



UNIVERSITATEA „POLITEHNICĂ” din BUCUREȘTI  
ȘCOALA DOCTORALĂ de ȘTIINTE APLICATE

Nr. Decizie ..... din .....

# TEZĂ DE DOCTORAT

**FENOMENE OPTICE ȘI ELECTRONICE ÎN  
NANOSTRUCTURI SEMICONDUCTOARE**

**OPTICAL AND ELECTRONIC PHENOMENA  
IN SEMICONDUCTOR NANOSTRUCTURES**

Doctorand: **Cristina - Ramona PUIU (TRUȘCĂ)**

## COMISIA DE DOCTORAT

Președinte	<b>Prof. Dr. Cristina STAN</b>	de la	Univ. "Politehnica" București
Conducător de doctorat	<b>Prof. Dr. Ecaterina Cornelia NICULESCU</b>	de la	Univ. "Politehnica" București
Referent	<b>Prof. Dr. Adrian RADU</b>	de la	Univ. "Politehnica" București
Referent	<b>Prof. Dr. Petru – Edward NICA</b>	de la	Univ. Tehnică "Gheorghe Asachi" Iași
Referent	<b>Prof. Dr. Liviu LEONTIE</b>	de la	Univ. "Alexandru Ioan Cuza" Iași

**BUCUREȘTI, 2021**

---



## Mulțumiri

*Doresc să mulțumesc tuturor celor care mi-au acordat sprijinul și suportul științific în dezvoltarea și redactarea tezei, precum și tuturor celor care m-au susținut moral și fără de care ,uneori, motivul de a merge mai departe este greu de găsit.*

*Fundamentarea științifică și elaborarea acestei teze de doctorat ar fi fost imposibilă fără ajutorul, sprijinul și îndrumarea unor oameni deosebiți care, prin înalt grad profesional și dăruire, au contribuit la formarea mea profesională, însuflându-mi curajul de a merge mai departe.*

*Deosebită recunoștință și alese mulțumiri d-nei prof. dr. Ecaterina Cornelia Niculescu (conducător științific), pentru încrederea acordată, pentru îndrumarea științifică, răbdarea și profesionalismul, sprijinul , coordonarea și înțelegerea deplină de care a dat dovadă pe parcursul întregului proces de pregătire și redactare a tezei de doctorat .Vă mulțumesc pentru faptul că ați acceptat să-mi împărtășiți din bogata dumneavoastră experiență dobândită de-a lungul anilor de studiu, iar fără sprijinul dumneavoastră nu aș fi putut realiza această teză.*

*Deosebită grațitudine datoriez membrilor comisiei de îndrumare: prof. dr. Cristina Stan , prof. dr. Mona Mihăilescu, prof.dr. Mihail Cristea, pentru timpul prețios acordat, pentru sfaturile științifice valoroase ,cât și pentru îndrumarea competentă și permanentă pe parcursul elaborării și realizării acestei teze de doctorat.*

*Mulțumesc distinșilor referenți din comisia de doctorat,compusă din prof. dr. Adrian Radu, prof.dr. Petru-Edward Nica și prof.dr. Liviu Leonte pentru timpul acordat și răbdarea cu care au analizat lucrarea de față cât și pentru sfaturile științifice valoroase.*

*Finalizarea tezei de doctorat nu ar fi fost posibilă fără ajutorul și sprijinul permanent al soțului meu care a avut încredere în mine și mi-a fost alături necondiționat.*

*Nu în ultimul rând, doresc sa transmit sincere mulțumiri familiei pentru dragostea, înțelegerea și sprijinul moral acordat pe parcursul acestor ani , oferindu-mi motivația și condițiile necesare pentru realizarea și finalizarea tezei de doctorat.*

*Mulțumesc tuturor celor care, direct sau indirect, m-au ajutat și m-au sprijinit de-a lungul acestor ani în care am elaborat această lucrare.*



# Cuprins

<b>Lista tabelor</b> .....	<b>5</b>
<b>Lista figurilor</b> .....	<b>7</b>
<b>Lista abrevierilor</b> .....	<b>1</b>
<b>Introducere</b> .....	<b>15</b>
<b>Capitolul 2. Stări electronice în nanostructuri. Cadru teoretic general</b> .....	<b>19</b>
2.1. Teoria masei efective.....	19
2.1.1. Benzi de energie în semiconductoare 3D.....	19
2.1.2. Masa efectivă în cristale.....	20
2.2. Structuri cuantice semiconductoare.....	22
2.3. Densitatea de stări .....	27
2.4. Efectele perturbațiilor externe.....	30
2.4.1. Stări de impuritate în nanostructuri .....	31
2.4.2. Câmpuri externe aplicate .....	32
2.4.2.1. Câmp electric .....	32
2.4.2.2. Câmp magnetic .....	33
2.4.2.3. Modificarea potențialului de confinare în câmp laser intens. Teoria Floquet-Gavrilă .....	34
2.5. Metode numerice de calcul a spectrului energetic în nanostructuri .....	37
2.5.1. Teoria perturbațiilor .....	38
2.5.2. Metoda variațională .....	39
2.5.3. Tehnica matricii de transfer .....	40
2.5.4. Metoda diagonalizării matricii .....	41
2.5.5. Metoda elementului finit .....	42
2.6. Noțiuni de optică neliniară .....	42
2.6.1 Teoria cuantică a susceptibilităților neliniare .....	43
2.6.2 Soluția perturbațională a ecuației matricii densitate .....	44
2.7. Fenomene electro-optice în nanostructuri-studiu de literatură .....	48
2.7.1. Transparența indusă electromagnetic (EIT) .....	48
2.7.2 Inele cuantice .....	51
2.7.3 Puncte cuantice self-asamblate .....	53
Bibliografie .....	56
<b>Capitolul 3. Transparență indusă electromagnetic într-o groapă cuantică semiparabolică - efectele câmpurilor electrice, magnetice și laser de mare intensitate</b> .....	<b>63</b>
3.1. Introducere .....	64
3.2. Model teoretic .....	64
3.2.1 Gropi cuantice semiparabolice sub acțiunea câmpurilor electrice și magnetice în prezența unui laser nerezonant .....	64
3.2.2 EIT într-un sistem cu trei nivele .....	66
3.3. Rezultate și discuții .....	68
3.3.1. Proprietăți electronice .....	68

