Ministerul Educației Naționale și Cercetării Științifice

Universitatea POLITEHNICA din București

Splaiul Independenței nr. 313, 060042 București, Romania

Tel. +4021 318 10 00, Fax. + 4021 318 1001, www.upb.ro

Școala Doctorală din Facultatea de Științe Aplicate

Departamentul Matematică-Informatică

Studiul unor cazuri critice pentru stabilitatea soluțiilor sistemelor de ecuații diferențiale cu întârziere și comutare cu aplicații în inginerie

Rezumat

***Cuvinte-cheie**: sisteme cu comutare; întârziere pe stare și control; funcționale Liapunov-Krasovskii; caz critic de stabilitate; abordare Malkin; metoda controlului predictiv; servomecanism electrohidraulic; stabilitate asimptotică; simulări numerice*

Doctorand:

Daniela ENCIU

Conducător de doctorat:

Prof. Univ. Dr. Andrei HALANAY

București

2021

Cuprins

Introducere

Prezenta Teză de doctorat a constituit o provocare atât din punct de vedere matematic, cât și din perspectiva ingineriei aplicate.

Într-adevăr, din punct de vedere matematic, Teza este un studiu al stabilității Liapunov a punctelor de echilibru ale sistemelor descrise de ecuații diferențiale neliniare cu argument întârziat, având o structură comutantă, pe baza unor legi de comutare necontrolată din exterior. Astfel, problema abordată devine una complexă, cu un anumit caracter de unicitate în literatură. Pentru unele din aceste sisteme este analizat cazul stabilității critice a echilibrului prin recurgerea la o abordare Liapunov-Malkin. Se propun două modele matematice. În ambele studiul stabilității se bazează pe utilizarea unor funcționale de tip Liapunov-Krasovskii. Într-un model se studiază simultan problemele ridicate de neliniaritatea sistemului: caracterul comutant, introducerea unei întârzieri pe stare și considerarea unui caz critic în care o valoare proprie este nulă. În cel de-al doilea model matematic este abordată situația unui sistem neliniar, comutant și cu întârziere pe control, fiind propusă o soluție bazată pe metoda controlului predictiv. Cazul critic de stabilitate a fost înlăturat prin considerarea în modelul matematic a unor termeni care provin din scurgerile inerente în distribuitor și hidrocilindru, în contrapondere modelul fiind completat cu întârzierea în timp pe variabila de control.

În literatura de specialitate sunt frecvente lucrările privind analiza sistemelor liniare cu întârziere cu ajutorul funcționalelor Liapunov-Krasovskii. Sistemele neliniare cu întârziere sunt mai puțin tratate în literatură, poate și din cauza gradului ridicat de dificultate a unei astfel de probleme. Totuși, recent, atenția specialiștilor din domeniu începe să se îndrepte spre acest tip de sisteme.

În ceea ce privește sistemele cu comutare, și aici există, în ultimul timp, un interes crescut, mai ales datorită aplicațiilor frecvente din domeniul tehnicii și al comunicațiilor.

Noutatea apare în momentul în care cele doua teme, cea a sistemelor neliniare cu întârziere și cea a sistemelor cu comutare, sunt privite simultan. Despre această direcție este vorba în prezenta Teză de doctorat, tema fiind larg dezvoltată în capitolele Tezei.

Privind din punct de vedere ingineresc, se propune o aplicare a modelelor matematice la servomecanisme hidraulice, în mod special la servomecanisme electrohidraulice. Într-adevăr, modelul matematic al servomecanismului hidraulic este caracterizat de o lege de comutare internă, necontrolată, arbitrară.

Teza este structurată în patru capitole, însoțite de Introducere și Lista Publicațiilor ce preced primul Capitol, și de Concluzii și o listă de Referințe bibliografice în continuarea ultimului Capitol.

În rezumat, în primul Capitol prezintă o privire de ansamblu a ceea ce înseamnă ecuațiile diferențiale cu întârziere. Se dă definiția noțiunii de soluție, precum și definițiile clasice de stabilitate în sens Liapunov. Totodată, se introduc noțiunile de sistem cu comutare și se prezintă modalități de studiu ale acestora. Ceea ce este de semnalat la sistemele cu comutare este că dacă subsistemele constitutive sunt stabile, sistemul considerat ca întreg nu este garantat stabil. Mai mult, o lege de comutare controlată poate stabiliza subsisteme instabile, sau poate destabiliza subsisteme stabile, daca nu este adecvat concepută. În cazul Tezei, dificultatea analizei derivă și din faptul că legea de comutare este una structurală, adică necontrolabilă.

In Capitolul 2 se abordează cazul întârzierii pe stare simultan cu problematica cazului critic. Acest fapt duce la aplicarea unui aparat matematic de tip Malkin, combinat cu utilizarea unor funcționale complete Liapunov-Krasovskii. În urma unor transformări de variabile, sistemul inițial alcătuit din cinci ecuații diferențiale se rescrie ca un sistem diferențial de ordinul patru și o ecuație care conține doar termeni neliniari. Astfel, stabilitatea sistemului neliniar cu valori proprii nule se deduce pe baza unei condiții de stabilitate a parții liniare a sistemului de ordin patru adus la forma Liapunov-Malkin. Se demonstrează o teoremă care dă condiții suficiente de stabilitate a punctului de echilibru pentru sisteme neliniare cu comutare necontrolată și întârziere pe stare.

Un alt tip de sistem neliniar cu întârziere și comutare structurală este studiat în Capitolul 3. În acest caz, întârzierea este considerată pe variabila de control, iar cazul critic de stabilitate este eludat prin considerarea unui model matematic mai apropiat de obiectul real studiat. Se propune o metodă pentru obținerea unui control cu predicție a stării. În acest context, se enunță o teoremă care dă condiții suficiente de stabilitate a punctului de echilibru pentru sisteme dinamice neliniare cu întârziere pe control și comutare structurală, necontrolată.

Capitolul 4 este dedicat aplicațiilor la servomecanisme hidraulice a teoriilor dezvoltate în capitolele precedente. În Secțiunea 4.1, se dă o descriere generală a servomecanismelor hidraulice. Mai mult de atât, se propun câteva modele matematice în care sunt prezente întârzierea pe diferite variabile și caracterul comutant. În Secțiunea 4.2 se aplică teorema din Capitolul 2, iar în Secțiunea 4.3 se găsește o aplicație a teoremei din Capitolul 3. Prin aplicații numerice se evidențiază caracterul conservativ dat de utilizarea funcționalelor Liapunov-Krasovksii. Se identifică, atât analitic, cât și numeric, valoarea maximă a întârzierii pentru care sistemul rămâne stabil, acest lucru fiind relevant pe graficele aferente. Secțiunea 4.3 este dedicată unui studiu în domeniul discret în cadrul metodei controlului predictiv.

Toate rezultatele obținute pe parcursul cercetării științifice din cadrul tezei de doctorat au fost publicate în reviste indexate Web of Science și alte baze de date internaționale sau au fost prezentate la conferințe și seminarii științifice naționale și internaționale.

1. Baze teoretice. Ecuații diferențiale cu întârziere și sisteme cu comutare

Tema ecuațiilor diferențiale cu întârziere (DDE - delayed differential equations) apare în mod natural pentru descrierea cât mai fidelă a fenomenelor posibile ce pot să aibă loc în viața de zi cu zi și a căror acțiune este influențată de istoria modului de evoluție a lor. Pentru anumite fenomene, procese, sau sisteme fizice, un model matematic este mai adecvat dacă se consideră și influența factorilor pe un interval recent. După cum este de așteptat, acest lucru conduce la o creștere semnificativă a gradului de complexitate a problemei abordate.

O diferență notabilă între un sistem cu și fără întârziere este că întârzierea introdusă într-o ecuație diferențială produce un sistem infinit dimensional. Ecuația caracteristică a DDE este o ecuație transcendentă, având o infinitate de soluții, și nu una algebrică așa cum este în cazul ecuațiilor diferențiale liniare fără întârziere.

Se consideră următorul sistem diferențial neliniar cu întârziere constantă

$$\dot{x}(t) = f\left(x(t), x(t-h)\right), \quad t \geq t_0, \quad h = \text{const} > 0 \tag{1}$$

cu $f : D \times D \to \mathbb{R}^n$, $D \subset \mathbb{R}^n$, funcție vectorială de variabile vectoriale, local Lipschitziană. Sistemul DDE considerat in Teză este *neliniar, determinist, autonom, cu o singura întârziere constantă.*

Starea $x_t(t_0, \varphi)(\theta) := x(t+\theta; t_0, \varphi), \theta \in [-h, 0]$ la momentul de timp $t \geq t_0$ de-a lungul soluției $x(t; t_0, \varphi)$ este definită ca restricția soluției la intervalul $[t-h, t]$. În mod uzual, argumentele și φ pot fi omise. Astfel, se pot nota $x(t)$ în loc de $x(t; t_0, \varphi)$ și x_t în loc de $x_t(t_0, \varphi)$. Cu aceste notații, sistemul (1) se scrie adesea sub forma

$$\dot{x}(t) = f(x_t), \ \ x_t \in C\left([-h, 0], \mathbb{R}^n\right) \tag{2}$$

cu f o funcțională definita pe $C\left([-h, 0], \mathbb{R}^n\right)$.

Problema Cauchy constă în a găsi o soluție $x(t; t_0, \varphi)$, pentru sistemul (1) care îndeplinește condiția inițială

$$x(\theta; t_0, \varphi) := x(t_0 + \theta) = \varphi(\theta), \theta \in [-h, 0]. \tag{3}$$

O metodă uzuală de rezolvare a problemei Cauchy pentru DDE este metoda pașilor (Kolmanovskii & Myshkis, 1999), (Kálmar-Nagy, 2009).

Teoremă 1. (de existență și unicitate) ((Kharitonov, 2013) §1.2. Th. 1.1). *Se consideră sistemul cu întârziere (2) cu funcționala* $f: C\left(\left[-h,0\right],\mathbb{R}^n\right) \to \mathbb{R}^n$ *ce satisface următoarele condiții:*

a) pentru orice $\alpha > 0$ *există* $M(\alpha) > 0$ *astfel încât* $\|f(\varphi)\| \le M(\alpha)$, $\varphi \in C\left(\left[-h,0\right],\mathbb{R}^n\right)$ *și* $\|\varphi\|_h \le \alpha$

b) f *este continuă pe mulțimea* $C\left(\left[-h,0\right],\mathbb{R}^n\right)$

c) f *satisface condiția Lipschitz, i.e. pentru orice* $\alpha > 0$ *există o constantă Lipschitz* $L(\alpha) > 0$ *astfel încât* $\|f(\varphi_1) - f(\varphi_2)\| \le L(\alpha)\|\varphi_1 - \varphi_2\|_h$, $\varphi_k \in C^1\left(\left[t_0 - h, t_0\right],\mathbb{R}^n\right)$, *și* $\|\varphi_k\|_h \le L(\alpha)$, $k = 1,2.$

Atunci, pentru un $t_0 \ge 0$ *dat și pentru o condiție inițială* $\varphi \in C\left(\left[-h,0\right],\mathbb{R}^n\right)$, *există* $\tau > 0$ *astfel încât sistemul admite o soluție unică* $x(t)$ *pentru problema Cauchy (3), cu soluția definită pe intervalul* $[t_0 - h, t_0 + \tau]$.

Definiție 2. *Echilibrul zero* (*sau soluția zero*) *al ecuației* (2) *este stabil dacă pentru orice* $\varepsilon > 0$ *există* $\delta(\varepsilon) > 0$ *astfel încât pentru orice condiție inițială* $\varphi \in C\left(\left[-h, 0\right], R^n\right)$ *cu* $\|\varphi\|_h < \delta(\varepsilon)$, *inegalitatea* $\|x(t; t_0, \varphi)\| < \varepsilon$ *are loc pentru orice* $t \ge 0$.

Un tip de stabilitate mai puternică este introdusă mai jos.

Definiție 3. *Soluția zero a ecuației (2) este asimptotic stabilă dacă este stabilă și dacă există* $\delta(\varepsilon) > 0$ *astfel încât dacă* $\|x_{t_0}\| \le \delta_0$, *pentru orice* $\varepsilon > 0$ *există* $T(x_{t_0}, t_0, \varepsilon) > 0$ *astfel încât* $\left\|x\left(t; t_0, x_{t_0}\right)\right\| < \varepsilon$ *dacă* $t > t_0 + T$. *Dacă* T *nu depinde de* x_{t_0}, *soluția se numește asimptotic stabilă, dacă depinde doar de* ε, *atunci se numește uniform asimptotic stabilă.*

Definiție 4. *Soluția zero a sistemului* (2) *este exponențial stabilă dacă există* $\Delta_0 > 0, \sigma > 0,$ *și* $\gamma \ge 1$ *astfel încât pentru orice* $t_0 \ge 0$ *și orice funcție inițială* $\varphi \in C\left(\left[-h, 0\right], R^n\right)$, *cu* $\|\varphi\|_h < \Delta_0$, *inegalitatea următoare are loc* $\|x(t, t_0, \varphi)\| \le \gamma \|\varphi\|_h e^{-\sigma(t - t_0)}$, $t \ge t_0$.

