile (5.1)–(5.4) și în acest caz se utilizează rafinările propuse de [27].

Căldura generată de viteza de rotație a rulmentului *n* [rpm] este dată de relația aditivă a trei cupluri de frecare: cuplul de frecare de sarcină, cuplul de frecare vâscos și cuplul de *spinning* [79], [88], [103]. Pentru materialul oțel și numărul de bile *Z*, căldura totală generată de rulment cu contact unghiular este dată de (constanta 1,047 × 10^{-4} este specifică pentru oțel):

$$H_f = Z \cdot (1.047 \times 10^{-4} \cdot n \cdot M_t), \qquad (5.19)$$

$$M_t = M_l + M_v + M_s, (5.20)$$

în care:

$$M_l = f_1 F_\beta d_m, \tag{5.21}$$

$$M_{\nu} = \begin{cases} 10^{-7} f_0(\nu_0 n)^{2/3} d_m^3 & \text{if } \nu_0 n \ge 2000\\ 160 \times 10^{-7} f_0 d_m^3 & \text{if } \nu_0 n < 2000 \end{cases},$$
(5.22)

$$M_s = \frac{3\mu Q_i a_i E_i}{8} \,. \tag{5.23}$$

Notațiile sunt similare cu cele din [103]: d_m – diametru pitch, v_0 – vâscozitate cinematică, n – turația arborelui în rpm, f_0 – constantă ce depinde de tipul de rulment și de ungere, (z, P_0 , și C_0 sunt calculate pe bază de tabele), F_β – sarcină dinamică, E_i – integrală eliptică completă de ordinul al doilea, a – axa principală de deformare a bilei modelată de o elipsă, și μ – coeficient de frecare.

Este luat în considerare momentul giroscopic pentru fiecare bilă a rulmentului, chiar dacă are o valoare mică la turații ridicate ale arborelui [79]:

$$M_g = \frac{1}{60} \cdot \rho \cdot \pi \cdot D^5 \cdot \omega_R \cdot \omega_M \cdot \sin\beta, \qquad (5.24)$$

unde ρ – densitatea materialului, ω_R – viteza unghiulară a bilei în jurul axei proprii, ω_m – viteza unghiulară a bilei, și β – unghiul dintre axa normală *Z* și axa bilei.

Pentru rulmentul cu bile cilindrice, în ecuația. (5.21) momentul de *spinning* este nul, în timp ce F_l ia în considerare linia de contact dintre rolă și căile de rulare interioară și exterioară, astfel încât în funcție de frecare se va considera lungimea cilindrului L [32].

5.3. MĂSURĂTORI EXPERIMENTALE PE ANSAMBLUL ARBORE PRINCIPAL-LAGĂRE CU RULMENȚI

Pentru testele experimentale s-a folosit ansambul arbore principal-lagăre cu rulmenți care aparține unui centru de prelucrare tip Shaublin și care a fost integrat în standul experimetal pentru analiză termomecanică împreună cu un set de senzori de temperatură, accelerometre, traductor de măsurare a turației și un bloc hardware-software de achiziție și procesare a semnalelor colectate de la senzori. Măsurătorile experimentale ale comportării dinamice și termice au fost efectuate direct pe mașina-unealtă, după ce arborele principal a fost supus unei reparații majore [64]. Analiza experimentală își propune să evalueze parametrii dinamici și termici ai arborelui. Măsurarea vibrațiilor arborelui se realizează prin utilizarea de accelerometre fixate pe partea frontală și pe cea din spate a arborelui principal (Fig. 5.3). Comportarea termică este obținută de un senzor laser fără contact Fluke în timpul rotației axelor cu o anumită turație.

Valorile măsurate ale temperaturii și parametrilor vibrațiilor sunt prezentate în tabelele 5.1, 5.2 și în Fig. 5.4 respectiv Fig. 5.5. Din măsurători, rezultă vitezele de vibrație ale lagărului principal L1 și ale celui din spate L2 (Fig. 5.6), precum și nivelul accelerației pentru evaluarea stării rulmenților: lagăr frontal – 0,51 g și lagăr spate – 0,58 g (Fig. 5.7). Spectrul de frecvență este prezentat în Fig. 5.8.



Fig. 5.3. Poziția traductoarelor

| Turația <i>n</i> [rpm] | Lagăr față T1 [°C] | Lagăr spate T ₂ [°C] | Timp [min] | | | | | | |
|------------------------|--------------------|---------------------------------|------------|--|--|--|--|--|--|
| 1000 | 29 | 30 | 18,00 | | | | | | |
| 1500 | 29 | 31 | 18,30 | | | | | | |
| 2000 | 30 | 31 | 19,00 | | | | | | |
| 2500 | 30 | 32 | 19,30 | | | | | | |
| 3000 | 32 | 33 | 19,50 | | | | | | |
| 3500 | 33 | 36 | 20,30 | | | | | | |
| 4000 | 30 | 33 | 20,47 | | | | | | |
| Răcirea activată | | | | | | | | | |
| 4500 | 29 | 30 | 21,15 | | | | | | |
| 5000 | 29 | 30 | 21,30 | | | | | | |
| 5500 | 29 | 20 | 21,55 | | | | | | |
| 6000 | 29 | 30 | 22,20 | | | | | | |
| 6500 | 29 | 20 | 22,40 | | | | | | |
| 7000 | 29 | 31 | 22,51 | | | | | | |
| 7500 | 29 | 31 | 22,22 | | | | | | |
| 8000 | 29 | 31 | 23,50 | | | | | | |
| 8500 | 29 | 31 | 24.25 | | | | | | |