3.3.2. Proprietăți optice .....	70
3.4 Concluzii .....	73
Bibliografie .....	74
<b>Capitolul 4. Controlul printr-un câmp magnetic extern al coeficientului de absorbție și al vitezei de grup într-un disc cuantic cu impuritate</b>	<b>77</b>
4.1 Introducere .....	78
4.2. Model teoretic .....	79
4.3. Rezultate și discuții .....	84
4.4 Concluzii .....	96
Bibliografie .....	96
<b>Capitolul 5. Deplasarea Stark, polarizabilitatea și tăria oscilatorului într-un inel cuantic din GaAs cu o impuritate donoare necentrică</b>	<b>101</b>
5.1 Introducere .....	102
5.2 Model teoretic .....	103
5.3 Rezultate și discuții .....	105
5.4 Concluzii .....	109
Bibliografie .....	110
<b>Capitolul 6. Efectul câmpului magnetic asupra stărilor de impuritate în puncte cuantice emisferice</b>	<b>113</b>
6.1 Introducere .....	114
6.2 Model teoretic .....	115
6.3 Rezultate și discuții .....	117
6.4 Concluzii .....	128
Bibliografie .....	128
<b>Capitolul 7. Neliniarități optice asociate impurităților hidrogenoide în puncte cuantice self-asamblate din InAs/GaAs sub acțiunea unui câmp electric extern</b>	<b>131</b>
7.1 Introducere .....	132
7.2 Model teoretic .....	133
7.3 Rezultate și discuții .....	136
7.3.1. Proprietăți electronice .....	136
7.3.2. Proprietăți optice .....	140
7.4 Concluzii .....	145
Bibliografie .....	146
<b>Concluzii</b> .....	<b>149</b>
<b>ANEXA I: Lista de lucrări științifice publicate în perioada tezei de doctorat</b>	<b>153</b>

CUVINTE CHEIE : semiconductor, inel cuantic, punct cuantic auto-asamblat, groapă cuantică semiparabolică, laser nerezonant, câmp electric, câmp magnetic, transparentă indusă electromagnetică, punct cuantic în formă de disc, proprietate optică neliniară, susceptibilitate diamagnetică, impuritate hidrogenoidă, strat rezidual, disc cuantic, efect Stark, polarizabilitate, tăria oscilatorului.

NOTĂ: Rezumatul păstrează aceeași numerotare a capitolelor, subcapitolelor, figurilor, tabelor, inclusiv referințele bibliografice ca în teza de doctorat.

# Capitolul 1

## Introducere

Studiile legate de efectele unui câmp electromagnetic asupra nanostructurilor cuantice sub influența câmpurilor externe statice - electrice sau magnetice- reprezintă un domeniu de interes științific considerabil. Interacția câmpurilor externe cu electronii din heterostructurile cuantice a condus la apariția unor efecte interesante și potențial utile, ca de exemplu fenomene de optică neliniară, transparența indusă electromagnetic, efectul Stark de confinare cuantică, etc. Interesul rezidă din faptul că prin alegerea dimensiunii, formei și a materialelor constitutive este posibilă modularea și optimizarea proprietăților optice, care să permită utilizarea acestora în dispozitive precum LED-uri, detectoare, lasere, modulatori și comutatoare optice. Proiectarea acestor dispozitive necesită diferite proprietăți ale heterostructurilor cuantice pentru a fi studiate, ca de exemplu: indicele de refracție, coeficientul de absorbție optică, probabilități de tranziție între benzi, deplasarea Stark, etc. Pe de altă parte, este convenabilă și modificarea proprietăților prin perturbații externe, astfel încât să se obțină nanostructuri cu frecvențe de operare necesare în aplicațiile practice și prezența unor câmpuri statice, -electric și magnetic-, modificarea presiunii și temperaturii sau acțiunea unei radiații laser de mare intensitate oferă această posibilitate. Mai mult, în timpul procesului de creștere este posibil, intenționat sau neintenționat, să se adauge *impurități* în nanostructuri, care afectează considerabil proprietățile optice și de transport și care conduc la apariția unor noi tranziții în dispozitivele optoelectronice.