Stabilitatea exponențială este mai puternică decât cea asimptotică, dat fiind descreșterea rapidă, exponențială, către zero a soluției perturbate.

Aceste tipuri de stabilitate se referă la stabilitate *locală* si descriu comportamentul soluțiilor dintr-o vecinătate a punctului de echilibru.

Sistemele cu comutare fac parte din clasa extensivă a sistemelor dinamice hibride. Astfel de sisteme sunt caracterizate de interacțiunea dintre sisteme continue și cele discrete (Liberzon, 2003), (Savkin & Evans, 2002). Domeniul sistemelor hibride este relativ nou prezentând un interes crescând pentru comunitatea științifică datorită aplicabilității în multe probleme din lumea reală.

Prin sistem cu comutare se înțelege un sistem alcătuit din *m* subsisteme și o funcție constantă pe porțiuni $\sigma(t)$, numită lege de comutare (sau semnal de comutare)

$$\dot{x} = f_{\sigma(t)}(x(t),u(t)),\ x(t_0) = x_0$$
$$\sigma : \mathbb{R}_+ \to \{1,...,m\}.$$

Legea σ indică subsistemele $\sigma(t)$ (denumite, de asemenea, și *moduri* în Teză) care operează la fiecare moment de timp t. Legea de comutare este o funcție discontinuă la momente de timp t din $\mathbb{R}_+$, denumite momente de comutare, și constantă pe fiecare interval de timp dintre două momente de comutare succesive. Doar un număr finit de comutare pot avea loc într-un interval de timp finit. $\sigma(t)$ este o funcție continuă la dreapta peste tot: $\lim_{\tau\to t^+} \sigma(t) = \sigma(t)$ pentru fiecare $\tau \geq 0$ (Liberzon, 2003), (Sun & Ge, 2005a). Prin $x(t)$ se notează starea sistemului, iar cu $u(t)$ variabila de control.

De reținut este faptul că dacă subsistemele componente sunt stabile, acest lucru nu garantează stabilitatea întregului sistem cu comutare (Liberzon, 2003), (Benítez & Pérez, 2011). Pe baza unei alegeri a legii de comutare, aceasta poate stabiliza un sisteme cu comutare alcătuit din subsisteme instabile (Wang, et al., 2019), (Yang, et al., 2014), (Dimirovski, et al., 2018), (Niculescu, 2001), sau poate destabiliza un sistem cu comutare alcătuit din subsisteme stabile (Cao, et al., 2019), (Wang, et al., 2016b), (Zhao, et al., 2017). O altă proprietate specifică unor astfel de sisteme este că doar un singur subsistem poate fi activ la un moment de timp dat.

În această Teză se studiază cazul servomecanismului hidraulic. Acesta, prin însăși natura lui este caracterizat de o comutare structurală, sau altfel spus, legea de comutare nu este stabilită a priori, ci definește schimbarea semnului unei stări a sistemului, semn ce nu poate fi controlat deoarece este dictat de dinamica servomecanism-sarcină externă acționată/care acționează.. Prin urmare, vom vorbi despre sisteme neliniare cu comutare a căror lege de comutare este necontrolată și dependentă de stare.

2. Cazul critic de stabilitate a punctului de echilibru pentru un sistem neliniar cu comutare structurală și întârziere pe stare

În acest Capitol este studiat un sistem neliniar cu întârziere pe stare și cu comutare. Sistemul prezintă un caz critic de stabilitate a punctului de echilibru fiind dificil de stabilit, fără analiză, dacă sistemul este stabil, sau nu, conform metodei de stabilitate în prima aproximație a lui Liapunov. Problema va fi studiată extinzând abordarea propusă de Malkin (Malkin, 1966) în cazul ecuațiilor diferențiale ordinare, utilizând funcționalele complete Liapunov-Krasovskii (Kharitonov, 2013).

Se consideră forma generală a sistemului neliniar cu întârziere și comutare

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i x(t-h) + F_i\left(x(t), x(t-h), y(t)\right), t \geq 0 \\ \dot{y}(t) &= G_i\left(x(t), x(t-h), y(t)\right) \end{aligned} \tag{4}$$

unde $x = (x_1, \ldots x_n)^T \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}$ și $A_i, B_i \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ (matrice $n \times n$) pentru $i = 1, 2,$. F_i și G_i conțin puteri ale lui x_j, $j = 1, \ldots n$, de ordin mai mare sau egal cu doi, $F_i(0,0,y) = G_i(0,0,y) = 0 \; \forall y \in \mathbb{R}$, și pentru orice $\delta > 0$ există $M_1(\delta)$ și $M_2(\delta)$ cu proprietatea $\lim\limits_{\delta \to 0} M_1(\delta) = \lim\limits_{\delta \to 0} M_2(\delta) = 0$ astfel încât oricând $\|x(t)\| \leq \delta$, $\|x(t-h)\| \leq \delta$, $\|y(t)\| \leq \delta$, au loc următoarele inegalități

$$\begin{aligned} \left\|F_i\left(x(t), x(t-h), y(t)\right)\right\| &\leq M_1(\delta)\left(\|x(t)\| + \|x(t-h)\|\right) \\ \left\|G_i\left(x(t), x(t-h), y(t)\right)\right\| &\leq M_2(\delta)\left(\|x(t)\| + \|x(t-h)\|\right). \end{aligned} \tag{5}$$

Sistemul (4) are o formă care anticipează prezența cazului critic de stabilitate prin absența părții liniare în ecuația lui y. Așadar, se enunță și se demonstrează o teoremă de stabilitate în cazul critic al punctului de echilibru al unui sistem neliniar cu întârziere pe stare și comutare necontrolată (4).

Pentru început, atenția este îndreptată către studiul stabilității punctului de echilibru al primei ecuații din (4)

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i x(t-h) + F_i\left(x(t), x(t-h), y(t)\right) \tag{6}$$

cu $y(t)$ presupus a fi mărginit pentru orice $t \geq 0$. Se notează cu $x(t; 0, \varphi)$ soluția sistemului (6) care satisface $x(\theta; 0, \varphi) = \varphi(\theta)$, $\theta \in [-h, 0]$. Se definește $x_t(0, \varphi)(\theta) := x(t + \theta; 0, \varphi)$,

$\theta \in [-h,0]$, pentru $t \geq 0$. Se consideră $C\left([-h,0],\mathbb{R}^n\right)$ spațiul normat al funcțiilor continue cu norma standard definită prin $\|\varphi\|_h = \sup_{-h\leq\theta\leq 0}\|\varphi(\theta)\|$.

Sistemul de mai sus poate fi scris într-o formă compactă, generală

$$\dot{z} = f_i(z_t) \tag{7}$$

cu f_i funcționale definite pe $C\left([-h,0],\mathbb{R}^n\right)$.

Teoremă 5. *Fie sistemul neliniar (7) cu f neindexată (i.e., fără comutare). Se presupune că $f: C \to \mathbb{R}^n$ și satisface toate condițiile de existență și unicitate a soluției locale pentru (7). De asemenea $f(0)=0$. O condiție necesară și suficientă pentru stabilitatea asimptotică a soluției nule a sistemului (7) este să existe o funcțională continuă și diferențiabilă $V: C \to \mathbb{R}$ astfel încât $\exists\, m, M, \psi: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ funcții continue, crescătoare, cu $m(0)=M(0)=\psi(0)=0$, astfel încât pentru soluțiile din (7), pentru orice $t \geq 0$, au loc*

$$m\left(\|x(t)\|\right) \leq V(x_t) \leq M\left(\|x(t)\|_h\right)$$
$$\dot{V}(x_t) \leq -\psi\left(\|x(t)\|\right).$$

Conform unor surse consultate (Gu, et al., 2003), (Kharitonov, 2013), (Gu & Niculescu, 2003), (Fridman, 2014b), Teorema 5, denumită adesea Teorema de stabilitate Liapunov-Krasovskii, are originea în cartea lui Krasovskii (Krasovskii, 1959) (Teoremele 31.1-31.3). Versiunea redată aici este apropiată de cea din (Kolmanovskii & Nosov, 1981), (Afanasiev, et al., 2003), (Gu & Niculescu, 2003) și (Kim, et al., 2008), cea din urmă referință citând ca sursă (Hale & Verduyn Lunel, 1993).

O funcțională $V\left(x_t\right)$ ce îndeplinește condițiile Teoremei 5 se numește funcțională Liapunov-Krasovskii (Kharitonov, 2013), (Kim, et al., 2008).

Modelul se construiește plecând de la cazul simplu de stabilitate asimptotică a sistemelor liniare

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i x(t-h),\ i = 1,2. \tag{8}$$

Se consideră funcționalele Liapunov-Krasovskii $V_i(x_t),\ i=1,2$ (Kharitonov, 2013), (Kharitonov & Zhabko, 2003), (Kim, et al., 2008)

$$V_i(x_t) = V_{0,i}(x_t) + \int_{-h}^{0} (1+h+s)\|x(t+s)\|^2 ds \tag{9}$$

cu $V_{0,i}$ definit astfel

$$\begin{aligned} V_{0,i}(x_t) &= x^T(t)U_i(0)x(t) + 2x^T(t)\int_{-h}^{0} U_i(-h-s)B_i x(t+s)ds \\ &+ \int_{-h}^{0}\left(\int_{-h}^{0} x^T(\theta+t)B_i^T U_i(s-\theta)B_i x(t+s)d\theta\right)ds \end{aligned} \tag{10}$$

O condiție necesară și suficientă pentru existența funcționalelor Liapunov-Krasovskii (9) este ca sistemul (8) să fie asimptotic stabil.

În cele ce urmează, modelul matematic pentru cazul critic de stabilitate a echilibrului unui sistem neliniar cu întârziere pe stare și comutare structurală se construiește pe baza a patru proprietăți ce se regăsesc în lucrarea (Kim, et al., 2008), însă referitoare la cazul unui sistem liniar. Fie $i,\ j=1,2,\ i\neq j,$ două moduri posibile în care sistemul se poate afla.

Propoziție 6. *Există* α,β *numere strict pozitive astfel încât pentru orice* $t\geq 0,$ *soluția* x_t *a sistemului (6) verifică*

$$\alpha\left\|x(t)\right\|^2\leq V_i(x_t)\leq\beta\left\|x_t\right\|_h^2. \tag{11}$$

Propoziție 7. *Derivatele funcționalelor Liapunov-Krasovskii (9) de-a lungul soluției sistemului neliniar (6) verifică*

$$\dot{V}_i(x_t)\leq -w(x_t) \tag{12}$$

cu w *pozitiv definită și* $w(0)=0.$

Propoziție 8. *Există* $\mu>1$ *astfel încât*

$$V_i(x_t)\leq\mu V_j(x_t) \tag{13}$$

pentru toate soluțiile x_t *ale sistemelor neliniare (6), cu* $i,\ j=1,2,\ i\neq j.$

Se introduce o ipoteză cu privire la comportamentul funcționalelor V_i pe perioada momentelor de timp consecutive, urmând linia din (Kim, et al., 2008).

(H) Pentru $i=1,2,$ *există constantele* $c_i\in(0,1)$ *astfel încât, pentru orice pereche de momente de comutare consecutive corespunzând modului i, cu* $t_p<t_q,$ *cu modul i activ în* t_p *și* $t_q,$ *astfel încât*

$$V_i(x_{t_q})-V_i(x_{t_p})\leq -c_iV_i(x_{t_p}) \tag{14}$$

cu x_t *soluție a sistemului (6).*

Teoremă 9. *Se presupune* $\left\|y(t)\right\|\leq\delta,\ \forall t\geq 0.$ *Atunci soluția nulă a sistemului cu comutare (6) este asimptotic stabilă.*

Definiție 10. *Legea de comutare* σ *este definită ca fiind stabilă dacă există* $\varepsilon>0$ *astfel încât dacă matricile* $\hat{A}_i$ *și* $\hat{B}_i,\ i=1,2,$ *satisfac* $\left\|\hat{A}_i-A_i\right\|<\varepsilon,\ \left\|\hat{B}_i-B_i\right\|<\varepsilon,$ $\hat{\delta}$ *verifică* $\left|\hat{\delta}-\delta\right|<\varepsilon$ *și sistemele liniare (8) sunt stabile, funcționalele Liapunov-Krasovskii (9) verifică (H) când* x_t *este o soluție a sistemului activ similar cu (6) pentru anumiți* $\hat{F}_i$ *care verifică (5)pentru un* $\hat{M}\left(\hat{\delta}\right)$ *cu* $\left|\hat{M}\left(\hat{\delta}\right)-M\left(\delta\right)\right|<\varepsilon.$

Teoremă 11. *Se presupune că ipoteza (H) are loc, iar legea de comutare* σ *este stabilă. Atunci soluția zero a sistemului cu comutare (4) este stabilă.*

3. Stabilitatea punctului de echilibru pentru un sistem neliniar cu control predictiv de stare, întârziere pe control, și cu comutare structurală

Obiectivul principal este de a propune o soluție problemei complexe ridicate de stabilitatea punctului de echilibru al unui sistem neliniar cu întârziere pe control și comutare structurală. Cadrul matematic pentru studiul stabilității este dat de utilizarea unui control cu predicție de stare bazat pe o lege de sinteză LQR (Linear Quadratic Regulator) și a unor funcționale multiple Liapunov-Krasovskii de tip quadratic.