Tabelul 5.1. Monitorizarea temperaturii

 Tabelul 5.2.
 Monitorizarea vibrațiilor.

| Turația <i>n</i> [rpm] | L_1 [mm/s] | g | <i>L</i> ₂ [mm/s] | g |
|------------------------|--------------|------|------------------------------|------|
| 1006 | 0,07 | 0,15 | 0,04 | 0,18 |
| 2012 | 0,14 | 0,28 | 0,08 | 0,36 |
| 3018 | 0,15 | 0,64 | 0,09 | 0,78 |
| 4025 | 0,14 | 0,35 | 0,15 | 0,79 |
| 5031 | 0,31 | 0,29 | 0,23 | 0,83 |
| 6042 | 0,23 | 0,49 | 0,21 | 0,84 |
| 7043 | 0,41 | 0,63 | 0,42 | 1,07 |
| 8049 | 0,47 | 0,54 | 0,54 | 1,22 |
| 8553 | 0,52 | 0,62 | 0,64 | 1,31 |



Fig. 5.4. Temperatura monitorizată, pentru 6000 rpm (lagăr din față – $T_{1\text{max}} = 30$ °C, lagăr din spate – $T_{2\text{max}} = 36$ °C)



Fig. 5.6. Viteza de vibrație în funcție de turație (*L*1, *L*2)



Fig. 5.7. Nivelul accelerației în funcție de turație (*L*1, *L*2)



Fig. 5.8. Spectrul de frecvențe la 8553 rpm

5.4. MODELAREA ȘI SIMULAREA SISTEMULUI ARBORELUI PRINCIPAL

S-au folosit două variante constructive pentru arborele principal [64]. Prima a fost fără răcire și prin urmare, fără circuit de răcire în interiorul carcasei (Fig. 5.9), iar cea de a doua cu un circuit de răcire cu apă. Simulările au fost efectuate pe ansamblul având toate subcomponentele, spre deosebire de majoritatea lucrărilor din domeniu în care simulările sunt efectuate pe versiuni simplificate de arbori principali (fără a include bucșe și uneori distanțiere).

Ansamblul arborelui principal cu rulmenți constă dintr-o combinație cvadruplex de câte două perechi de rulmenți cu bile cu contact unghiular montați spate în spate, separate prin distanțiere și un rulment radial cu role în partea din spate. Rulmenții din lagărul din față sunt pretensionați de piulița din față, iar rulmentul din spate de piulița din spate. Arborele principal este acționat printr-o roată de curea Poly V și transmisia prin curele de la un motor electric de acționare.



Fig. 5.9. Ansamblul arborelui principal fără răcire (secțiune transversală)

Distribuția temperaturii pentru ansamblul arborelui principal fără răcire este simulată în cazul vitezei maxime de 4 000 rpm, după 120 minute de rulare. Se măsoară în trei puncte, în aceleași locații ca în abordarea experimentală pentru evaluarea preciziei modelului: 30 °C în locația rulmentului frontal, 35 °C în locația rulmentului din spate și 33 °C în zona roții de curea Poly V. În aceste condiții, cele mai ridicate temperaturi se găsesc în zona lagărului din spate (35 °C), iar în zona lagărului din față temperatura este de 30 °C în medie. O sarcină mai mare poate fi observată pe rulmentul din spate, care preia o forță de reacțiune mai mare cauzată de pretensionarea întinzătorului de curea. Se observă o uniformitate a temperaturilor pe zonele geometrice, materialele utilizate având o conductivitate mai bună (Fig. 5.26 și 5.27).



Fig. 5.26. Distribuția temperaturilor pentru ansamblul arborelui principal fără răcire și turații de până la 4 000 rpm



Fig. 5.27. Distribuția temperaturilor pentru ansamblul arborelui principal fără răcire și turații de până la 4 000 rpm, valori experimentale și valori simulate

Distribuția temperaturii pentru ansamblul arborelui principal cu lichid de răcire este simulată în cazul unei viteze maxime de 8.500 rpm, începând de la 4.500 rpm și crescând-o treptat timp de 180 minute. Temperaturile măsurate în cele trei puncte, atât în situații experimentale, cât și în situații de simulare, sunt de 29° C în locația lagărului din față, de 30 °C în locația lagărului din spate și de 33 °C în zona roții de curea acționată de o transmisie prin curele Poly V (Fig. 5.28). Comparând cele două situații, fără răcire și cu răcire, putem desprinde următoarele concluzii:

• În primul caz, arborele este încălzit mai mult în zona lagărului din spate (35 °C), dar această suprafață este redusă ca mărime, astfel încât să nu influențeze în mod semnificativ

dilatarea sa. Astfel, încălzirea este uniformă, temperatura zonei pentru fixarea portsculei fiind de 30 °C.