Această expunere succintă a posibilității utilizării nanostructurilor în dispozitive de detecție, emisie și absorbție a luminii, posibilitate bazată pe remarcabilele lor proprietăți optice, motivează alegerea temei și a obiectivelor tezei. Din gama largă de sisteme studiate în literatură, două tipuri de nanostructuri sunt promițătoare pentru dispozitive semiconductoare performante. Acestea sunt (i) *inelele cuantice* (*quantum rings-QRs*) cu sau fără impurități și (ii) *punctele cuantice auto-asamblate* (*self-assembled quantum dots- QDs*) din semiconductori III-V și aliaje ale acestora. În această teză, sunt prezentate studii teoretice asupra acestor cazuri particulare de nanostructuri și a unor caracteristici specifice induse de perturbațiile externe. Astfel, am investigat posibilitatea de a induce *transparența optică* în gropi cuantice semiparabolice și în inele cuantice din GaAs în prezența unui laser de control și a unui de probă. Fenomenul constă în crearea unei regiuni spectrale de transparență în interiorul unei linii de absorbție a radiației de probă, datorită unei interferențe cuantice distructive rezultată din două tranziții într-un sistem de trei nivele. Analiza efectelor unor câmpuri externe și ale prezenței unei impurități donoare asupra poziției și lărgimii ferestrei de transparență și a vitezei de grup în nanostructuri prezintă un interes deosebit.

Modificarea proprietăților optice ale heterostructurilor semiconductoare ca răspuns la aplicarea unui câmp electric constă în deplasări ale liniilor spectrale către energii mai mari sau mai mici și modificarea intensității maximelor de absorbție. Efecte interesante apar în structuri cuantice asimetrice, cu asimetrie structurală generată fie prin *prezența impurităților* (de exemplu, un donor necentric într-un QR concentric), fie din *geometria* potențialului de confinare, ca în punctele cuantice self-asamblate cu strat rezidual. În astfel de structuri -

studiate în teză- câmpul electric aplicat poate modifica asimetria potențialului. Ca urmare, spectrul de energie și funcțiile de undă asociate electronilor depind semnificativ de direcția câmpului (datorită polarizării distribuției sarcinii spațiale indusă de câmp) și se pot obține valori mari pentru susceptibilitatea neliniară de ordinul doi. Deoarece poate fi aplicat experimental într-un mod bine controlat, *câmpul magnetic* reprezintă un instrument interesant pentru a controla și modula intensitatea de ieșire a dispozitivelor optoelectronice. Au fost raportate multe studii asupra proprietăților electronice, precum și asupra absorbției optice liniare și neliniare a QDs indusă de câmpurile magnetice externe. Totuși, efectul aplicării unui câmp magnetic asupra structurii electronice a unei impurități donoare și a tranzițiilor optice asociate în QR și în QD self-asamblate cu strat rezidual este puțin investigat și teza prezentată completează studiile legate de acest subiect.

Ca *obiective*, prezenta lucrare își propune să studieze:

- proprietățile electronice și optice ale nanostructurilor zero-dimensionale - inele cuantice și puncte cuantice self-asamblate cu strat rezidual.

- posibilitatea ajustării lor printr-o modificare adecvată a câmpurilor externe-electric, magnetic, radiație laser nerezonantă de mare intensitate - dar și prin asimetria potențialului de confinare, obținută prin geometrie sau prin prezența și poziția atomilor de impuritate.

Teza de doctorat intitulată "**FENOMENE OPTICE ȘI ELECTRONICE ÎN NANOSTRUCTURI SEMICONDUCTOARE**" cuprinde șapte capitole.

**Primul capitol** denumit "*Introducere*" descrie pe scurt importanța nanostructurilor studiate din punctul de vedere al fizicii fundamentale, dar și posibilitatea utilizării lor în construcția unor dispozitive opto-electronice. Sunt prezentate de asemenea obiectivele cercetării și structura tezei de doctorat.

**Capitolul 2** intitulat "*Stări electronice în nanostructuri. Cadru teoretic general*" prezintă aspecte generale și o sinteză a rezultatelor recent publicate în literatura de specialitate privind structura și proprietățile nanostructurilor investigate. Sunt prezentate principalele noțiuni teoretice care permit modelarea comportării sistemelor cuantice semiconductoare: teoria masei efective, teoria absorbției optice, metode numerice de rezolvare a ecuației Schrödinger pentru structuri zero-dimensionale sub acțiunea unor perturbații externe. Ultima parte a capitolului conține un studiu de literatură legat de fenomene electro-optice în nanostructuri, cu accent pe fenomenul de transparență indusă electromagnetic și descrierea comportării inelelor cuantice din GaAs/AlGaAs și a punctelor cuantice self-asamblate din InAs/GaAs în câmpuri electrice și câmpuri magnetice.

Următoarele patru capitole constituie contribuțiile originale la domeniul ales și anume:

**Capitolul 3** intitulat "*Transparența indusă electromagnetic într-o groapă cuantică semiparabolică - efectele câmpurilor electrice, magnetice și laser de mare intensitate*" descrie obținerea unui optim al caracteristicilor transparenței induse printr-o alegere adecvată a câmpurilor externe aplicate.