Se consideră următorul sistem liniar invariant în timp, cu întârziere pe control și fără comutare

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = Ax(t) + B_c u(t-h);\, x(0) = x_0 \neq 0, \\ &u(t) = u_0(t), -h \leq t \leq 0, h > 0, \end{aligned} \tag{15}$$

cu $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_c \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ și perechea de matrici (A, B_c) complet controlabile sau, cel puțin, stabilizabile (Kwon & Pearson, 1980), (Kwakernaak & Sivan, 1972). Scopul este de a studia stabilitatea punctului de echilibru nul al sistemului (15) pentru $t > 0$, cu $u(x(t))$ controlul dependent de stare și cu condițiile inițiale $u_0(.)$, x_0. O perturbație a punctului de echilibru nul este notată cu x_0. Controlul u este considerat o funcție local integrabilă $u \in \mathbb{L}_{loc}^1[-h, \infty) \to \mathbb{R}$.

Dacă sistemul (15) ar fi fără întârziere, atunci legea de control predictivă ar fi, de exemplu, cu feedback după stare $u(t) = Kx(t), K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ dat de utilizarea unui algoritm LQR. Introducerea unei întârzieri pe control conduce la complicarea problemei. O soluție clasică pentru rezolvarea acestei probleme este dată de considerarea unei legi de control predictiv după stare descrisă sumar astfel: să se găsească o lege de control $u(t-h) = Kx(t)$, sau altfel spus $u(t) = Kx(t+h)$, care să stabilizeze sistemul cu întârziere pe control. Prin urmare, este necesară o predicție a stării.

Propoziție 12. *Fie sistemul (15) cu perechea de matrici* (A, B_c) *controlabile sau, cel puțin, stabilizabile.*

a) Un predictor de stare pentru sistemul (15) este dat de

$$x_p(t) := x(t+h) = e^{Ah}x(t) + \int_{-h}^{0} e^{-As}B_c u(t+s)\,ds. \tag{16}$$

b) Prin aplicarea controlului cu predicție după stare $u(t) = Kx(t+h)$, *sistemul (15) este înlocuit de sistemul compensat*

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h) + B_c K\int_{-h}^{0} e^{-As}B_c u(t+s-h)ds;\, A_d := B_c K e^{Ah}. \tag{17}$$

Se consideră sistemul neliniar cu comutare structurală și cu întârziere transferată de pe control pe stare prin procedeul menționat mai sus

$$\begin{gathered}\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{di}x(t-h) + B_c K_i\int_{-h}^{0} e^{-A_i s}B_c u_i(t+s-h)\,ds + F_i\left[x(t)\right],\\ A_{di} := B_c K_i e^{A_i h}, i = 1,\dots,m.\end{gathered} \tag{18}$$

Sistemul (18) reprezintă o extensie neliniară a sistemului (17) la care se adaugă structura comutantă și termenii de ordinul unu $F_i(x(t))$ obținuți prin dezvoltarea în serie Taylor în jurul originii.

Teoremă 13. *Se consideră sistemele (18) cu*

a) A_i *matrici Hurwitz, așadar există matricile simterice și pozitiv definite* P_i *ce satisfac ecuațiile matriceale Liapunov* $A_i^T P_i + P_i A_i = -Q_i$ *pentru anumite matrici simetrice pozitiv definite* Q_i *și*

b) A_{di} *matrici suficient de mici, mai exact* $\|P_i A_{di}\| < \lambda_{\min}(Q_i)/2$, *pentru care există* $\omega_i > 0$ *astfel încât* $\|P_i A_{di}\| \le \omega_i < \lambda_{\min}(Q_i)/2$.

Pentru fiecare $i = 1,\dots,m$ *în (18), se consideră următoarele funcționale* Liapunov-Krasovskii

$$V_i(x_t) = x^T(t)P_i x(t) + \omega_i\int_{t-h}^{t}\|x(s)\|^2\,ds. \tag{19}$$

Atunci condițiile (11) și (12) sunt îndeplinite pentru orice $i = 1,\dots,m$, *atât timp cât funcțiile* $\psi_i(\|x(t)\|) := \left\{\lambda_{\min}(Q_i) - 2\left[\omega_i + \lambda_{\max}(P_i)(M_i\|x\| + N_i)\right]\right\}\|x(t)\|^2$ *sunt pozitive.*

Propoziție 14. *Funcționalele Liapunov-Krasovskii (19) îndeplinesc condiția (13).*

Teoremă 15. *O condiție suficientă de stabilitate asimptotică a soluției zero a sistemului (18) este ca funcționalele* $V_i(x_t)$, $i = 1,\dots,m$, *date de (19) îndeplinesc condițiile (11), (12) și ipoteza (H).*

4. Aplicații la câteva modele matematice reprezentative pentru servomecanismul hidraulic, cu întârziere și comutare. Simulări numerice

Teoria dezvoltată în Capitolele 2 și 3 se aplică aici la servomecanisme hidraulice. Astfel, în Secțiunea 4.1 se dă o scurtă descriere a servomecanismelor mecanohidraulice și electrohidraulice și a modului de obținere a modelelor matematice ce le caracterizează. De asemenea, se propun câteva modele matematice în care se introduce întârziere. În Secțiunea 4.2 se face o aplicație a teoremei demonstrate în Capitolul 2, și anume o teoremă pentru cazul critic de stabilitate a unui sistem neliniar cu comutare și întârziere pe stare. Secțiunea 4.3 este reprezentată de o aplicație a teoremei de stabilitate a punctului de echilibru al unui sistem neliniar cu control predictiv după stare, cu comutare, și cu întârziere pe control. teoremă demonstrată în Capitolul 3. În plus, în Secțiunea 4.3 se prezintă o metodă de obținere a unei legi de control cu predicție după stare.

Modele matematice pentru servomecanisme mecanohidraulice și electrohidraulice

Tehnologiile actuale implică lucrul cu mașini capabile de a ridica obiecte extrem de grele, și deci forțe mari, sau de a realiza mișcări foarte rapide și precise. Pentru astfel de operații, mașinile sunt echipate cu servomecanisme hidraulice. Acestea se pot clasifica în servomecanisme mecanohidraulice (MHS) când semnalul de intrare provine de la operatorul uman, semnal de natură mecanică, sau servomecanisme electrohidraulice (EHS) când semnalul de intrare provine de la pilot automat, semnalul fiind de natură electrică.

Complexitatea servomecanismelor hidraulice și dinamica lor pot constitui surse de apariție a întârzierii: inerția componentelor mobile și a sarcinii controlate, neliniaritățile constitutive ale servomecanismului, frecarea uscată dintre părțile mobile și cele fixe ale cilindrului hidraulic (a se vedea modelul LuGre (Olsson, et al., 1998)), întârzierile în linia de comandă de la traductori, timpul de reacție a pilotului (Toader & Ursu, 2014), întârzierea generată de unitatea de calcul în procesul de sinteză a legii de control, etc.

În cadrul tezei, se propun diverse modele matematice cu întârziere pentru EHS și MHS: modele matematice cu comutare și întârziere pe starea servovalvei, pe control, pe variabila de stare introdusă de frecare. Aceste modele au constituit punctul de plecare pentru înțelegerea efectelor produse de prezența întârzierii în ecuațiile dinamice.

Propoziție 16. *Un model matematic elementar cu întârziere pentru EHS este descris de următoarea ecuație diferențială neomogenă, autonomă, cu întârziere*

$$\dot{x}_1(t) + kx_1\left(t - h_0\right) = \frac{k}{k_T} u_{ref}\left(t - h_0\right) \tag{20}$$

unde h_0 este o întârziere echivalentă în care sunt incluse efectele componentelor inerțiale și vâscoase ale sarcinii în hidrocilindru și în servovalva electrohidraulică $, h_0 = h + h_e$.

Propoziție 17. *EHS descris de ecuația cu întârziere (20) este stabil (i.e. are rădăcini cu parte reală negativă) dacă* $kh_0 < \frac{\pi}{2}$.

Propoziție 18. *Un model matematic elementar cu întârziere pentru MHS este descris de ecuația diferențială cu întârziere*

$$\dot{x}_1(t) + kx_1\left(t - h_0\right) = kx_r\left(t - h_0\right). \tag{21}$$

Aplicație la servomecanismul electrohidraulic cu întârziere pe stare

Se consideră următorul model matematic al EHS fiind împărțit în două subsisteme în funcție de semnul variabilei de stare a servovalvei (Tecuceanu, et al., 2019), (Halanay & Ursu, 2009), (Halanay & Ursu, 2010), (Balea, et al., 2010), (Ursu, et al., 2013), (Halanay, et al., 2009), (Halanay, et al., 2004), (Ursu, et al., 2006), (Ursu & Ursu, 2007), (Balea, et al., 2010)

$$\begin{gathered}
\dot{y}_1 = y_2;\ \dot{y}_2 = -\frac{k}{m}y_1 - \frac{f}{m}y_2 + \frac{S}{m}y_3 - \frac{S}{m}y_4;\ \dot{y}_3 = \frac{B}{V_0 + Sy_1 + S\hat{x}_1}\left(Cy_5(t-h)\sqrt{p_s - y_3 - \hat{x}_3} - Sy_2\right) \\
\dot{y}_4 = \frac{B}{V_0 - Sy_1 - S\hat{x}_1}\left(-Cy_5(t-h)\sqrt{y_4 + \hat{x}_4} + Sy_2\right);\ \dot{y}_5 = -\frac{k_{SV}k_T}{\tau_{SV}}y_1 - \frac{1}{\tau_{SV}}y_5(t-h).
\end{gathered} \tag{22}$$

Ecuația caracteristică $\det\left(sI - A_1 - B_1 e^{-sh}\right) = 0$ are o valoare proprie zero ceea ce înseamnă că problema se situează în cazul critic de stabilitate și nu se poate decide cu privire la stabilitatea punctului de echilibru pe baza teoriei în primă aproximație Liapunov. Prin urmare, sistemul (22) se aduce la o formă cerută de metoda Liapunov-Malkin prin care Teorema 11 poate fi aplicată.

Noul sistem este dat de

$$\begin{aligned}
&\dot{\eta} = G_1\left(\eta, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5(t-h)\right) \\
&\dot{\xi}_2 = -\frac{f}{m}\xi_2 + \left(\frac{S}{m} + a_3\frac{k}{m}\right)\xi_3 + \left(a_4\frac{k}{m} - \frac{S}{m}\right)\xi_4 \\
&\dot{\xi}_3 = a_{32}\xi_2 + b_{35}\xi_5(t-h) + \overline{g}_3 - c_3\dot{\eta} \\
&\dot{\xi}_4 = a_{42}\xi_2 + b_{45}\xi_5(t-h) + \overline{g}_4 - c_4\dot{\eta} \\
&\dot{\xi}_5 = -a_3a_{51}\xi_3 - a_4a_{51}\xi_4 - \frac{1}{\tau_{SV}}\xi_5(t-h)
\end{aligned} \tag{23}$$

și are forma specifică metodei Liapunov-Malkin

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= A_i\xi(t) + B_i\xi(t-h) + F_i\left(\xi(t), \xi(t-h), \eta(t)\right)\\ \dot{\eta}(t) &= G_i\left(\xi(t), \xi(t-h), \eta(t)\right), \quad i = 1, 2.\end{aligned} \tag{24}$$

Teorema 11 asigură stabilitatea soluției sistemului (24), dacă părțile liniare

$$\dot{\xi}(t) = A_i\xi(t) + B_i\xi(t-h), \ \ i = 1, 2 \tag{25}$$

îndeplinesc condițiile de stabilitate și condițiile Liapunov.

Teoremă 19. (Hu & Wang, 2002)**,** (Xu, et al., 2014)**.** *Sistemul liniar cu întârziere (24) este stabil independent de întârziere dacă și numai dacă următoarele două condiții au loc:*
a) polinomul caracteristic $P(s) + Q(s)$, *corespunzând cazului* $h = 0$, *are doar rădăcini cu părți reale negative;*
b) polinomul $F(\omega) = |P(i\omega)|^2 - |Q(i\omega)|^2 = 0$ *nu are alte rădăcini reale* ω *în afară de zero.*

Definiție 20. [(Kharitonov, 2013), Definiția 2.6]. *Condiția Liapunov pentru sistemul (25) se referă la interdicția ecuațiilor caracteristice ale sistemului să aibă rădăcini simetrice față de origine*.