• În cel de-al doilea caz, chiar dacă arborele principal este răcit prin carcasă, temperatura arborelui este mai mare, dar mai uniform distribuită. În zona de fixare a portsculei, temperatura este de 33 °C. Sistemul de răcire contribuie la o răcire mai eficientă a carcasei arborelui principal, care preia cea mai mare parte a căldurii degajate de rulmenți și antrenarea prin curele.



Fig. 5.28. Distribuția temperaturilor pentru ansamblul arborelui principal cu sistem de răcire pentru turații de până la 8 500 rpm

Sistemul de răcire este foarte eficient, deși este geometric complicat și creează o oarecare turbulență, așa cum se vede din studiul fluxului lichidului de răcire (Fig. 5.30). Principalele concluzii ale analizei comportamentului arborelui principal în câmpul termic sunt:

• necesitatea redimensionării rulmentului posterior al arborelui principal, aceasta fiind principala sursă de încălzire;

• trebuie utilizată o nouă soluție constructivă pentru eliberarea capătului posterior al arborelui principal de forțelor din transmisia prin curele (soluție descărcată).



Fig. 5.30. Circulația lichidului prin sistemul de răcire (distribuția de viteze)

5.4.3 Analiza tranzitorie

Analiza tranzitorie se realizează în aceleași condiții de încărcare ca în cazurile anterioare. Rezultatele acestor analize oferă informații despre deformările structurilor cauzate de căldura produsă în rulmenți și de transmiterea prin curele. Analiza este efectuată pe arbore fără răcire (Fig. 5.31 și 5.32), cât și pe arbore cu răcire (Fig. 5.33 și 5.34) funcționând cu turații de până la până 4 500 rpm. Se observă o deplasare predominant axială, valoarea maximă de 11 µm fiind calculată în zona posterioară a arborelui principal. Ca urmare a acestor analize, s-a constatat că lagărul frontal este suficient de rigid, iar tensiunile termice nu induc deformații în această zonă (în special în zona de fixare a portsculei deformațiile sunt sub 1 μ m). Chiar dacă valorile deformațiilor sunt mai mari, precizia arborelui nu este afectată.



Fig. 5.31. Deformațiile termice ale pentru arborele principal fără răcire



Fig. 5.32. Distribuția tensiunii echivalente induse de efectele termice pentru arborele principal fără răcire



Fig. 5.33. Deformațiile arborelui principal sub efect termic cu răcire



Fig. 5.34. Distribuția de tensiune cauzată de efectul termic



Fig. 5.35. Frecvențele proprii ale ansamblului arborelui principal



Fig. 5.36. Modul 1 de vibrații

Tensiunile induse de efectele termice sunt reduse, valoarea lor maximă (tensiunea echivalentă calculată după criteriul Von Misses) fiind de 159 MPa în zona rulmentului din spate (Fig. 5.34). Aceste valori sunt mai mici decât tensiunile admise ale materialelor utilizate. În urma realizării analizei modale interesează frecvențele proprii ale sistemului arborelui principal și modurile proprii de vibrații (Fig. 5.35). Se observa că prima frecvență proprie are valoarea de $f_1 = 1750.3$ Hz care este mult mai mare decât frecvente de rotație pentru turația maximă de 8500 RPM, ceea ce corespunde frecvenței $f_{max} = 143.33$ Hz. Figura 5.36 prezinta modul 1 de vibrații al ansamblului arborelui principal.

5.5. CONCLUZII

Lucrarea a avut o abordare a nivelului de modelare CAD și FEA termomecanică a unui ansamblu principal sprijinit pe lagăre cu rulmenți [64]. Modelul corespunde unui ansamblu real care, pentru a putea fi validat, a fost supus unor măsurători experimentale. Modelarea matematică a căldurii generate în rulmenți stă la baza încărcării termice a modelului FE.

CAPITOLUL 6. CONCLUZIILE TEZEI DE DOCTORAT, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI DIRECȚII DE CERCETARE VIITOARE

6.1. CONCLUZIILE TEZEI DE DOCTORAT

Cercetările privind optimizarea comportării funcționale a ansamblurilor de tip arbore pentru turații mari au fost complexe și laborioase si au presupus o importantă abordare originală a cercetării, În fapt acest lucru era de așteptat având în vedere complexitatea și dificultatea temei dar și motivația pentru rezultatele ce pot constitui și premise importante pentru cercetări viitoare. Având în vedere direcțiile de cercetare din acest domeniu, deformările mecanice, analiza termică (incluzând și termomecanică) și vibrațiile s-a investigat și al doilea subiect, ca element de noutate important posibilele legături dintre cele două. Aceste legături, de natură evident complexă, au necesitat și aplicarea unor tehnici și metode matematice neconvenționale, rețele neuronale și algoritmi genetici.