**Capitolul 4** intitulat "*Controlul printr-un câmp magnetic extern al coeficientului de absorbție și al vitezei de grup într-un disc cuantic cu impuritate*" studiază proprietățile electronice și caracteristicile optice - coeficientul de absorbție, indicele de refracție și indicele de grup - pentru un disc cuantic cu o impuritate hidrogenoidă sub acțiunea unui câmp magnetic.

În **Capitolul 5** intitulat "*Deplasarea Stark, polarizabilitatea și tăria oscilatorului într-un inel cuantic din GaAs cu o impuritate donoare necentrică*" este prezentat un studiu teoretic



al efectului Stark într-un inel cuantic din GaAs sub acțiunea unui câmp electric radial. Rezultatele obținute în aproximația masei efective arată că pentru intensități moderate ale câmpului electric, deplasarea Stark prezintă o dependență liniară de intensitatea câmpului electric, în timp ce tăria oscilatorului asociat cu tranzițiile optice prezintă o dependență puternică de polarizarea luminii incidente și de poziția impurității.

**Capitolul 6** intitulat "*Efectul câmpului magnetic asupra stărilor de impuritate în puncte cuantice emisferice*" studiază stările electronice asociate unei impurități donoare și energiile de tranziție corespunzătoare într-un punct cuantic din InAs/GaAs cuplat cu un strat rezidual sub acțiunea unui câmp magnetic.

**Capitolul 7** intitulat "*Nelinarități optice asociate impurităților hidrogenoide în puncte cuantice self-asamblate din InAs/GaAs sub acțiunea unui câmp electric extern*" descrie efectele unei impurități hidrogenoide asupra proceselor optice neliniare într-un punct cuantic cu strat rezidual din InAs/GaAs, sub acțiunea unui câmp electric aplicat perpendicular pe stratul rezidual.

Fiecare dintre capitolele 3-7 se încheie cu concluzii, care puntează elementele de originalitate ale tezei.

Lucrarea se încheie cu capitolul în care sunt evidențiate principalele *Concluzii și perspective* precum și *Lista publicațiilor* -rezultate ale cercetării efectuate în perioada studiilor doctorale.

## Capitolul 2

### Stări electronice în nanostructuri. Cadru teoretic general

Acest capitol prezintă aspecte generale și o sinteză a rezultatelor recent publicate în literatura de specialitate privind structura și proprietățile nanostructurilor investigate. Sunt prezentate pe scurt principalele noțiuni teoretice care permit modelarea comportării sistemelor cuantice semiconductoare: teoria absorbției optice, metode numerice de rezolvare a ecuației Schrödinger pentru structuri zero-dimensionale sub acțiunea unor perturbații externe. Ultima parte a capitolului redă, pe scurt, un studiu de literatură legat de fenomene electro-optice în nanostructuri, cu accent pe fenomenul de transparență indusă electromagnetic și descrierea comportării inelelor cuantice din GaAs/AlGaAs și a punctelor cuantice self-asamblate din InAs/GaAs în câmpuri electrice și câmpuri magnetice.

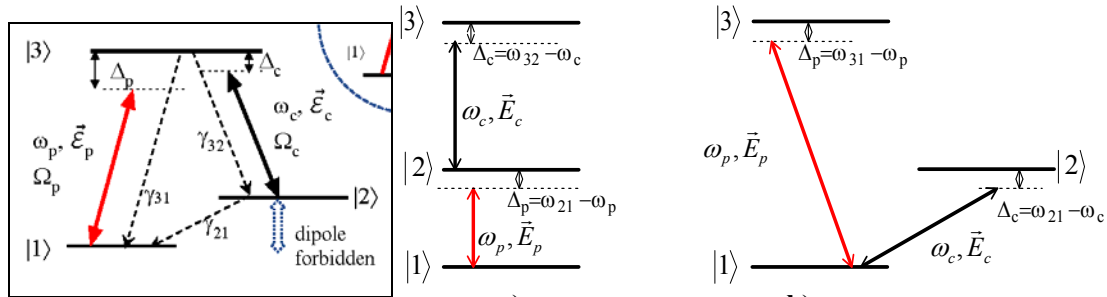
#### 2.7. Fenomene electro-optice în nanostructuri-studiu de literatură

În ultimii ani, fenomenele de coerență și interferență cuantică, cum ar fi controlul coerent al populației de electroni [55], emisia de terahertz [56] și transparența indusă electromagnetic ("*electromagnetically induced transparency*"-EIT) [57] au atras un mare interes atât în domeniul aplicațiilor practice, cât și legat de cercetările teoretice.

##### 2.7.1. Transparența indusă electromagnetic (EIT)

EIT este unul dintre cele mai interesante efecte ale opticii cuantice, deoarece permite un control coerent al proprietăților optice ale materialelor. În cadrul acestui efect, un mediu opac

cu trei nivele - atomi sau nanostructuri- supus unei perechi de câmpuri laser, de probă și de control, poate prezenta ferestre de absorbție redusă (chiar zero) și o încetinire a vitezei de grup a probei laser [61]. Fenomenul EIT presupune de obicei un sistem de trei nivele, având două tranziții de dipol permise și o a treia interzisă. În general, depinzând de tranzițiile permise sau interzise, structura de trei nivele în care apare EIT poate fi de tip scară lambda ( $\Lambda$ ), scara L (L-"ladder") sau V (Figura 2.14).