Valoarea teoretică calculată $h_{\max}$ este validată foarte bine de simulările numerice pentru sistemul (22). valoarea critică a întârzierii, dincolo de care sistemul devine instabil, a fost găsită a fi $h_{\max} = 0.0116\,\text{s}$.

Stabilitatea echilibrului modelului matematic EHS cu întârziere pe control

Modelul matematic pentru EHS este descris de un sistem neliniar cu cinci ecuații diferențiale, patru dintre ele definind sistemul valvă-actuator-sarcină, iar a cincea reprezentând dinamica de ordinul întâi a servovalvei electrohidraulice (EHSV). Prin acest model se evidențiază caracterul comutant, neliniar, apărut din cauza schimbărilor direcționale din dinamica distribuitorului liniar. Modelul matematic este dat de

$x_5 \geq 0$:

$$\begin{aligned}&\dot{x}_1 = x_2;\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{f}{m}x_2 + \frac{S}{m}x_3 - \frac{S}{m}x_4;\ \dot{x}_3 = \frac{B}{V_0 + Sx_1}\left(Cx_5\sqrt{p_s - x_3} - Sx_2 + k_l\left(p_s - 2x_3\right)\right)\\ &\dot{x}_4 = \frac{B}{V_0 - Sx_1}\left(-Cx_5\sqrt{x_4} + Sx_2 + k_l\left(p_s - 2x_4\right)\right);\ \dot{x}_5 = -\frac{x_5}{\tau_{SV}} + \frac{k_{SV}}{\tau_{SV}}u_1\left(x(t-h)\right)\end{aligned} \tag{26}$$

$x_5 < 0$:

$$\dot{x}_1 = x_2;\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{f}{m}x_2 + \frac{S}{m}x_3 - -\frac{S}{m}x_4;\ \dot{x}_3 = \frac{B}{V_0 + Sx_1}\left(Cx_5\sqrt{x_3} - Sx_2 + k_l\left(p_s - 2x_3\right)\right)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{B}{V_0 - Sx_1}\left(-Cx_5\sqrt{p_s - x_4} + Sx_2 + k_l\left(p_s - 2x_4\right)\right);\ \dot{x}_5 = -\frac{x_5}{\tau_{SV}} + \frac{k_{SV}}{\tau_{SV}}u_2\left(x\left(t-h\right)\right); \tag{27}$$

$$C := c_d w\sqrt{\frac{2}{\rho}}.$$

Condițiile inițiale asociate sistemelor (26)-(27) sunt: $x_i\left(0\right) = x_{0,i} \neq 0,\ u_i\left(t\right) = u_{0,i}\left(t\right)$, $-h \le t \le 0,\ h > 0,\ i = 1,2.$ Se introduc două tipuri de scurgeri, și anume, una internă în distribuitor, ți una externă în hidrocilindru. În absența considerării scurgerii în modelul fizic al EHS, matricile Jacobi au două valori proprii zero. În cazul modelului din (Meritt, 1976), cu ambele tipuri de scurgeri, singularitatea există doar în cazul în care $x_1 = 0$.

Fie A_1 și A_2 matricile Jacobi calculate în zero pentru ambele cazuri $x_5 \ge 0$ și $x_5 < 0$

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{f}{m} & \frac{S}{m} & -\frac{S}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{BS}{V_0 + S\hat{x}_{1,1}} & -\frac{B}{V_0 + S\hat{x}_{1,1}}\left(\frac{C\hat{x}_{5,1}}{2\sqrt{p_s - \hat{x}_{3,1}}} + 2k_l\right) & 0 & \frac{BC\sqrt{p_s - \hat{x}_{3,1}}}{V_0 + S\hat{x}_{1,1}} \\ 0 & \frac{BS}{V_0 - S\hat{x}_{1,1}} & 0 & -\frac{B}{V_0 - S\hat{x}_{1,1}}\left(\frac{C\hat{x}_{5,1}}{2\sqrt{\hat{x}_{4,1}}} + 2k_l\right) & -\frac{BC\sqrt{\hat{x}_{4,1}}}{V_0 - S\hat{x}_{1,1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{SV}} \end{pmatrix} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{f}{m} & \frac{S}{m} & -\frac{S}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{BS}{V_0 + S\hat{x}_{1,2}} & \frac{B}{V_0 + S\hat{x}_{1,2}}\left(\frac{C\hat{x}_{5,2}}{2\sqrt{\hat{x}_{3,2}}} - 2k_l\right) & 0 & \frac{BC\sqrt{\hat{x}_{3,2}}}{V_0 + S\hat{x}_{1,2}} \\ 0 & \frac{BS}{V_0 - S\hat{x}_{1,2}} & 0 & \frac{B}{V_0 - S\hat{x}_{1,2}}\left(\frac{C\hat{x}_{5,2}}{2\sqrt{p_s - \hat{x}_{4,2}}} - 2k_l\right) & -\frac{BC\sqrt{p_s - \hat{x}_{4,2}}}{V_0 - S\hat{x}_{1,2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{SV}} \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Matricea de influență a controlului B_c este un vector coloană cu primele patru elemente egale cu zero și al cincilea egal cu k_{SV} / τ_{SV}. Perechile de matrici $\left(A_i, B_c\right)$, i =1, 2, nu sunt complet controlabile, dar sunt stabilizabile, inclusiv în $x_0 = 0$ care este cel mai vulnerabil punct de echilibru al sistemului EHS (Guillon, 1972). De fapt, cele două matrici A_i (28) și (29) sunt matrici Hurwitz. Sinteza legii de control se realizează prin proceduri LQR cu privire la matricile $\left(A_i, B_c\right),\ i = 1,2.$

Punctul de echilibru vectorial corespunzător subsistemului cu variabila de stare $x_5 \ge 0$ se obține prin alegerea unei valori pentru $\hat{x}_{1,1}$, celelalte fiind găsite conform relațiilor $\hat{x}_{2,1} = 0$,

$\hat{x}_{3,1} = p_s/2 + kx_{0,1}/(2S)$, $\hat{x}_{4,1} = p_s/2 - kx_{0,1}/(2S)$, iar $\hat{x}_{5,1}$ fiind găsit ca soluție a ecuației $Cx_5\sqrt{\left(p_s - kx_{0,1}/S\right)/2} - k_l kx_{0,1}/S = 0$. Se obțin următoarele valori: $\hat{x}_{1,1} = 5\times10^{-3}$m, $\hat{x}_{2,1} = 0$ m/s, $\hat{x}_{3,1} = 112.5\times10^{5}$ N/m2, $\hat{x}_{4,1} = 97.5\times10^{5}$ N/m2, $\hat{x}_{5,1} = 0.0018\times10^{-3}$ m, cu $u_1 = 0.0925$. Valorile proprii ale matricii A_1 (28) obținute în buclă deschisă sunt: $\lambda_{1,2} = -97.4 \pm 1726.5i$, $\lambda_3 = -0.3$, $\lambda_4 = -90$, și $\lambda_5 = -131.2$. valorile proprii în buclă închisă ale matricii A_1 (28) sunt $\lambda_{1,2} = -97.4 \pm 17i2$ $\lambda_3 = -10.2$, $\lambda_4 = -90$, $\lambda_5 = -130.8$. Sinteza legii de control LQR s-a realizat alegând matricile de ponderare Q_J , ca matrice zero exceptând Q_J (1,1) = 1, iar $R_J = 0.0025$, obținând factor de amplificare K_1 = [6.1005 0.0002 0.0008 −0.0006 3.6293]. Același procedeu se aplică pentru subsistemului caracterizat de $i = 2$.

Pentru verificarea condițiilor de stabilitate date în Teorema 13, așadar pentru îndeplinirea inegalității $\psi_i\left(\|x(t)\|\right) \geq 0$, următorii parametri sunt necesari: x_{0i}, k_l, h, M_i, $\|x(t)\|$, $\|R_i(t)\|$, N_i, $\lambda_{\min}(Q_i)$, $\lambda_{\max}(P_i)$, ω_i. Ținând cont de faptul că matricile Q_i și P_i sunt corelate datorită ecuației Liapunov, asigurarea unei valori pozitive pentru expresia $\lambda_{\min}(Q_i) - 2\left[\omega_i + \lambda_{\max}(P_i)\left(M_i\|x\| + N_i\right)\right]$ este extrem de dificil.

Mai mult, un prag al valorii critice a întârzierii până la care sistemul rămâne stabil se găsește în jurul valorii de $h = 0.1$ s. Pentru $h = 0.096$ s, există un pol în domeniul discret la limita stabilității, $z = 0.99995$. Pentru $h^* = 0.1$ s, polul devine instabil $z = 1.0002346$.

Discretizarea modelului și sinteza unui control cu predicție de stare pentru un sistem liniar cu întârziere pe control

În această Secțiune se propune o metodă numeric-analitică pentru sinteza unei legi de control care compensează întârzierea. Aceasta se aplică la modelul matematic liniarizat (18) al servomecanismului electrohidraulic cu întârziere pe control si comutare structurală, necontrolată, analizat în Secțiunea 3.2. Altfel spus, problema găsirii unei legi de control este formulată și rezolvată astfel încât să se asigure stabilitatea echilibrului dinamicii sistemului influențată de prezența întârzierii.

Modelul matematic (18) implică existența unui termen integral care conține istoria controlului. Practic, pentru găsirea soluției DDE (18), pe lângă condițiile inițiale, este necesar să se cunoască legile de control anterioare și să fie incluse în calcul. Acest procedeu nu este ușor de efectuat și presupune o discretizare și integrare online a modelului pentru compensarea efectelor date de întârziere. Astfel, integrarea sistemului cere înlocuirea integralei cu o sumă împărțind lungimea intervalului de integrare h într-un număr potrivit de k perioade de eșantionare T. Rezultatele simulărilor numerice evidențiază valoarea maximă a întârzierii până la care sistemul rămâne stabil.

Se consideră sistemul liniar, invariant în timp, cu întârziere pe control

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t-h),\ x(0) = x_0 \tag{30}$$

și legea de control

$$u(t-h) = -Kx(t). \tag{31}$$

Sursele întârzierii pe control pot fi:

1. caracteristica intrinsecă a sistemului, sau
2. timpul necesar sintezei legii de control; în acest caz, întârzierea este egală cu perioada de eșantionare.

Ipoteza de lucru este că matricea de feedback corespunzătoare legii de control (31) s-a determinat astfel încât matricea $A - BK$ este stabilă. Mai mult, sistemul în buclă închisă îndeplinește anumite criterii de performanță. Dacă o întârziere intervine în sistem, iar legea de control, nu ia în calcul acest lucru, efecte nedorite pot avea loc în dinamica sistemului precum degradarea performanțelor sau chiar destabilizare. Astfel, se au în vedere două direcții de studiu:

(D_1) determinarea unei valori maxime a întârzierii $h_{\max}$ dincolo de care sistemul (30) devine instabil utilizând legea de control (31)

(D_2) sinteza unei legi de control care să contracareze efectele introduse de întârziere; cu alte cuvinte, pentru $t > h$, sistemul în buclă închisă se comportă ca sistemul $\dot{x} = (A - BK)x,\ x(h) = e^{Ah}x_0.$ Această cerință este satisfăcută de legea de control predictivă din următoarea Propoziție.

Propoziție 20. *Legea de control cu predicție după stare pentru sistemul liniar (29) care satisface obiectivul (D_2) este dată de*

$$u(t) = -Kx(t+h) = -K\,e^{Ah}x(t) - K\int_{t-h}^{t} e^{A(t-s)}Bu(s)ds. \tag{32}$$

Propoziție 21. *Legea de control* (31) *se obține conform formei discretizate*

$$u(n) = -K\ A_D^k x(n) - K \sum_{i=n-k}^{n-1} A_D^{n-1-i}\ B_D\ u(i) \tag{33}$$

$$t := nT,\ n = 0, 1, 2, \ldots,\ h = kT,\ A_D := e^{AT},\ B_D := A^{-1}[e^{AT} - I]B.$$

Concluzii

C.1. Concluzii generale

Obiectivul principal al acestei teze a fost de a studia stabilitatea locală a punctelor de echilibru pentru câteva sisteme dinamice descrise de ecuații diferențiale cu întârziere și comutare structurală, necontrolată. Stabilitatea este înțeleasă ca o stabilitate locală, o stabilitate a echilibrelor perturbate cu variații mici. În fapt, stabilitatea echilibrului servomecanismului ca sistem de stabilizare este echivalentă cu stabilitatea sistemului ca sistem de urmărire.

Obiectivele secundare au fost de pregătire a cadrului matematic și de enunțare și demonstrare a unor Propoziții și Teoreme de stabilitate. Rezultatele obținute analitic au fost validate de simulări numerice la aplicații reale din inginerie. Aplicațiile sunt în legătură cu servomecanismele mecanohidraulice și, în mod special, servomecanisme electrohidraulice, ambele utilizate în aviație pentru controlul suprafețelor primare de zbor ale avionului, în cazul de față pentru controlul eleroanelor.