Analiza termomecanică poate fi făcută clasic, cu instrumente software FEM (SolidWoks în cazul studiat) care poate implica studii combinate temperatură-fluide răcire sau pe modele simplificate cu software de calcule științifice, MATLAB/Simulink în cazul nostru. Este de remarcat că în mod obișnuit sursele de căldură implicate de în model (Q – cantitatea de căldură) sunt calculate separat și introduse ca valoare constantă în simularea FEM. Deși există încercări limitate ca aplicație, cantitatea de căldură generată de rulmenții cu bile cu contact unghiular dar și cea generată de rulmenții cu role cilindrice din cauza frecării este un procedeu laborios, cu multe variabile de luat în considerare și mai multe sau mai puține fenomene fizice simplificatoare (eg. moment giroscopic).

Pentru arbori cu motor electric inclus, generarea căldurii de către motor poate fi factorul determinant de generare a căldurii în înfășurările din cupru. Modelul general de calcul termic se bazează pe modelul pierderilor de energie, care implică o foarte bună cunoaștere a fenomenelor electrice și magnetice din motoarele cu AC. În plus, problema răcirii motorului prin circuite cu canale depinde de lichid, geometria canalelor, presiunea și debitul furnizat de pompa lichidului de răcire.

Pentru toate cazurile studiate s-a considerat că mediul de lucru are o temperatură ambientală de 25 °C (în alte cazuri este menționată temperatura 25,5 °C) în concordanță cu literatura de specialitate pentru a avea termeni de comparație calitativ și cantitativ în ceea ce

privește rezultatele contribuțiilor personale.

S-a constatat o stabilizare termică a ansamblului, între 10 minute și 30 minute în funcție de turația arborelui și regimul de lucru pentru arborele cu transmitere a mișcării prin curea, centru de prelucrare prin frezare Schaublin, cu 3 axe comandate numeric, BT40 portsculă și electrobroșa DELTA 4,5 OMLAT. Având în vedere acești timp de tranziție, considerăm că este utilă și analiza acestui regim pentru predicția eventuală a timpului necesar stabilizării regimului termic.

Aproape toate lucrările și studiile din domeniu au ca obiectiv analiza termomecanică și ecuațiile ce dau unghiurile α_i și α_o , în câteva forme ce au la bază însă același concept și care au foarte multe dependențe circulare. Ca urmare, convergența soluțiilor în metode numerice, în general bazate pe metoda Newon-Raphson, depinde de soluția inițială, care în acest caz trebuie să fie destul de apropiată de soluția finală, dar și de evoluția Jacobianului. Cum variațiile față de cazul static pot fi foarte mari, soluția viabilă este fragmentarea spațiului de combinații ale celor două unghiuri pentru *i* în intervalul $[0,2\pi]$. Ca urmare, alte alternative eventual bazate pe algoritmi evolutivi, pot fi o soluție parțial mai bună în evitarea acestor probleme.

Preîncărcarea în ansamblurile de rulmenți joacă un rol important în generarea căldurii în rulmenți prin influența asupra unghiurilor de contact bilă rulment și, ca urmare, o optimizare a durabilității acestora este strict legată de această variabilă. Rezultatele teoretice obținute în această teză sunt în concordanță cu datele din literatură. Încărcarea este predefinită și nu trebuie să depășească recomandările din catalog ale producătorului. Având în vedere aplicația considerată, cu alte cuvinte, geometria și ansamblul arbore-rulmenți-carcasă fiind date, practic singurele variabile care pot fi modificate în optimizare după un anumit criteriu (de exemplu durabilitatea) sunt doar preîncărcarea și turația dar și acestea într-un anumit domeniu de variație în funcție de materialul frezat, scula așchietoare și parametrii de așchiere.

S-a luat în considerare și temperatura produsă de rulmenții cu role cilindrice, calculul fiind mult mai simplu, fără forțe de preîncărcare. S-a constatat că valoarea căldurii generate de acest tip de rulmenți este semnificativ mai mică decât cea produsă de rulmenții cu bile cu dimensiuni similare ale inelului interior și exterior, dar totuși la turații ridicate pot produce cantități de căldură de ordinul 5–21 W.

Rețelele termice sunt o alternativă viabilă și funcțională pentru analiza termomecanică a arborelui. În plus, folosire mediului MATLAB permite dezvoltarea unei analize integrate pentru rulmenți cu contact unghiular de tipul: calculul unghiurilor α_i și $\alpha_o \rightarrow$ căldură generată de rulment \rightarrow rețea termică \rightarrow rezultate sub diverse forme (grafice, tabelare, fișiere). Marea problemă care rămâne de rezolvat în viitor este discretizarea automată pe geometria axului, carcasei, rulmenților, distanțierelor și a bucșelor pentru o analiză completă.

Rețelele neuronale s-au dovedit a fi o soluție bună pentru aproximarea unui model care descrie o relație matematică dată de funcționalitatea NN între frecvențele naturale și viteza de rotație/vectorul de temperaturi al unui arbore real, simplificat. Rezultatele sunt încurajatoare și în viitor se va căuta și o formă analitică suficient de simplă care să descrie matematic această relație în mod direct folosind fenomenele fizice și programarea genetică.