**Figura 2.14** Sistem de trei nivele pentru apariția EIT:

a) configurația de tip  $\Lambda$ ; b) configurația de tip L, c) configurația de tip V [62]

Gropile cuantice și punctele cuantice sunt candidați excelenți pentru investigarea EIT, pentru că prezintă nivele discrete de energie (ca și atomii) și în plus au avantajul valorilor mari pentru coeficienții optici neliniari și pentru momentele de dipol asociate tranzițiilor intersubbandă. În aceste structuri nivelele de energie și simetria funcțiilor de undă și, ca urmare, intervalul frecvențelor de tranziție și profilul de absorbție, pot fi comod modificate într-o gamă largă, ceea ce face aceste structuri interesante pentru aplicații practice. În consecință, studiile teoretice și experimentale asupra EIT în nanostructuri semiconductoare au prezentat un interes constant în ultimii ani.

Aplicarea unor câmpuri externe oferă posibilitatea unui control comod și eficient a mărimilor caracteristice EIT (poziția și lărgimea ferestrei de transparență, viteza de grup).

### Bibliografie selectivă

- [61] K.J. Boller, A. Imamolu, S. Harris, "Observation of electromagnetically induced transparency", Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 2593–2596.  
 [62] M.D. Lukin, A. Imamoglu, "Controlling photons using electromagnetically induced transparency", Nature 413, 273 (2001)

## Capitolul 3

### Transparență indusă electromagnetic într-o groapă cuantică semiparabolică - efectele câmpurilor electrice, magnetice și laser de mare intensitate

Rezultatele prezentate în acest capitol au fost publicate în *Romanian Reports in Physics* 70, 412 (2018)

### 3.1 Introducere

În acest capitol se studiază transparența indusă electromagnetic într-o groapă cuantică semiparabolică din GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As sub acțiunea câmpurilor electrice și magnetice în prezența unei radiații laser nerezonante de mare intensitate.

### 3.2. Model teoretic

#### 3.2.1 Gropi cuantice semiparabolice sub acțiunea câmpurilor electrice și magnetice în prezența unui laser nerezonant

Considerăm o groapă semiparabolică din GaAs având ca direcție de creștere axa  $Oz$  între bariere de potențial din Al<sub>0,3</sub>Ga<sub>0,7</sub>As. Heterostructura este supusă acțiunii simultane a câmpurilor electrice și/sau magnetice și unei radiații laser nerezonante. Conform teoriei masei efective, în absența câmpului laser nerezonant, Hamiltonianul este dat de expresia:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + V(z) + eFz. \quad (3.1)$$

Primul termen al Hamiltonianului este energia cinetică a electronului sub influența câmpului magnetic  $\vec{B}$ ,  $m^*$  este masa efectivă a electronului,  $e$  reprezintă sarcina elementară,  $\vec{p}$  este operatorul impuls și  $F$  este intensitatea câmpului electric extern aplicat de-a lungul direcției de creștere.  $V(z)$  este potențialul de confinare semiparabolic:

$$V(z) = \begin{cases} V_0 & z \leq 0 \cup z \geq L \\ V_0 z^2 / L^2 & 0 < z < L \end{cases} \quad (3.2)$$

Considerând câmpul magnetic paralel cu direcția  $x$ ,  $\vec{B} = B\hat{x}$  și folosind potențialul vector  $\vec{A} = -Bz\hat{y}$ , Hamiltonianul în direcția  $z$  se reduce la:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + \frac{e^2 B^2 z^2}{2m^*} + eFz. \quad (3.3)$$

Pentru a lua în considerare efectele unui câmp laser de mare intensitate (ILF), reprezentat de o undă plană monocromatică care este polarizată liniar de-a lungul axei  $z$ , folosim metoda Floquet. În limita frecvențelor înalte [26-28] electronul "vede" un potențial de confinare modificat de laser având expresia:

$$\tilde{V}_{eff}(z, \alpha_0) = \frac{\omega_L}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_L} V_{eff}(z + \alpha(t)) dt \quad (3.4)$$

unde

$$V_{eff}(z) = V(z) + \frac{e^2 B^2 z^2}{2m^*}. \quad (3.5)$$

$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_L t)$  descrie mișcarea electronului în câmpul laser de mare intensitate și  $\alpha_0 = \frac{e A_0 L}{m^* \omega_L}$  este parametrul laser [26]. În această formulă,  $\omega_L$  este pulsația și  $A_0 L$  amplitudinea potențialului vector al ILF.