Comparând abordările din Capitolele 2 și 3, se pot stabili câteva concluzii. Cele două modele matematice sunt, în fapt, asemănătoare, în sensul că întârzierea pe control poate fi văzută ca o întârziere pe starea servovalvei si viceversa. Rezultatele din capitolul 2 au avantajul unor condiții de stabilitate mai puțin restrictive și dezavantajul, în absența unei legi de control adecvate, a existenței unui prag mai scăzut de stabilitate dat de prezența întârzierii. Rezultatele din capitolul 3 au avantajul unui control adecvat, de tip predictiv, care compensează în totalitate prezența întârzierii asigurând o stabilitate a echilibrului pentru perturbații suficient de mari și pentru valori suficient de mari ale întârzierii. Dezavantajul este dat de restrictivitatea ridicată a condițiilor suficiente de stabilitate determinate.

Simulările numerice validează calculele analitice prin faptul că întârzierea maximă pentru care sistemul rămâne stabil, calculată analitic, este practic aceeași cu valoarea găsită prin simulări numerice în domeniile continuu și discret, în prezența unui control de tip LQR, și anume $h_{\max} \simeq 0.1\,\mathrm{s}$. Pentru sistemul cu control predictiv, sistemul întârziat se comportă la fel ca sistemul fără întârziere, ambele sisteme suportând perturbații destul de mari ale punctelor de echilibru.

C.2. Perspective de continuare a studiului

Rezultatele prezentate în această Teză se pot aplica în diferite ramuri ale ingineriei unde întârzierea are un efect important în dinamica sistemelor din punct de vedere al stabilității punctelor de echilibru. Prin urmare, modelul matematic poate fi îmbunătățit astfel încât să descrie cu acuratețe comportamentul obiectului controlat ținând cont și de o istorie minimală a dinamicii acestuia.

Există o tendință accentuată în ingineri de a studia sistemele cu comutare. Astfel, rezultatele din Teză urmează această direcție și oferă un punct de plecare pentru dezvoltarea de noi studii de stabilitate unde se cere să se asigure stabilitatea unui sistem compus din subsisteme stabile sau instabile. Un studiu necesar și util este de a găsi condiții de stabilitate mai puțin restrictive având în vedere că modelul funcționalelor Liapunov-Krasovskii poate genera condiții foarte restrictive.

Un alt orizont important de dezvoltare este de a propune și de a realiza modele practice în laborator pentru validarea rezultatelor din Teză. În ingineria aerospațială, un obiectiv semnificativ este de a stabili anvelopa de zbor a unei aeronave. Fenomenul de flutter este un fenomen aeroelastic, dinamic, sever, constând în oscilații auto-întreținute ale căror amplitudini cresc puternic, într-un interval scurt de timp, prin acumularea de energie în structură. Acesta afectează grav suprafețele primare de comandă ale unui avion întrucât aici se dezvoltă forțele aeroelastice. Acesta afectează grav suprafețele primare de comandă ale unui avion, ducând de regulă la catastrofă. În anii recenți, au fost abordate diferite metode active de combatere a flutterului. O soluție interesantă și realistă pentru creșterea anvelopei de zbor ar putea fi dată de considerarea întârzierii pe linia traductor – lege de control implementată – actuator.

References

1. Afanasiev, V. N., Kolmanovskii, V. B. & Nosov, V. R., 2003. *Mathematical theory of control systems synthesis (in Russian).* Moscow: Moscow University Press
2. Agaba, G. O., Kyrychko, Y. N. & Blyuss, K. B., 2017. Time-delayed SIS epidemic model with population awareness. *Ecological Complexity,* 31, pp. 50-56.
3. Arino, J. & van den Driessche, P., 2006. Time Delays in Epidemic Model. In: *Arino O., Hbid M., Dads E.A. (eds) Delay differential equations and applications.* Springer, pp. 539-578.
4. Arino, O., Hbid, M. L., Ait Dads, E. & (Eds.), 2006. *Delay differential equations and applications.* Springer.
5. Artstein, Z., 1982. Linear systems with delayed controls: a reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 27(4), pp. 869-879.
6. Azbelev, N. V., Maksimov, V. P. & Rakhmatullina, L. F., 2007. *Introduction to the theory of functional differential equations: methods and applications.* Hindawi Publishing Corporation.
7. Balea, S., Halanay, A. & Ursu, I., 2009. Stabilization through coordinates transformation for switched systems associated to electrohydraulic servomechanisms. *Mathematical Reports,* 11 (61)(4), pp. 279-292.
8. Balea, S., Halanay, A. & Ursu, I., 2010a. Coordinate transformations and stabilization of some switched control systems with application to hydrostatic electrohydraulic servoactuators. *Control Engineering and Applied Informatics,* 12(3), pp. 67-72.
9. Balea, S., Halanay, A. & Ursu, I., 2010b. Coordinates transformation and stabilization for switching models of actuators in servoelastic framework. *Applied Mathematical Sciences,* 4(73-76), pp. 3625-3542.
10. Banks, H. T., Jacobs, M. Q. & Latina, M. R., 1971. The synthesis of optimal controls for linear, time-optimal problems with retarded controls. *Journal of Optimization Theory and Applications,* 8, pp. 319-366.
11. Basin, M., 2008. *New trends in optimal filtering and control for polynomials and time-delay systems.* New York: Springer-Verlag.
12. Bélair, J. & Rimbu, A., 2015. Time delays in drug administration: effect, transit, tricks and oscillations. *IFAC-PapersOnLine,* 48(12), pp. 111-116.
13. Bellen, A. & Zennaro, M., 2005. *Numerical methods for delay differential equations.* Oxford University Press.
14. Bellman, R., 1949. On the existence and boundedness of solutions of non-linear difference-differential equations. *Annals of Mathematics,* 50, pp. 347-355.
15. Bellman, R. & Cooke, K. L., 1963. *Differential-difference equation.* Academic Press.
16. Benítez, F. & Pérez, C., 2011. Methods of stabilizing or destabilizing a switched linear system. *Journal of Mathematical Sciences,* 177(3), pp. 345-356.
17. Bensoussan, A., Da Prato, G., Delfour, M. C. & Mitter, S. K., 2007. *Representation and control of infinite dimensional systems.* 2nd ed. Birkhäuser.
18. Bernoulli, J., 1728. Meditationes. De chordis vibrantibus, cum pondusculis aequali intervallo a se invicem dissitis, uni nimirum ex principio virium vivarum quaeritur numerus vibrationum chordae pro una oscillatione penduli datae longitudinis D. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae,* 3, p. 1328.

19. Biot, J. B., 1806. Mémoire sur les équations aux différences mêlées. *Mémoires présentés à l'Institut des Sciences, Lettres et Arts par divers Savants et lus dans ses Assemblées. Sciences Mathématiques et Physiques,* I, pp. 296-327.
20. Blackburn, J. F., Reethof, G. & Shearer, J. L., 1960. *Fluid power control.* Technology Press of MIT.
21. Blanchini, F. & Miani, S., 2008. *Set-theoretic methods in control.* Birkhäuser.
22. Blanchini, F. & Savorgnan, C., 2006. Stabilizability of switched linear systems does not imply the existence of convex Liapunov functions. *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, San Diego, CA, USA,* pp. 119-124.
23. Bodnar, M., Foryś, U. & Poleszczuk, J., 2011. Analysis of biochemical reactions models with delays. *Journal of Mathematical Analysis and Applications,* 376, pp. 74-83.
24. Boole, G., 1880. *A treatise on the calculus of finite differences.* London: MACMILLAN AND CO.
25. Borden, R. F., 1920. On the Laplace-Poisson mixed equation. *American Journal of Mathematics,* 42(4), pp. 257-277.
26. Boukas, E.-K., 2006. *Stochastic switching systems. Analysis and design.* Boston: Birkhäuser.
27. Boukas, E.-K. & Liu, Z.-K., 2002. *Deterministic and stochastic time delay systems.* Birkhäuser.
28. Branicky, M. S., 1994. Analyzing continuous switching systems: theory and examples. *Proceedings of 1994 American Control Conference - ACC '94, Baltimore, MD, USA,* 3, pp. 31110-3114.
29. Branicky, M. S., 1998. Multiple Liapunov Functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 43, pp. 475-482.
30. Brayton, R. & Tong, C., 1980. Constructive stability and asymptotic stability of dynamical systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems,* 27(11), pp. 1121-1130.
31. Breda, D., Maset, S. & Vermiglio, R., 2015. *Stability of linear delay differential equations. A numerical approach with MATLAB.* Springer.
32. Brown, T. A., 1663. *On the nonlinear difference-differential equation.* Santa Monica, California: The Rand Corporation.
33. Bučys, K., Švitra, D. & Vilkytė, R., 2013. Linear and nonlinear stability in nuclear reactors with delayed effects. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control,* 18(1), pp. 1-13.
34. Çalişkan, S. Y., Özbay, H. & Niculescu, S.-I., 2011. Stability analysis of switched systems using Liapunov-Krasovskii functionals. *Proceedings of the 18th World Congress The International Federation of Automatic Control, Milano, Italy,* pp. 7492-7496.
35. Callender, A., Hartree, D. R. & Porter, A., 1936. Time-lag in a control system. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences,* 235(756), pp. 415-444.
36. Campbell, S. A., 2007. Time delays in neural systems. In: *Jirsa V.K., McIntosh A.R (Eds.). Handbook of Brain Connectivity.* Springer, pp. 65-90.
37. Cândea, D., Halanay, A., Rădulescu, I. R. & Tălmaci, R., 2017. Parameter estimation and sensitivity analysis for a mathematical model with time delays of leukemia. *AIP Conference Proceedings,* 1798, p. 020034.
38. Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J. & Lischinsky, P., 1993. Dynamic friction models and control design. *1993 American Control Conference,* pp. 1920-1926.
39. Cao, Z., Gao, L. & Wang, C., 2019. Stability conditions of switched nonlinear systems with unstable subsystems and destabilizing switching behaviors. *Applied Mathematics and Computation,* 363, p. 124558.
40. Cepeda-Gomez, R., 2019. Delayed feedback control of pitch-flap instabilities in helicopter rotors. In: *Gao Q, Karimi H. R. (Eds.). Stability, Control and Application of Time-Delay Systems.* Elsevier, pp. 123-142.

41. Césaro, E., 1885. Sur une équation aux différences mêlées. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3(4), pp. 36-40.
42. Chiasson, J. & Loiseau, J. J., 2007. *Applications of time delay systems.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
43. Chin, S.-M., Lee, C.-O. & Chang, P. H., 1994. An experimental study on the position control of an electrohydraulic servosystem using time delay control. *Control Engineering Practice,* 2(1), pp. 41-48.
44. Chueshov, I. D., 2002. *Introduction to the theory of infinite-dimensional dissipative systems.* Kharkiv, Ukraine: ACTA Scientific Publishing House.
45. Condorcet, 1774. Sur la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les inégrales des équations aux différences partielles. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année 1771. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique pour la même Année.* Paris: L'Imprimerie Royale, pp. 49-74.
46. Cooke, K. L. & Grossman, Z., 1982. Discrete delay, distributed delay and stability switches. *Journal of Mathematical Analysis and Applications,* 86, pp. 592-627.
47. Crocco, L. & Cheng, S.-I., 1956. *Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors,* Butterworths Scientific Publications.
48. Curtain, R. & Zwart, H., 1995. *An introduction to infinite-dimensional linear sytems theory.* Springer.
49. Daafouz, J. & Bernussou, J., 2001. Parameter dependent Liapunov functions for discrete time systems with time varying parametric uncertainties. *Systems & Control Letters,* 43(5), pp. 355-359.
50. Dai, S.-L., Lin, H. & Ge, S. S., 2009. A switched system approach to scheduling of networked control systems with communication constraints. *Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference,* pp. 4991-4996.
51. Davrazos, G. & Koussoulas, N. T., 2001. *A review of stability results for switched and hybrid systems.* Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation.
52. Debeljkovic, D. L. & Stojanovic, S. B., 2008. Asymptotic analysis of linear time-delay systems: delay dependent approach. In: P. Husek, ed. *Systems, Structure and Control.* InTech, pp. 29-60.
53. Dey, R., Ray, G. & Balas, V. E., 2018. *Stability and stabilization of linear and fuzzy time-delay systems. A Linear Matrix Inequality approach.* Springer.
54. Diekman, O., Van Gils, S. A., Verduyn Lunel, S. M. & Walther, H.-O., 1995. *Delay equations: functional, complex and nonlinear analysis.* Springer-Verlag.
55. Dimirovski, G., Jiqiang, W., Hong, Y. & Jovan, S., 2018. *Novel characterizations for switched nonlinear systems with average dwell time: further findings.* Skopje, Macedonia, ETAI Conference 2018.
56. Ding, X., Shen, G., Li, X. & Tang, Y., 2019. Delay compensation position tracking control of electro-hydraulic servo systems based on a delay observer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering,* 234(5), pp. 622-633.
57. Driver, R. D., 1977. *Ordinary and delay differential equations.* Springer-Verlag.
58. Dugard, L. & Verriest, E. I. (., 1998. *Stability and Control of Time-delay Systems.* Springer.
59. Egorov, A. & Mondié, S., 2015. The delay Liapunov matrix in robust stability analysis of time-delay systems. *IFAC-PapersOnLine,* 48(12), pp. 245-250.
60. Elsgolts, L. E. & Norkin, S. B., 1973. *Introduction to the theory of differential equations with deviating arguments (Mathematics in Science and Engineering, vol. 105).* Translated from Russian by John L. Casti, Mathematich in Science and Engineering, vol. 105 ed. Moskow: Academic Press.