Datele teoretice obținute prin modelare și simulare au arătat o concordanță bună față de datele experimentale și acolo unde nu a fost posibilă obținerea datelor experimentale, s-au comparat cu cele din literatură.

6.2. CONTRIBUȚII ORIGINALE

Contribuțiile originale din această teză, publicate, în curs de publicare sau în pregătire pentru publicare sunt pe scurt în cele ce urmează:

- 1. O analiză complexă asupra distribuției preîncărcării la un grup de rulmenți cu contact unghiular, în aranjamente eventual neechilibrate, aranjat în tandem, *m* la stânga și *n* la dreapta, secțiunea 3.1 din teză.
- 2. Analiza fenomenelor termice în arbori de turații mari, cu rulmenți și transmiterea mișcării prin curea, secțiunea 3.2 din teză [58].
- 3. Analiza fenomenelor termice în arbori de turații mari acționați din exterior și în varianta cu motor electric AC (curent alternativ) inclus, abordarea teoretică și confirmarea cercetării prin date experimentale, secțiunea 3.2 din teză.
- 4. Calculul deformațiilor termice la nivelul ansamblului arbore-rulment cu o geometrie predefinită cu posibile implicații asupra funcționării arborelui în parametri nominali, secțiunea 3.3 din teză.
- 5. S-au propus modele ale arborelui cu rulmenți folosind rețele termice cu diferite grade de complexitate [60].
- 6. Aplicarea unor algoritmi evolutivi pentru probleme complexe în care soluțiile sunt greu de găsit, cum este cea a calculului unghiului de contact pentru rulmenți cu bile cu contact unghiular, variabilă esențială pentru calculul căldurii generate de rulment [59].
- 7. Propuneri de tehnici îmbunătățite pentru generarea rețelei termice care modelează transmiterea căldurii prin arbori cu rulmenți, tehnici care folosesc rețele termice [60].
- 8. Analiza dependenței temperatură-frecvență pentru un arbore cu rulmenți [62].
- 9. Analiză termomecanică complexă a arborilor principali acționați din exterior. Modelare şi simulare cu elemente finite folosind software CAD şi multifazică (SolidWorks). Datele din simulare au fost comparate cu datele experimentale. S-a considerat cazul arborilor cu răcire şi fără răcire. Concluziile publicate sunt subiect de cercetare viitoare pentru îmbunătățirea fiabilității arborelui şi rulmenților [62].
- 10. Analiza tranzitorie termomecanică a arborilor principali acționați din exterior [62].
- 11. Optimizarea fiabilității rulmenților cu bile cu contact unghiular în funcție de parametrii de lucru ai arborelui secțiunea 3.5 din teză.
- 12. Aplicații posibile a modelelor dinamice arbore cu rulmenți în medicină [61].
- 13. Utilizarea unei rețele neuronale ca predictor pentru relația temperatură, turație și frecvența naturală a ansamblului arborelui [62].
- 14. Realizarea unor interfețe grafice GUI în MATLAB pentru o vizualizare interactivă și facilă pentru utilizator pentru relația temperatură, turație a arborelui și frecvențele naturale, premisă de contribuție în viitor la un software dedicat dinamicii arborelui cu rulmenți, ca toolbox pentru MATLAB [62].
- 15. Algoritm și model genetici de optimizare multicriterială a dimensiunilor constructive (poziții ale lagărelor, diametre principale, forță de prestrângere) bazați pe o funcție multiobiectiv având ca parametri variabili frecvențele proprii și temperatura maximă în puncte considerate la suprafața carcasei.

Toate obiectivele teoretice și practice ale tezei de doctorat au fost atinse și s-au creat premisele de continuare prin cercetări viitoare pentru câteva obiective ale căror rezultate se pot baza pe cele validate de teza de doctorat. Ele vor putea aduce alte rezultate cu caracter de noutate în viitor.

6.3. DIRECȚII DE CERCETARE VIITOARE

Tehnologia de fabricație a rulmenților și a arborilor este foarte avansată la ora actuală, iar numărul articolelor în reviste importante în domeniu, al lucrărilor în conferințe și al prezentărilor tehnice ale producătorilor se menține la cote ridicate, ceea ce indică importanța domeniului de cercetare în continuare.

Bazat pe rezultatele contribuțiilor personale din teza de doctorat și pe cercetări în curs de finalizare, putem face un sumar al cercetărilor viitoare:

1. Un software conceput ca toolbox pentru analiza termomecanică complexă a arborilor principali acționați din exterior cu discretizare automată a geometriei în secțiune simetrică 2D și corectare grafică interactivă. Modelul utilizează construcția semiautomată a rețelelor termice care includ carcasa ansamblului;

2. Identificarea unei relații matematice între turație, temperatura generată în rulmenți, factori de geometrie și frecvente proprii în arbori fără răcire și transmisie a mișcării exterioară folosind algoritmi de programare genetică;

3. Optimizarea fiabilității arborelui și a rulmenților în regim dinamic, pentru o curbă predefinită a turațiilor, preîncărcării și forțelor din procesul de așchiere. Folosirea algoritmilor genetici pentru funcțiile de obiectiv de optimizare s-a dovedit o metodă viabilă care va fi folosită în cercetările viitoare;

4. În viitor se va analiza și regimul optim de lucru al arborelui cu răcire, luând în considerare o analiză a variabilelor care influențează o funcție obiectiv cum ar fi fiabilitatea ansamblului arborelui principal.