Potențialul modificat de laser are expresia analitică [29]:

$$\tilde{V}_{eff}(z, \alpha_0) = \begin{cases} V_0 + \frac{e^2 B^2}{2m^*} \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) & z \leq -\alpha_0 \cup z \geq L + \alpha_0 \\ \left( \frac{V_0}{L^2} + \frac{e^2 B^2}{2m^*} \right) \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) + \frac{V_0}{\pi} \arccos \left( \frac{z}{\alpha_0} \right) \left( 1 - \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) / L^2 \right) + \frac{3V_0 z}{2\pi L^2} \sqrt{\alpha_0^2 - z^2} & -\alpha_0 < z \leq \alpha_0 \\ \left( \frac{V_0}{L^2} + \frac{e^2 B^2}{2m^*} \right) \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) & \alpha_0 < z \leq L - \alpha_0 \\ \left( \frac{V_0}{L^2} + \frac{e^2 B^2}{2m^*} \right) \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) + \frac{V_0}{\pi} \arccos \left( \frac{L-z}{\alpha_0} \right) \left( 1 - \left( z^2 + \alpha_0^2/2 \right) / L^2 \right) & \\ - \frac{V_0}{\pi L^2} \left( \frac{L+3z}{2} \right) \sqrt{\alpha_0^2 - (L-z)^2} & L - \alpha_0 < z < L + \alpha_0 \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.2.2 EIT într-un sistem cu trei nivele

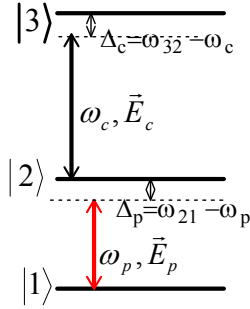


Figura 3.1 Nivelele de energie în configurația  $\Xi$  pentru apariția EIT.

Hamiltonianul de interacție este dat de expresia:

$$H_{int}(t) = -e\vec{\mu} \cdot \vec{E}. \quad (3.8)$$

cu operatorul  $\vec{\mu}$  - momentul de dipol electric și  $\vec{E}$  - amplitudinea câmpului electric al impulsurilor laser aplicate:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}_p}{2} [\exp(i\omega_p t) + \exp(-i\omega_p t)] + \frac{\vec{E}_c}{2} [\exp(i\omega_c t) + \exp(-i\omega_c t)]. \quad (3.9)$$

În aproximația undei rotitoare ("rotating-wave approximation" -RWA) [30], putem reprezenta Hamiltonianul sistemului  $\Xi$  cu trei nivele care interacționează cu impulsurile laser aplicate ca:

$$H = -\hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p & 0 \\ \Omega_p & -\Delta_p & \Omega_c \\ 0 & \Omega_c & -(\Delta_p + \Delta_c) \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

unde  $\Omega_p$  și  $\Omega_c$  sunt definite ca:

$$\Omega_p = \frac{\Omega_p^R}{2} = \frac{e\mu_{12}E_p}{2\hbar}, \quad \Omega_c = \frac{\Omega_c^R}{2} = \frac{e\mu_{23}E_c}{2\hbar}. \quad (3.11)$$

unde  $\Omega_{p(c)}^R$  sunt frecvențele Rabi [30],  $\mu_{21}$  și  $\mu_{23}$  sunt elementele de matrice ale momentului de dipol asociate tranzițiilor induse de laserul de control și, respectiv, de laserul de probă.

Susceptibilitatea sistemului cu trei nivele asociată radiației de probă este dată de relația [20,24]:

$$\chi = \frac{Ne^2\mu_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{-\delta + i\gamma_{31}}{\Omega_c^2 + (\gamma_{21} + i\Delta_p)(\gamma_{31} + i\delta)}. \quad (3.12)$$

Părțile reale și imaginare ale susceptibilității sunt:

$$\text{Im}(\chi) = \frac{Ne^2\mu_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\gamma_{21}(\gamma_{31}^2 + \delta^2) + \gamma_{31}\Omega_c^2}{(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p\delta)^2 + (\Delta_p\gamma_{31} + \delta\gamma_{21})^2} \quad (3.13)$$

$$\text{Re}(\chi) = \frac{Ne^2\mu_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\delta(\Delta_p\delta - \Omega_c^2) + \Delta_p\gamma_{31}^2}{(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p\delta)^2 + (\Delta_p\gamma_{31} + \delta\gamma_{21})^2}. \quad (3.14)$$

Laserul de probă induce o susceptibilitate complexă care conduce la un indice de refracție complex [24]:

$$(n_T(\omega) + i\kappa(\omega))^2 = n_r^2 + \chi(\omega) \quad (3.15)$$

unde  $n_r$  este indicele de refracție static al materialului, iar părțile reale și imaginare sunt date de:

$$n_T = \sqrt{\frac{n_r^2 + \text{Re}(\chi) + \sqrt{(n_r^2 + \text{Re}(\chi))^2 + \text{Im}(\chi)^2}}{2}}, \quad \kappa = \frac{\text{Im}(\chi)}{2n_T}. \quad (3.16)$$

Coefficientul de absorbție este legat de partea imaginară a susceptibilității [30]:

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega\kappa}{c} = \frac{\omega\text{Im}(\chi)}{cn_T} = \frac{\omega Ne^2\mu_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar cn_T} \frac{\gamma_{21}(\gamma_{31}^2 + \delta^2) + \gamma_{31}\Omega_c^2}{(\Omega_c^2 + \gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p\delta)^2 + (\Delta_p\gamma_{31} + \delta\gamma_{21})^2} \quad (3.17)$$