61. Enciu, D. & Halanay, A., 2021. Stability for a delayed switched nonlinear system of differential equations in a critical case. *International Journal of Control,* https://doi.org/10.1080/00207179.2020.1862423.
62. Enciu, D., Halanay, A., Toader, A. & Ursu, I. Liapunov-Malkin type approach in a critical case for stability for a switched mathematical model of a servomechanism with state delay. *submitted.*
63. Enciu, D., Halanay, A. & Ursu, I., 2018a. Delay differential equations model for mechano- and electrohydraulic servomechanisms used in airplane flight controls. *UPB Bulletin, Series A - Applied Mathematics and Physics,* 80(3), pp. 27-36.
64. Enciu, D., Halanay, A., Ursu, I. & Tecuceanu, G., 2018b. An approach of control delay for electrohydraulic servomechanism. *Proceedings of the 37th "Caius Iacob" Conference on Fluid Mechanics and its Technical Applications,* pp. 45-48.
65. Enciu, D., Ursu, I. & Tecuceanu, G., 2018c. Dealing with input delay and switching in electrohydraulic servomechanism mathematical model. *IEEE Xplore 2018 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT),* pp. 713-718.
66. Enciu, D., Ursu, I. & Tecuceanu, G., 2019a. A problem of stabilization for the mathematical model of electrohydraulic servomechanism with control delay. *ARA Journal of Sciences,* 2, pp. 39-42.
67. Enciu, D., Ursu, I., Tecuceanu, G., Ion Guta, D.D., Halanay, A., Tudose, M., 2019b. Flight envelope expansion via piezoelectric actuation. Receptance method and time-delayed feedback control. *International Journal of Modeling and Optimization,* 9(6), pp. 317-321.
68. Engelborghs, K., 2000. *DDE-BIFTOOL: a MATLAB package for bifurcation analysis of delay differential equations. Report TW305,* Katholieke Universiteit Leuven, Department of Computer Science.
69. Engelborghs, K., Dambrine, M. & Roose, D., 2001. Limitations of a class of stabilization methods for delay equation. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 46(2), pp. 336-339.
70. Epstein, I. R. & Luo, Y., 1991. Differential delay equations in chemical kinetics. Nonlinear models: The cross-shaped phase diagram and the Oregonator. *The Journal of Chemical Physics,* 95(1), pp. 244-254.
71. Erneux, T., 2009. *Applied Delay Differential Equations.* Springer.
72. Farmer, J. D., 1982. Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system. *Physica D: Nonlinear Phenomena,* 4(3), pp. 366-393.
73. Fridman, E., 2001. New Liapunov–Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems. *Systems & Control Letters* , 43, pp. 309-319.
74. Fridman, E., 2014a. *Introduction to time-delay systems. Analysis and control.* Birkhauser.
75. Fridman, E., 2014b. Tutorial on Liapunov-based methods for time-delay systems. *European Journal of Control,* 20, pp. 271-283.
76. Fu, M. & Barmish, B. R., 1986. Adaptive stabilization of linear systems via switching control. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 31, pp. 1097-1103.
77. Gamynin, N. S., 1972. *Hydraulic automatic control systems (in Russian).* Moskow: Mashinostroenie.
78. Gao, Q. & Karimi, H. R., 2019. *Stability, Control and Application of Time-Delay Systems.* Elsevier.
79. Gawthrop, P. J. & Wang, L., 2007. Intermittent Model Predictive Control. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering,* Volume 221, pp. 1007-1018.
80. Gielen, R. H., Olaru, S., Lazar, M., Heemels, W.P.M.H., van de Wouw, N., Niculescu, S.-I. 2010. On polytopic inclusions as a modelling framework for systems with time-varying delays. *Automatica,* 46(3), pp. 615-619.

81. Goltser, Y. & Litsyn, E., 2005. Volterra integro-differential equations and infinite systems of ordinary differential equations. *Mathematical and Computer Modelling,* 42, pp. 221-233.
82. Gopalsamy, K., 1992. *Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics.* Springer.
83. Grimholt, C. & Skogestad, S., 2018. Should we forget the Smith predictor? *IFAC-PapersOnLine,* 51(4), pp. 769-774.
84. Grossberg, S., 1967. Nonlinear difference-differential equations in prediction and learning theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America,* 58(4), pp. 1329-1334.
85. Guillon, M., 1972. *L'asservisssement hydraulique et électrohydraulique.* I-II. Paris: Dunod.
86. Gu, K., Kharitonov, V. L. & Chen, J., 2003. *Stability of Time-Delay Systems.* Birkhäuser Basel.
87. Gu, K. & Niculescu, S. -I., 2003. Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems. *Transactions of the AMSE,* 125, pp. 158-165.
88. Gustavsen, B., 2004. Time delay identification for transmission line modelling. *Proceedings of the 8th IEEE Workshop on Signal Propagation on Interconnects, Heidelberg, Germany,* pp. 103-106.
89. Halanay, A., 1963. *Qualitative theory of differential equations (in Romanian).* Bucharest: Publishing House of the Academy of the Romanian People's Republic.
90. Halanay, A., 1966. *Differential equations: stability, oscillations, time lags.* Academic Press.
91. Halanay, A., Cândea, D. & Rădulescu, I. R., 2014. Existence and stability of limit cycles in a two-delays model of hematopoiesis including asymmetric division. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena,* 9(1), pp. 58-78.
92. Halanay, A., Popescu, F., Safta, C.A., Ursu, F., Ursu, I., 2004a. Stability analysis and non-linear control synthesis for hydraulic servos actuating primary flight controls. *Proceedings of the ICNPAA 2004, International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace, Mathematical Problems in Engineering and Aerospace Sciences, Cambridge Scientific Publisher,* pp. 243-250.
93. Halanay, A., Safta, C. A., Ursu , I. & Ursu, F., 2004b. Stability of equilibria in a four-dimensional nonlinear model of a hydraulic servomechanism. *Journal of Engineering Mathematics,* 49(4), pp. 391-405.
94. Halanay, A., Safta, C. A., Ursu, I. & Ursu, F., 2009. Stability analysis for a nonlinear model of a hydraulic servomechanism in a servoelastic framework. *Nonlinear Analysis: Real World Applications,* 10(2), pp. 1197-1209.
95. Halanay, A. & Ursu, I., 2007. Stability of equilibria in a model for electrohydraulic servomechanisms. *Mathematical Reports,* 9(59), pp. 47-54.
96. Halanay, A. & Ursu, I., 2009. Stability of equilibria of some switched nonlinear systems with applications to control synthesis for electrohydraulic servomechanisms. *IMA Journal of Applied Mathematics,* 74(3), pp. 361-373.
97. Halanay, A. & Ursu, I., 2010. Stability analysis of equilibria in a switching nonlinear model of a hydrostatic electrohydraulic actuator. In: S. Sivasundaram, ed. *Mathematical Problems in Engineering Aerospace and Science, vol. 5.* Cambridge Scientific Publishers.
98. Hale, J., 1971. *Functional Differential Equations.* Springer.
99. Hale, J. K. & Cruz, M. A., 1970. Existence, uniqueness and continuous dependence for hereditary systems. *Annali di Matematica Pura ed Applicata,* 85, pp. 63-81.
100. Hale, J. K. & Verduyn Lunel, S. M., 1993. *Introduction to functional differential equations.* New York: Springer-Verlag.
101. Han, Z. & Narendra, K. S., 2012. New concepts in adaptive control using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 57, pp. 78-89.

102.Harrje, D. T. & Reardon, F. H., 1972. *Liquid Propellant Rocket Combustion Instability*. Washington, DC.: NASA Scientific and Technical Information Office.
103.Herwald, S. W., 1984. Recollections of the early development of servomechanism and control system. *IEEE Control Systems Magazine,* 4(4), pp. 29-32.
104.Hespanha, J. P. & Morse, A. S., 1999. Stability of switched systems with average dwell-time. *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.99CH36304), Phoenix, AZ, USA,* 3, pp. 2655-2660.
105.Hetel, L., Daafouz, J. & Iung, C., 2008. Equivalence between the Liapunov–Krasovskii functionals approach for discrete delay systems and that of the stability conditions for switched systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems,* 2(3), pp. 697-705.
106.Hu, H. Y. & Wang, Z. H., 2002. *Dynamics of controlled mechanical systems with delayed feedback.* Heidelberg: Springer.
107.Insperger, T., Ersal, T. & Orosz, G. (., 2017. *Time delay systems. Theory, numerics, applications, and experiments.* Springer.
108.Insperger, T. & Stépán, G., 2011. *Semi-discretization for time-delay systems. Stability and engineering applications.* Springer.
109.Ionescu, V., 1985. *System theory (in Romanian).* Bucharest: Editura Didactica si Pedagogica.
110.Jelali, M. & Kroll, A., 2003. *Hydraulic servo-systems. Modelling, identification and control.* Springer.
111.Jin, M., Kim, J., Ba, D., Park., H.G., Ahn, K.K., Yoon, J.J., 2015. Time delay control of a pump-controlled electro-hydraulic actuator. *15th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), Busan,* pp. 847-850.
112.Kálmar-Nagy, T., 2009. Stability analysis of delay-differential equations by the method of steps and inverse Laplace transform. *Differential Equations and Dynamical Systems,* 17(1-2), pp. 185-200.
113.Kamenskii, G. A., 1958. Toward a general theory of equations with a deviating argument. *Dok. Acad. Sci. USSR,* 120(4), pp. 697-700.
114.Keller, A. A., 2010. Generalized delay differential equations to economic dynamics and control. *AMERICAN-MATH'10: Proceedings of the 2010 American conference on Applied mathematics,* pp. 278–286.
115.Keller, A. A., 2018. Time-delay systems with application to mechanical engineering process dynamics and control. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation,* pp. 64-73.
116.Kemer, E. & Prempain, E., 2014. Switched control for a fighter aircraft. *2014 UKACC International Conference on Control (CONTROL), Loughborough,* pp. 110-114.
117.Khalil, H. K., 2002. *Nonlinear systems.* 3rd ed. Prentice Hall.
118.Kharitonov, V. L., 2013. *Time-delay systems. Liapunov functionals and matrices.* Birkhäuser.
119.Kharitonov, V. L. & Zhabko, A. P., 2003. Liapunov–Krasovskii approach to the robust stability analysis of time-delay systems. *Automatica,* 39(1), pp. 15-20.
120.Khokhlov, V. A., 1971. *Electrohydraulic tracking systems (in Russian).* Moscow: Nauka.
121.Kim, A. V. & Ivanov, A. V., 2015. *Systems with delays. Analysis, control, and computations.* Wiley and Scrivener Publishing.
122.Kim, S., Campbell, S. A. & Liu, X., 2008. Delay independent stability of linear switching systems with time delay. *Journal of Mathematical Analysis and Applications,* 339, pp. 785-801.
123.Kirillova, F. M. & Churakova, S. V., 1967. On the problem of controllability of linear systems with aftereffect. *Differentsial'nye Uravneniya,* 3(3), pp. 436-445.
124.Ko, J., Kurdilla, A. J. & Strganac, T. W., 1997. *Nonlinear dynamics and control for a structurally nonlinear aeroelastic system, TX 77843-3141,* Texas A&M University: Department of Arospace Engineering,.