BIBLIOGRAFIE

- [1] *M. L. Adams*, Rotating Machinery Vibration: From Analysis to Troubleshooting, CRC Press, 2000.
- [10] *B. Bediz, B. Arda Gozen, E. Korkmaz, O. Burak Ozdoganlar*, Dynamics of ultra-high-speed (UHS) spindles used for micromachining, International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 87, pp. 27–38, 2014.
- [12] *T. L.* Bergman, Adrienne S. Lavine, Frank P. Incropera, David P. DeWitt, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 7th Edition, Wiley, 2011.
- [15] *A. Boglietti, P. Ferraris, M. Lazzari*, Power Derating for Inverter Fed Induction Motors, Proceedings of the 29th IAS Annual Meeting (IEEE), **vol. 1**, pp. 55–61, 1994.
- [17] D. Bonneau, A. Fatu, D. Souchet, Hydrodynamic Bearings, Wiley-ISTE, 2014.
- [18] B. Bossmanns, Thermomechanical modeling of motorized spindle systems for high-speed milling, PhD Thesis, Purdue University, 1997.
- [19] *B. Bossmanns, Jay F. Tu*, A thermal model for high speed motorized spindles, International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol. 39, no. 9, pp. 1345–1366, 1999.
- [20] *B. Bossmanns, J.F. Tu*, A power flow model for high speed motorized spindles heat generation characterization, J. Manuf. Sci. Eng., vol. 123, no. 3, 2000, pp. 494–505.
- [21] *B. Bossmanns, J.F. Tu*, A power flow model for high speed motorized spindles-heat generation characterization, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, **vol. 123**. no. 3, pp. 494–505, 2001.
- [22] *E.R. Bowen*, *J.O. Medwell*, A thermohydrodynamic analysis of journal bearings operating under turbulent conditions, Wear, vol. 51, issue 2, pp. 345–353, 1978.
- [23] *C. Brecher, Y. Shneor, S. Neus, K. Bakarinow, M. Fey*, Thermal Behavior of Externally Driven Spindle: Experimental Study and Modelling, Engineering, **vol.** 7, pp. 73–92, 2015.
- [24] *D. Brewe, B. Hamrock*, Simplified Solution for Elliptical-Contact Deformation Between Two Elastic Solids, ME Trans., J. Lub. Tech., vol. 101, no. 2, pp. 231–239, 1977.
- [25] *W. Brian Rowe*, Principles of Modern Grinding Technology, Elsevier, 2014.
- [26] Van-Canh Tong, Jooho Hwang, Jongyoup Shim, Jeong-Seok Oh, Seong-Wook Hong, Multi-objective Optimization of Machine Tool Spindle-Bearing System, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, **vol. 21**, pp. 1885–1902, 2020.
- [27] *Y. Cao, Y. Altintas*, A General Method for the Modeling of Spindle-Bearing Systems, Journal of Mechanical Design, vol. 126, 2004, pp. 1089–1108.
- [28] *Y. Cao*, Modeling of High-Speed Machine-Tool Spindle Systems, PhD thesis, The University of British Columbia, 2006.
- [32] *H. Cao, T. Kang, X. Chen*, Noise analysis and sources identification in machine tool spindles, CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, **vol. 25**, pp. 26–35, May 2019.
- [33] *Y.A. Cengel, A.J. Ghajar*, Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications, McGraw Hill Education, 5th Edition, 2014.
- [36] *G. Constantin*, Capitol: Virtual în concepția și exploatarea de mașini-unelte și sisteme de mașini, în Modelare-Simulare-Proiectare în domeniul mașinilor-unelte și sistemelor de mașini, Ed. G. Constantin, Editura Printech, București, pp. 9–79, 2014.
- [40] *R. Dupont*, Robust rotor dynamics for high-speed air bearing spindles, Precision Engineering, vol. 40, pp. 7–13, 2015.
- [41] R.H. Engelmann, W.H. Middendorf, Handbook of Electric Motors, Marcel Dekker, 1995.