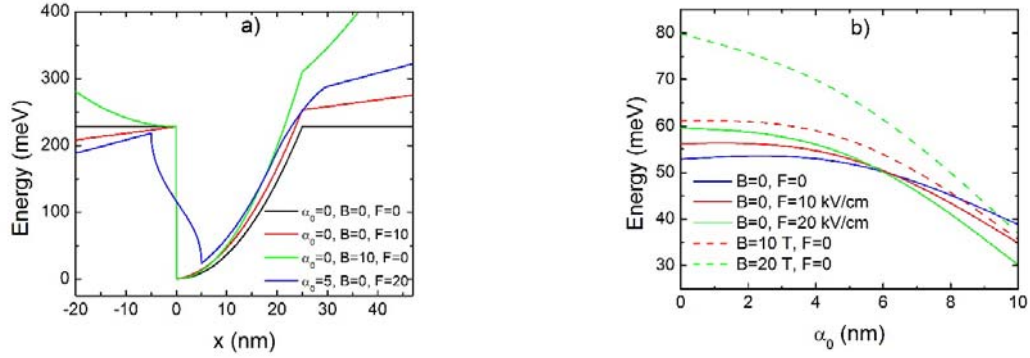
### 3.3. Rezultate și discuții

Parametrii utilizați în calculele noastre sunt:  $V_0 = 228$  meV,  $L=25$ nm [29],  $m^* = 0.067m_0$  [29] (unde  $m_0$  este masa unui electron liber),  $N = 3 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ,  $n_r = 3.55$  [29],  $\gamma_{31} = \gamma_{21} = 5 \times 10^{11}$  Hz [24].

#### 3.3.1. Proprietăți electronice

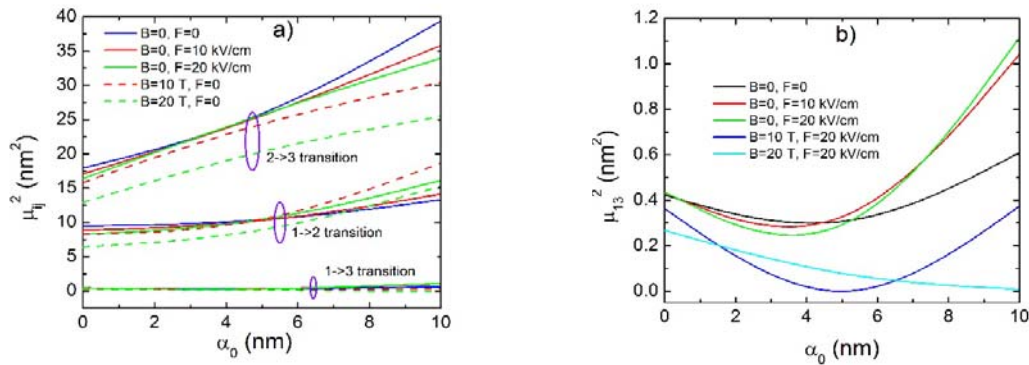
În Figura 3.2 (a) am reprezentat potențialul gropii cuantice semiparabolice în prezența câmpurilor electrice, magnetice și a laserului de mare intensitate. Observăm că pentru un câmp electric orientat pozitiv, lărgimea efectivă a QW este micșorată, iar bariera din dreapta/stânga este mărită, respectiv micșorată. Câmpul magnetic aplicat determină o scădere mai puternică a lărgimii gropii comparativ cu câmpul electric și o creștere a barierelor de potențial din stânga și din dreapta care iau acum o formă parabolică. Efectul laserului de mare intensitate este de a crește lărgimea gropii de potențial în partea superioară și valoarea minimă a energiei, în timp ce lărgimea la partea inferioară a gropii se reduce.

Efectul câmpurilor electrice și magnetice este de a crește energiile de tranziție pentru valori mici ale parametrului laser. La valori mai mari ale acestui parametru, lărgirea gropii indusă de ILF compensează îngustarea ei produsă de câmpurile electrice sau magnetice, iar energia de tranziție este micșorată.



**Figura 3.2** a) Potențialul semiparabolic QW și b) energia de tranziție  $E_{21}$  ca funcție a parametrului laser  $\alpha_0$  pentru diferite valori ale câmpurilor statice externe.

În Figura 3.3 sunt reprezentate momentele de tranziție în funcție de parametrul laser pentru diferite valori ale câmpurilor electrice și magnetice. În Figura 3.3 (a) observăm că momentele de tranziție cresc cu creșterea intensității ILF pentru tranzițiile  $1 \rightarrow 2$  and  $2 \rightarrow 3$ . Câmpurile electrice și magnetice influențează în mod clar valorile acestora, câmpul magnetic având o influență mai puternică. Momentele dipolare asociate tranziției  $1 \rightarrow 3$  sunt foarte mici în comparație cu  $\mu_{12}, \mu_{23}$  și pot fi practic nule cu o alegere adecvată a câmpurilor externe, așa cum se poate vedea în Figura 3.3 (b).