125.Kolesov, Y. S. & Shvitra, D. I., 1979. Role of time-delay in mathematical models of ecology. *Lithuanian Mathematical Journal,* 19, pp. 81-91.
126.Kolmanovskii, V. B. & Nosov, V. R., 1981. *Stability and oscillations of delayed control systems (in Russian).* Moscow: Nauka.
127.Kolmanovskii, V. B. & Nosov, V. R., 1986. *Stability of functional differential equations.* Academic Press.
128.Kolmanovskii, V. B. & Shaikhet, L. E., 1996. *Control of systems with aftereffect.* American Mathematical Society.
129.Kolmanovskii, V. & Myshkis, A., 1992. *Applied Theory of Functional Differential Equations.* Dordrecht: Springer Science+Business Media.
130.Kolmanovskii, V. & Myshkis, A., 1999. *Introduction to the theory and applications of functional differential equations.* Dordrecht: Mathematics and Its Applications Series, 463, Kluwer Academic Publishers.
131.Kovacs, B. A. & Insperger, T., 2018. Retarded, neutral and advanced differential equation models for balancing using an accelerometer. *International Journal of Dynamics and Control,* 6, pp. 694-706.
132.Krasovskii, N. N., 1959. *Stability of motion. Applications of Liapunov's second method to differential systems and equations with delay (Russian).* (English translation, Stanford University Press, 1963), Moscow
133.Kuang, Y., 1993. *Delay differential equations with applications in population dynamics.* Academic Press.
134.Kugi, A. & Kemmetmuller, W., 2004. New energy-based nonlinear controller for hydraulic piston actuators. *European Journal of Control,* 10(2), pp. 159-169.
135.Kwakernaak, H. & Sivan, R., 1972. *Linear optimal control systems.* Wiley-Interscience.
136.Kwon, W. H., Moon, Y. S. & Ahn, S. C., 1999. Bounds in algebraic Riccati and Liapunov equations: a survey and some new results. *International Journal of Control,* 64(3), pp. 377-389.
137.Kwon, W. H. & Park, P. G., 2019. *Stabilizing and optimizing control for time-delay systems. Including model predictive controls.* Springer.
138.Kwon, W. H. & Pearson, A. E., 1980. Feedback stabilization of linear systems with delayed control. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 25, pp. 266-269.
139.Kyrychko, Y. & Hogan, S. J., 2010. On the use of delay equations in engineering applications. *Journal of Vibration and Control,* 16(7-8), p. 943–960.
140.Lacroix, S. F., 1819. Des équations aux differences mêlées. In: *Traité de calcul différentiel et du calcul intégral, Vol. 3, Ch. 8.* Paris, France: Libraire pour les Sciences, pp. 575-600.
141.Lakshmanan, M. & Senthilkumar, D. V., 2010. *Dynamics of nonlinear time-delay systems.* Springer.
142.Laplace, P. S., 1782. Mémoire sur la suites. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année 1779. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique pour la même Année.* Paris: L'Imprimerie Royale, pp. 207-309.
143.LaSalle, J. P. & Lefschetz, S., 1961. *Stability by Liapunov's direct method with applications.* Academic Press.
144.Léchappé, V., 2015. *Predictive control and estimation of uncertain systems with an input delay,* Nantes: PhD Thesis.
145.Lee, S.-Y., 1960. Hydraulic servovalve with flow feedback (in Russian). *1st IFAC Proceedings,* 4, pp. 543-558.
146.Lee, T. N. & Dianat, S., 1981. Stability of time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,* AC-26(4), pp. 951-953.
147.Leonessa, A., Haddad, W. M. & Chellaboina, V. S., 2000. *Hierarchical nonlinear switching control design with applications to propulsion systems.* Springer.
148.Liang, X. Wan, Y., Zhang, C., Kou, Y., Xin, Q., Yi, W., 2018. Robust position control of hydraulic manipulators using time delay estimation and nonsingular fast terminal sliding

mode. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering,* 232(1), pp. 50-61.
149. Lian, J., Li, C. & Xia, B., 2017. Sampled-data control of switched linear systems with application to an F-18 aircraft. *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* 64(2), pp. 1332-1340.
150. Liberzon , D., *Switched systems: stability analysis and control synthesis. Lecture notes for HYCON-EECI graduate school on control.*
151. Liberzon, D., 2003. *Switching in systems and control.* Boston: Birkhäuser.
152. Liberzon, D. & Morse, A. S., 1999. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine,* 19(5), pp. 59-70.
153. Li, H. & Gu, K., 2009. Liapunov–Krasovskii functional approach for coupled differential-difference equations with multiple delays. In: *Balachandran B, Kalmar-Nagy T, Gilsinn, D.E. (Eds.). Delay differential equations. Recent advances and new directions.* Springer, pp. 1-30.
154. Lin, C.-L., Chen, C.-H., Liu, V.-T. & Hwang, T.-S., 2004. A new time-delay compensation scheme for hydraulic systems. *2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Ajaccio, France,*1, pp. 639-644.
155. Lin, H. & Antsaklis, P., 2009. Stability and stabilization of switched linear systems: a short survey of recent result. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 54(2), pp. 308-322.
156. Lin, Y., Sontag, E. D. & Wang, Y., 1996. A Smooth Converse Liapunov Theorem for Robust Stability. *SIAM Journal on Control and Optimization,* 34(1), pp. 124-160.
157. Liu, G. P., Mu, J. X., Rees, D. & Chai, S. C., 2006. Design and stability analysis of networked control systems with random communication time delay using the modified MPC. *International Journal of Control,* 79(4), pp. 288-297.
158. Liu, Y. & Feng, W., 2009. Razumikhin–Liapunov functional method for the stability of impulsive switched systems with time delay. *Mathematical and Computer Modelling,* 49(1-2), pp. 249-264.
159. Li, Y., Sun, Y., Meng, F. & Tian, Y., 2018. Exponential stabilization of switched time-varying systems with delays and disturbances. *Applied Mathematics and Computations,* 324, pp. 131-140.
160. Li, Z., Xu, Y., Fei, Z. & Agarwal, R., 2015. Exponential stability analysis and stabilization of switched delay systems. *Journal of the Franklin Institute,* 352, pp. 4980-5002.
161. Lombardi, W., Olaru, S., Niculescu, S. -I. & Hetel, L., 2012. A predictive control scheme for systems with variable time-delay. *International Journal of Control,* 85(7), pp. 915-932.
162. Lotka, A. J., 1925. *Elements of physical biology.* Baltimore: Williams & Wilkins Company.
163. Lu, Q., Wang, Q. & Shi, X., 2009. Effects of time delay on synchronization and firing patterns in coupled neuronal systems. In: *B. Balachandran et al. (Eds.). Delay differential equations: recent advances and new directions.* Springer, pp. 273-303.
164. Lu, Y. & Zhang, W., 2016. On Switching Stabilizability for Continuous-Time Switched Linear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 61(11), pp. 3515-3520.
165. Magrab, E. B., Azarm, S., Balachandran, B., Duncan, J.H., Herald, K.E., Walsh, G.C., 2011. *An engineer's guide to MATLAB®. With applications from mechanical, aerospace, electrical, civil, and biological systems engineering.* Prentice Hall.
166. Mahmoud, M. S., 2000. *Robust control and filtering for time-delay systems.* Marcel Dekker, Inc.
167. Mahmoud, M. S., 2010. *Switched time-delay systems. Stability and control.* Springer.
168. Malek-Zavarei, M. & Jamshidi, M., 1987. *Time delay systems: analysis, optimization and applications.* Amsterdam: North-Holland
169. Malkin, I. G., 1966. *Theory of stability of motion (in Russian).* (english translation: atomic Energy Commission, Translation AEC-TR-3352), Moscow: Nauka.
170. Mancila-Aguilar, J. L., 2000. A condition for the stability of switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control ,* 45(11), pp. 2077-2079.

171. Mancila-Aguilar, J. L. & Garcia, R. A., 2000. A converse Liapunov theorem for nonlinear switched systems. *Systems & Control Letters*, 41(1), pp. 67-71.
172. Manhartsgruber, B., 2000. *Application of singular perturbation theory to hydraulic servo drives - system analysis and control design.* Hamburg, Germany
173. Manitius, A. Z. & Olbrot, A. W., 1979. Finite spectrum assignment problem for systems with delays. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 24, pp. 541-553.
174. Margaliot, M., 2006. Stability analysis of switched systems using variational principles: an introduction. *Automatica,* 42, pp. 2059-2077.
175. Marshall, J. E., 1979. *Control of time-delay systems.* The Institution of Electrical Engineers, London and New York, and Peter Peregrinus Ltd., Stevenage, UK, and New York.
176. Marshall, J. E., Górecki, H., Korytowski, A. & Walton, K., 1992. *Time-delay systems. Stability and performance criteria with applications.* Prentice Hall
177. Maskrey, R. H. & Thayer, W. J., 1978. A brief history of electrohydraulic servomechanisms. *Journal of dynamic Systems, Measurement, and Control,* 100(2), pp. 110-116.
178. Mason, P., Boscain, U. & Chitour, Y., 2006. Common Polynomial Liapunov Functions for Linear Switched Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization,* 45(1), pp. 226-245.
179. Medvedev, V. S., 1979. *Computer aided tracking system design (in Russian).* Moskow: Mashinostroenie.
180. Meritt, H. E., 1976. *Hydraulic control systems.* New York: John Wiley&Sons.
181. Michiels, W. & Niculescu, S.-I., 2014. *Stability, control, and computation for time-delay systems. An eigenvalue-based approach.* Philadelphia: SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.
182. Minorsky, N., 1942. Self-excited oscillations in dynamical systems possessing retarded actions. *ASME Journal of Applied Mechanics,* 9, pp. 65-72.
183. Mirkin, L. & Palmor, Z. J., 2005. Control issues in systems with loop delays. In: *D. Hristu-Varsakelis and W. S. Levine (Eds.) Handbook of networked and embedded control systems.* s.l.:Birkhäuser.
184. Molchanov, A. P. & Pyatnitskiy, Y. S., 1989. Criteria of asymptotic stability of differential and difference inclusions encountered in control theory. *Systems & Control Letters,* 13(1), pp. 59-64.
185. Mondié, S. & Michiels, W., 2003. Finite spectrum assignment of unstable time-delay systems with a safe implementation. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 48(12), pp. 2207-2212.
186. Myshkis, A. D., 1951. *Linear differential equations with delayed argument (in Russian).* Moscow: G.T.T.I. (Gosteortehizdat).
187. Narendra, K. S. & Balakrishnan, J., 1997. Adaptive control using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 42(2), pp. 171-187.
188. Niculescu, S. -I., 2001. *Delay effects on stability: a robust control approach.* Springer.
189. Niculescu, S. I. & Gu, K., 2004. *Advances in time-delay systems.* Springer.
190. Niculescu, S.-I., Verriest, E. I., Dugard, L. & Dion, J. M., 1998. Stability and robust stability of time-delay systems: a guided tour. In: *L. Dugard, E.I. Verriest (Eds.). Stability and control of time-delay systems.* London: Springer, pp. 1-71.
191. Oğuztöreli, M. N., 1966. *Time-lag control systems.* Academic Press.
192. Olaru, S. & Niculescu, S.-I., 2008. Predictive control for linear systems with delayed input subject to constraints. *IFAC Proceedings Volumes,* 41(2), pp. 11208-11213. Olaru, S. & Niculescu, S.-I., 2008. Predictive control for linear systems with delayed input subject to constraints. *IFAC Proceedings Volumes,* 41(2), pp. 11208-11213.
193. Olsson, H., Astrom, K.J., Canudas de Wit, C., Gafvert, M., Lischinsky, P., 1998. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control,* 18, pp. 65-80.

194. Paret, J. M., Wu, J., Yi, Y. & Zhu, H., 2013. *Infinite dimensional dynamical systems.* New York: Springer.
195. Park, J. H., Lee, T. H., Liu, Y. & Chen, J., 2019. *Dynamic systems with time delays: stability and control.* Springer.
196. Picard, É., 1908. La mathématique dans ses rapports avec la physique. Conférence fait au IVe Congrès international des Mathématiciens, 10 Avril 1908, Rome. In: *Revue Générale des Sciences Pures Et Appliquées, 1908, Vol. 19.* Paris: Librairie Armand Colin, pp. 602-609.
197. Pinney, E., 1958. *Ordinary difference-differential equations.* Berkeley, California: University of California Press.
198. Poisson, S. D., 1806. Mémoire sur les équations aux différences mêlées. *Journal de l'École Polytechnique,* 13(6), pp. 126-147.
199. Pontryagin, L. S., 1942. On the zeros of some elementary transcedental functions (Russian). *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Mat.,* 6 (English translation, American Mathematical Society Translations, vol. 1, pp. 95-110, 1955), pp. 115-134.
200. Proakis, J. G. & Manolakis, D. G., 1996. *Digital signal processing. Principles, algorithms and applications.*Prentice Hall
201. Qi, Y., Xu, X., Li, X., Ke, Z., Liu, Y., 2020. H_∞ control for networked switched systems with mixed switching law and an event-triggered communication mechanism. *International Journal of Systems Science ,* 51(6), pp. 1066-1083.
202. Răsvan, V., 1975. *Absolute stability of feedback control systems with delay (in Romanian).* Bucharest: Publishing House of the Romanian Academy RSR.
203. Răsvan, V. & Popescu, D., 2001. *Control of systems with input delays by piecewise constant signals.* Dubrovnik, 9th Mediteranean Conference on Control an Automation. Paper M1-B/12.2, pp. 103-110.
204. Răsvan, V. & Popescu, D., 2004. *Applied dynamic systems. Oscillations. Robustness. Time-delay (in Romanian).* Craiova: SITECH.
205. Reneke, J. A., 1973. Product integral solutions for hereditary systems. *Transactions of the American Mathematical Society,*181, pp. 483-493.
206. Richard, E. & Outbib, R., 1995. *Feedback stabilization of an electrohydraulic servomechanism.* Rome, Italy
207. Richard, J.-P., 2003. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica,* 39, pp. 1667-1694.
208. Sastry, S., 1999. *Nonlinear systems. Analysis, stability, and control.* Springer.
209. Savkin, A. V. & Evans, R. J., 2002. *Hybrid dynamical systems. Controller and sensor switching problems.* Birkhäuser.
210. Schell, M. & Ross, J., 1986. Effects of time delay in rate processes. *The Journal of Chemical Physics,* 85(11), pp. 6489.
211. Seuret, A., Özbay, H., Bonnet, C. & Mounier, H., 2014. *Low-complexity controllers for time-delay systems.* Springer.
212. Shampine, L. F. & Thompson, S., 2001. Solving DDEs in Matlab. *Applied numerical mathematics,* 37(4), pp. 441-458.
213. Silva, G. J., Datta, A. & Bhattacharyya, S. P., 2005. *PID controllers for time-delay systems.* Birkhäuser.
214. Sipahi R & Niculescu, S.-I., 2010. Deterministic time-delayed traffic fow models: a survey. In: *F.M. Atay (Ed.). Complex time-delay systems.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, pp. 297-322.
215. Sipahi, R., Nicuelscu, S.-I., Abdallah, C.T., Michiels, W., Gu, K., 2011. Stability and stabilization of systems with time delay. *IEEE Control Systems Magazine,* 31, pp. 38-65.
216. Smith, H., 2011. *An introduction to delay differential equations with applications to the life sciences.* Springer.
217. Smith, O. J. M., 1959. A controller to overcome dead time. *ISA Journal,* 6(2), pp. 28-39.