- [47] *D. Fedorynenko, R. Kirigaya, Y. Nakao*, Dynamic characteristics of spindle with water-lubricated hydrostatic bearings for ultra-precision machine tools, Precision Engineering, **vol. 63**, pp. 187–196, May 2020.
- [50] *M.I. Friswell, J.E.T. Penny, S.D. Garvey, A.W. Lees*, Dynamics of Rotating Machines, Cambridge University Press, 2010.
- [54] *G. Genta*, Vibration of Structures and Machines, Springer-Verlag New York, 1995.
- [55] G. Genta, Dynamics of Rotating Systems, Springer-Verlag New York, 2005.
- [58] A. Gheorghita, D. Arotaritei, M. Turnea, G. Constantin, Modelling and simulation of high seed spindle, current problems and optimizations – a survey, Proceedings in Manufacturing Systems, vol. 11, issue 1, pp. 215–222, 2016 (ProQuest, IndexCopernicus).
- [59] A. Gheorghita, M. Turnea, M. Rotariu, G. Constantin, D. Arotaritei, A New Proposal for Solving Equations of Angular Contact Ball Bearing Using Evolutionary Techniques, 6th International Conference on Advancements of Medicine and Health Care through Technology; 17–20 October 2018, Cluj-Napoca, Romania, pp. 241–245 WOS:000493501100037.
- [60] *A. Gheorghita*, *D. Arotaritei*, *G. Constantin*, *M. Turnea*, *M. Ilea*, *M. Rotariu*, Thermal model of externally driven spindle: a semi-automatic construction of thermal network, Proceedings in Manufacturing Systems, vol 13, Issue 1, pp. 21–26, 2018 (ProQuest, IndexCopernicus).
- [61] *A. Gheorghita*, *D. Arotaritei*, *G. Constantin*, E-Learning Tutorial for Contact Angle Ball Bearings in Dynamic Models with Applications in Medicine, The 14th International Scientific Conference eLearning and Software for Education Bucharest, vol. 3, pp. 395–402, 2018, WOS:000467471000059.
- [62] *A. Gheorghita*, *G. Constantin*, *D. Arotaritei*, Analysis of temperature dependent natural frequencies of spindles with possible application in medicine, The 16th International Scientific Conference eLearning and Software for Education Bucharest, April 23–24, 2020 (EBSCO).
- [63] *M. Ghinea*, Cercetări teoretice și experimentale privind utilizarea ceramicii tehnice în construcția de mașini-unelte, Teză de doctorat, Universitatea Politehnica din București, 1999.
- [64] G. Constantin, C. Dogariu, C.F. Bîşu, A. Gheorghiță, D. Arotăriței, I. G. Ghionea, Complex thermomechanical analysis of externally driven main spindles – a case study, Acta Technica Napocensis, Series: Applied Mathematics, Mechanics, and Engineering, vol 63, nr. 1, pp. 27–38, 2020, WOS:000528235300004.
- [68] *A.O. Gibson, J. L. Stein, J.F. Tu*, A Thermomechanical Model of High-Spindle Bearing Systems for use in the Design of Spindle Bearing Load Control Systems, ASME Journal of Basic Engineering June, 1960, 309-3.
- [69] *D.E. Goldberg*, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley Professional, 1996.
- [79] *T.A. Harris*, Rolling Bearing Analysis, 4th Edition, Wiley-Interscience, 2001,
- [81] *T.A. Harris, M.N. Kotzalas*, Advanced Concepts of Bearing Technology, Taylor & Francis, 5th Edition, 2006.
- [82] Harris, T.A. An Analytical Method to Predict Skidding in High Speed Roller Bearings. ASLE Trans., vol. 9, pp. 229–24, 1996.
- [84] S. Haykin, Neural Networks A Comprehensive Foundation, Prentice Hall, 1998.
- [88] *T. Holkup, H. Cao, P. Kolár, Y. Altintas, J. Zelený*, J, Thermo–mechanical model of spindles, Ann. Manuf. Technol., **vol. 59**, no. 1, pp. 365–368, 2010.
- [90] H. Li, Y.C. Shin, Integrated Dynamic Thermo-Mechanical Modeling of High Speed Spindles, Part 1: Model Development, Journal of Manufacturing Science and Engineering, vol. 126, no. 1, pp. 148–157, 2004.
- [103] *C. Jin, B.W. Y. Hu*, Heat generation modeling of ball bearing based on internal load distribution, Tribology International, **vol. 45**, pp. 8–15, 2012.
- [106] *H.E. Jordan*, Energy-Efficient Electric Motors and Their Applications, 2nd Edition, Springer Science+Business Media New York, 1994.
- [107] B.R. Jorgensen, Y.C. Shin, Dynamics of Machine Tool Spindle/Bearing Systems Under Thermal Growth, Journal of Tribology, vol. 119, pp. 875–882, 1997.
- [109] A. Jula, M. Lateş, Organe de maşini, Editura Universitatii Transilvania, Brasov, 2004.
- [114] S.M. Kim, S.K. Lee, Prediction of Thermo-Elastic Behavior in a Spindle-Bearing System Considering Bearing Surroundings, International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 41, no. 6, pp. 809–831, 2001.
- [116] S.M. Kim, S.K. Lee, Spindle Housing Design Parameter Optimization Considering Thermo-Elastic Behaviour, Int J. Adv Manuf Technol. vol. 5, pp. 1061–1070, 2005.
- [118] J.D. Kim, I. Zverv, K.B. Lee, Thermal Model of High-Speed Spindle Units, Intelligent Information Management, vol. 2, pp. 306–315, 2010.
- [124] Junning Li, Jiafan Xue, Zhitao Ma, Study on the Thermal Distribution Characteristics of High-Speed and Light-Load Rolling Bearing Considering Skidding, Appl. Sci. 2018.

- [136] D.L. Logan, A First Course in the Finite Element Method, 5th Edition, CL Engineering, 2011.
- [138] C.V. Madhusudana, Thermal contact conductance, Switzerland, Springer, 2014.
- [139] *D.M. Marin*, Studii teoretice și cercetări experimentale privind comportarea statică și dinamică a arborelui principal de la centrele de prelucrare prin frezare, Teză de doctorat, Universitatea Politehnica din București, 2009.
- [148] *K. Nakajima*, Thermal contact resistance between balls and rings of a bearing under axial, radial, and combined loads, J. Thermophys. Heat Transf., **vol. 9**, pp. 88–95,1995.
- [151] *A. Nica*, A thermohydrodynamic method of bearing analysis, Tribology, vol. 4, issue 4, pp. 218–226, 1971.
- [161] *F. Pouly, C. Changenet, F. Ville*, Power loss predictions in high-speed rolling element bearings using thermal networks, Tribol Trans, 53, pp. 957–967, 2010
- [163] *N. Predincea*, Studiul deformațiilor termice și elastice ale mașinilor-unelte și al influenței acestora asupra parametrilor de performanță, Teza de doctorat, Institutul Politehnic din Bucuresti, 1991.
- [166] *M. Rades*, Dinamica Masinilor, Editura Printech, 2008.
- [167] J.S. Rao, Rotor Dynamics, Third edition, New Age International, 1996.
- [168] J.S. Rao, History of Rotating Machinery Dynamics, Springer, Dordrecht, 2011.
- [174] J. M. Sansinenea, R. M. Bueno, Computer aided design of standardized hydrostatic journal bearings, Proceedings of the Fifteenth International Machine Tool Design and Research Conference, pp 175–183, 1975.
- [177] X. Min, J. Shuyun, C. Ying, An improved thermal model for machine tool bearings. Int J Mach Tool Manuf, vol. 47, pp. 53–62, 2007.
- [180] D.A. Stephenson, J.S. Agapiou, Metal Cutting Theory and Practice, Third Edition, CRC Press, 2016.
- [181] F. Tan, L. Wang, M. Yin, G. Yin, Obtaining more accurate convective heat transfer coefficients in thermal analysis of spindle using surrogate assisted differential evolution method, Applied Thermal Engineering, vol. 149, pp. 1335–1344, 2019.
- [182] *J. Takabi, M.M. Khonsari*, On the thermally-induced failure of rolling element bearings, Tribology International, **vol. 94**, pp. 661–674, 2016.
- [183] *V.T. Than, J.H. Huang*, Nonlinear thermal effects on high-speed spindle bearings subjected to preload, Tribology International, **vol. 96**, pp. 361–372, 2016.
- [185] *R. Tiwari*, Rotor systems: analysis and identification, CRC Press, 2017.
- [189] E. Udup, Contribuții privind optimizarea transferului de căldură în ansamblurile mecanice de tip arbore – lagăre cu rulmenți prin analiză termodinamică, Teză de doctorat, Universitatea Politehnica din Bucureşti, 2013.
- [191] *A. Vintilescu*, Cercetări teoretice și experimentale privind diagnosticarea prin vibrații a ansamblului arbore principal-lagăre pentru mașini-unelte, Teză de doctorat, Universitatea Politehnica din București, 2012.
- [192] D.C. Vişan, Modelarea Dinamică a Sistemelor Rotor-Lagăre, Editura PRINTECH, 2008.
- [196] L. Xiaohu, Y. Lv, K. Yan, J. Liu, J. Hong, Study on the influence of thermal characteristics of rolling bearings and spindle resulted in condition of improper assembly, Applied Thermal Engineering, vol. 1145, pp. 221–233, March 2017.
- [207] A. Zivkovic, M. Zeljkovic, S. Tabakovic, Z. Milojevic, Mathematical modeling and experimental testing of high-speed spindle behavior, Int. J. Adv. Manuf. Technol., vol. 77, pp. 1071–1086, 2015.
- [211] *J. Zhang, B. Fang, J. Hong, S. Wan, Y. Zhu*, A general model for preload calculation and stiffness analysis for combined angular contact ball bearings, Journal of Sound and Vibration, **vol. 41122**, pp. 435–449, December 2017.
- [212] *Y. Zhang, X. Li, J. Hong, K. Yan, S. Li*, Uneven heat generation and thermal performance of spindle bearings, Tribology International, **vol. 126**, pp. 324–335, October 2018.
- [213] Y. Zhang, T. Liu, W. Gao, Y. Tian, X. Qi, P. Wang, D. Zhang, Active coolant strategy for thermal balance control of motorized spindle unit, Applied Thermal Engineering, vol. 134, pp. 460–468, 2018.
- [214] D. Zheng, W. Chen, Thermal performances on angular contact ball bearing of high-speed spindle considering structural constraints under oil-air lubrication, Tribology International 109, pp. 593– 601, 2017.