218. Stépán , G. & Insperger, T., 2006. Stability of time-periodic and delayed systems - a route to act-and-wait control. *Annual Reviews in Control,* 30, p. 159–168.
219. Stépán, G., 1989. *Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions.* Longman Scientific & Technical.
220. Sugiyama, T. & Uchida, K., 2004. Gain scheduling control for electro-hydraulic servo system considering time-delay modeling error. *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications, Taipei, Taiwan,* pp. 1709-1716.
221. Summerfield, M., 1951. *A theory of unstable combustion in liquid propellant rocket systems.,* New Jersey: Princeton University.
222. Sun, Z. & Ge, S. S., 2005a. *Switched linear systems. Control and design.* Springer.
223. Sun, Z. & Ge, S. S., 2005b. Switched stabilization of higher-order switched linear systems. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005 Seville, Spain,* pp. 4873-4878.
224. Sun, Z. & Ge, S. S., 2011. *Stability theory of switched dynamical systems, communications and control engineering.* London: Springer-Verlag.
225. Tákacs, D., Orosz, G. & Stépán, G., 2009. Delay effects in shimmy dynamics of wheels with stretched string-like tyres. *European Journal of Mechanics A/Solids,* 28, p. 516–525.
226. Takeuchi, Y., Du, N. H., Hieu, N. T. & Sato, K., 2006. Evolution of predator–prey systems described by a Lotka–Volterra equation under random environment. *Journal of Mathematical Analysis and Applications,* 323(2), pp. 938-957.
227. Tecuceanu, G., Enciu, D. & Ursu, I., 2019. Equilibrium stability analysis by numerical simulations for a linear system with time-delayed control. *INCAS Bulletin,* 11(2), pp. 179-193.
228. Toader, A. & Ursu, I., 2014. Pilot modeling based on time delay synthesis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers - Part G: Journal of Aerospace Engineering,* 228(5), pp. 740-754.
229. Tobeiro, J. M., Carelli, R. & Kuchen, B., 2007. Switching control of mobile robots for autonomous navigation in unknown environments. *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma,* pp. 1974-1979.
230. Ursu, I., Arghir, M., Toader., Tecuceanu, G., Călinoiu, C., 2014. *Aviation hydrostatic servoactuator.* Romania, Patent No. Patent no. 127329/30.07.2014 granted by the State Office for Inventions and Trademarks OSIM, Holder INCAS Bucharest.
231. Ursu, I., Enciu, D. & Tecuceanu, G., 2020. Equilibrium stability of a nonlinear structural switching system with actuator delay. *Journal of the Franklin Institute,* 357(6), pp. 3680-3701 .
232. Ursu, I., Popescu, F., Vladimirescu, M. & Costin, R., 1994. On some linearization methods of the generalized flow rate characteristic of the hydraulic servomechanisms. *Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série de Méchanique Appliquée,* 39(2), pp. 207-217.
233. Ursu, I., Tecuceanu, G., Toader, A. & Călinoiu, C., 2011. Switching neuro-fuzzy control with antisaturating logic. Experimental results for hydrostatic servoactuators. *Proceedings of the Romanian Academy, Series A, Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science,* 12(3), pp. 231-238.
234. Ursu, I., Tecuceanu, G., Ursu, F., Vladimirescu, M., Sireteanu, T., 1998. From robust control to antiwindup compensation of electrohydraulic servo actuators. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology,* 70(4), pp. 259-264.
235. Ursu, I., Toader, A., Balea, S. & Halanay, A., 2013. New stabilization and tracking control laws for electrohydraulic servomechanisms. *European Journal of Control,* 19(1), pp. 65-80.
236. Ursu, I. & Ursu, F., 1997. On mathematical modeling of hydraulic servos actuating primary flight controls (in Romanian). *Studii si cercetari de mecanica aplicata,* 56(5-6), pp. 337-358.

237. Ursu, I. & Ursu, F., 2002. *Active and semiactive control (in Romanian).* Bucharest: Publishing House of the Romanian Academy.
238. Ursu, I. & Ursu, F., 2003. *Constructive solution elaboration for SEHCM (in Romanian), Raport INCAS, Cod A-3044, phase 1, Contract Aerospatial 85/2003,* Bucharest: INCAS.
239. Ursu, I. & Ursu, F., 2004. New results in control synthesis for electrohydraulic servos. *International Journal of Fluid Power,* 5(3), pp. 25-38.
240. Ursu, I. & Ursu, F., 2007. Control synthesis for electrohydraulic servos with parametric uncertainty. *Proceedings of the Romanian Academy Series A - Mathematics Physics Technical Sciences Information Science,* 8(1), pp. 41-49.
241. Ursu, I., Ursu, F. & Popescu, F., 2006. Backstepping design for controlling electrohydraulic servos. *Journal of the Franklin Institute,* 343, pp. 94-110.
242. Van den Bossche, D., 2006. *The A380 flight control electrohydrostatic actuators, achievements and lessons learnt, Paper ICAS 2006-7.4.1.* Hamburg, Germany.
243. Van der Schaft, A. & Schumacher, H., 2000. *An introduction to hybrid dynamical systems.* Springer.
244. Van Santen, R. A., 1972. Role of time delay in chemical reaction rates. *The Journal of Chemical Physics,* 57(12), pp. 5418.
245. Verriest, E. I. & Michiels, W., 2009. On moment stability of linearsystems with a stochastic delay variation. In: *J.J. Loiseau et al. (Eds.): Topics in time delay systems. Analysis, algorithms and control.* Springer, pp. 3-13.
246. Vidyasagar, M., 1993. *Nonlinear Systems Analysis.* Prentice Hall.
247. Volterra, V., 1913. *Leçons sur les équations intégrales et les équations intégro-différentielles.* Paris: Gauthier-Villars.
248. Vyasarayani, C. P., Subhash, S. & Kálmar-Nagy, T., 2014. Spectral approximations for characteristic roots of delay differential equations. *International Journal of Dynamics and Control,* 2, pp. 126-132.
249. Wang, P. K. C., 1963. Analytical design of electrohydraulic servomechanism with near time-optimal response. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 8(1), pp. 15-27.
250. Wang, Q., Sun, H. & Zong, G., 2016a. Stability analysis of switched delay systems with all subsystems unstable. *International Journal of Control, Automation and Systems,* 14(5), pp. 1262-1269.
251. Wang, Y., Karimi, H. R. & Wu, D., 2019. Conditions for the Stability of Switched Systems Containing Unstable Subsystems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs,* 66(4), pp. 617-621.
252. Wang, Y.-E., Sun, X.-M. & Mazenc, F., 2016b. Stability of switched nonlinear systems with delay and disturbance. *Automatica,* 69, pp. 78-86.
253. Wang, Y.-E., Sun, X.-M., Wang, Z. & Zhao, J., 2014. Construction of Liapunov–Krasovskii functionals for switched nonlinear systems with input delay. *Automatica,* 50(4), pp. 1249-1253.
254. Wicks, M. A., Peleties, P. & DeCarlo, R. A., 1994. Construction of piecewise Liapunov functions for stabilizing switched systems. *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, FL, USA,* 4, pp. 3492-3497.
255. Wiener, N., 1948. *Cybernetics or control and communication in the animal and the machine.* Technology Press.
256. Wright, E. M., 1948. The linear difference-differential equation with asymptotically constant coefficients. *American Journal of Mathematics,* 70(2), pp. 221-238.
257. Wright, E. M., 1949. The linear difference-differential equations with constant coefficients. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics,* 62 (IV-40), pp. 387-393.
258. Wright, E. M., 1950. The stability of solutions of nonlinear difference-differential equations. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics,* 63(I-2), pp. 18-26.

259. Wu, H., Tsakalis, K. S. & Heydt, G. T., 2004. Evaluation of time delay effects to wide-area power system stabilizer design. *IEEE Transactions on Power Systems,*19, pp. 1935-1941.
260. Wu, M., He, Y. & She, J.-H., 2010. *Stability analysis and robust control of time-delay systems.* Springer, Science Press Beijing.
261. Wu, Z.-G., Su, H., Shi, P. & Chu, J., 2013. *Analysis and synthesis of singular systems with time-delays.* Springer.
262. Xiang, W. & Xiao, J., 2014. Stabilization of switched continuous-time systems with all modes unstable via dwell time switching. *Automatica,* 50(3), pp. 940-945.
263. Xia, Y., Fu, M. & Shi, P., 2009. *Analysis and synthesis of dynamical systems with time-delays.* Springer.
264. Xu, B., Zhang, W. & Ma, J., 2014. Stability and Hopf bifurcation of a two-dimensional supersonic airfoil with a time-delayed feedback control surface. *Nonlinear Dynamics,* 77(, pp. 819-837.
265. Xue, D. & Chen, Y. Q., 2016. *Scientific computing with MATLAB®.* CRC Press. Taylor & Francis Group.
266. Yang, H., Jiang, B. & Cocquempot, V., 2014. *Stabilization of switched nonlinear systems with unstable modes.* Springer.
267. Yan, P. & Özbay, H., 2008. Stability analysis of switched time delay systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 47(2), pp. 936-949.
268. Yao, B., Bu, F. & Chiu, G. T., 2001. Non-linear adaptive robust control of electro-hydraulic systems driven by double-rod actuators. *International Journal of Control,* 74(8), pp. 761-775.
269. Yatsenko, Y., 1995. Volterra integral equations with unknown delay time. *Methods and Applications of Analysis,* 2(4), pp. 408-419.
270. Yi, S., Duan, S., Nelson, P. W. & Ulsoy, A. G., 2012. *The Lambert W function approach to time delay systems and the Lambert W_DDE Toolbox.* Boston, USA, Proceedings of the 10th IFAC Workshop on Time Delay Systems, The International Federation of Automatic Control, Northeastern University.
271. Yi, S., Nelson, P. W. & Ulsoy, A. G., 2008. *Analysis and Control of Time Delayed Systems via the Lambert W Function.* Seoul, Korea, Proceedings of the 17th World Congress, the International Federation of Automatic Control.
272. Yi, S., Nelson, P. W. & Ulsoy, A. G., 2010. *Time-delay systems. Analysis and control using the Lambert W function.* World Scientific.
273. Yoshida, K., 1982. The Hopf bifurcation and its stability for semilinear diffusion equations with time delay arising in ecology. *Hiroshima Mathematical Journal,* 12(2), pp. 321-348.
274. Yoshizawa, T., 1966. *Stability theory by Liapunov's second method.* Tokyo: The Mathematical Society of Japan.
275. Zamani, M., Abate, A. & Girard, A., 2015. Symbolic models for stochastic switched systems: A discretization and a discretization-free approach. *Automatica,* 55, pp. 183-196.
276. Zhang, D. & Yu, L., 2019. *Analysis and synthesis of switched time-delay systems: the average dwell time approach.* Springer.
277. Zhang, l., Zhu, Y., Shi, P. & Lu, Q., 2011. *Time-dependent switched discrete-time linear systems: control and filtering.* Springer.
278. Zhang, Y., Wang, M., Xu, H. & Teo, K. L., 2014. Global stabilization of switched control systems with time delay. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems,* 14, pp. 86-98.
279. Zhao, X., Kao, Y., Niu, B. & Wu, T., 2017. *Control synthesis of switched systems.* Springer.
280. Zribi, M., Mahmoud, M. S., Karkoub, M. & Lie, T. T., 2000. H_∞ controllers for linearized time-delay power systems. *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution,* 147(6), pp. 401-408.