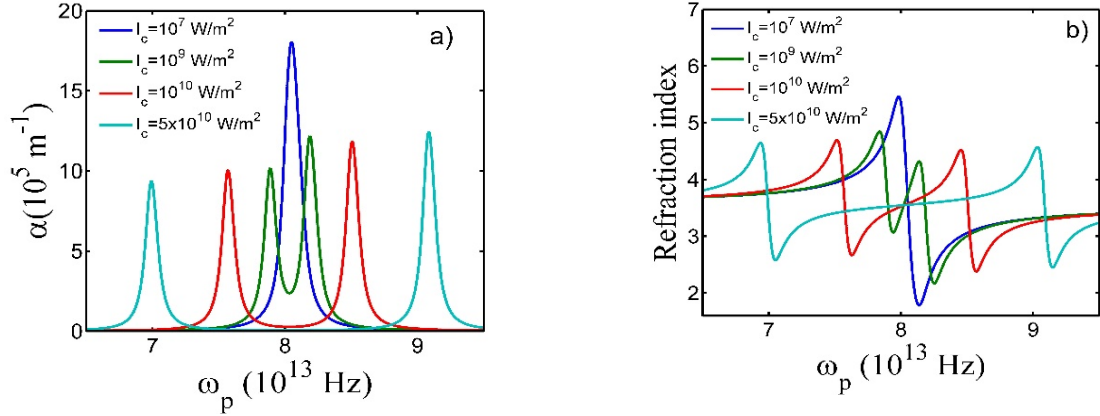


**Figura 3.3** a) Pătratele momentelor de tranziție implicate în EIT și b)  $\mu_{13}^2$  ca funcție de parametrul laser  $\alpha_0$  pentru diferite valori ale câmpurilor statice externe.

### 3.3.2. Proprietăți optice

În Figura 3.4 am reprezentat absorbția și indicele de refracție ca funcție de frecvența radiației de probă pentru patru valori ale intensității laserului de control.

Așa cum se poate vedea în Figura 3.4 a), la o intensitate mică a laserului de control ( $I_c = 10^7 \text{ W/m}^2$  sau sub această valoare), absorbția are un profil Lorentzian cu maximum la  $\omega_p = \omega_{21}$  dacă  $\Delta_c = 0, \delta = \Delta_p$ , astfel încât transparența nu poate fi indusă. Indicele de refracție are o pantă negativă (dispersie anomală) în regiunea îngustă centrată pe  $\omega_p = \omega_{21}$  (Figura 3.4 (b)).



**Figura 3.4** a) Absorbția și b) indicele de refracție ca funcție de frecvența radiației de probă pentru patru valori ale intensității laserului de control

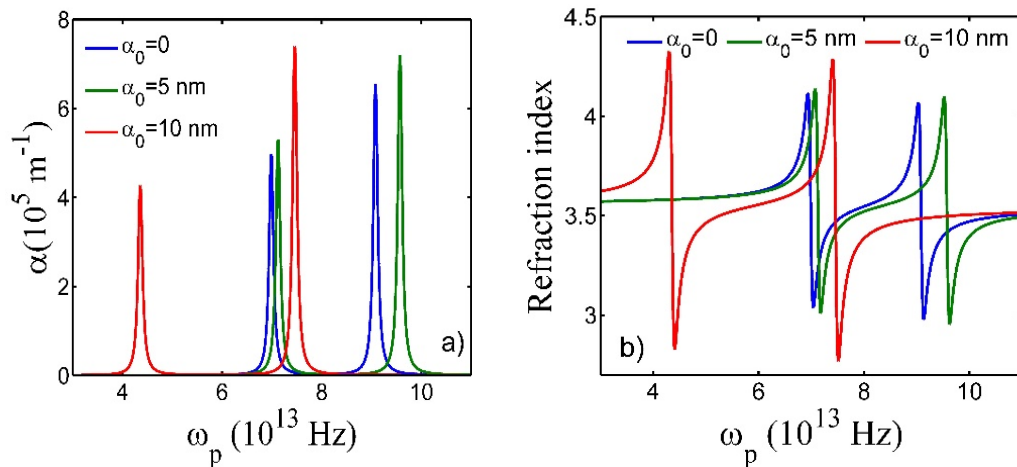
La intensități mai mari, absorbția prezintă două maxime inegale și un minim la  $\omega_p = \omega_{21}$  în cazul în care se îndeplinește următoarea condiție [20,24]:

$$\Omega_c > \frac{\gamma_{31}\sqrt{\gamma_{31}}}{\sqrt{\gamma_{21} + 2\gamma_{31}}} \quad (3.18)$$

Intensitatea laserului de control este legată de  $\Omega_c$  prin  $I_c = \frac{\varepsilon_0 c n_r E_c^2}{2} = \frac{2\hbar^2 \varepsilon_0 c n_r \Omega_c^2}{e^2 \mu_{23}^2}$ .

La  $I_c = 5 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$  putem spune că transparența este destul de bună, deoarece în acest caz condiția de apariție a EIT  $\alpha_{\min} \leq 10^{-3} \alpha_{\max}$  [18] este respectată. La  $I_c = 5 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$ , amplitudinea laserului de control este destul de mică,  $E_c = 3.26 \times 10^6 \text{ V/m}$  și  $\Omega_c = 1.047 \times 10^{13} \text{ Hz}$ , conducând la o fereastră de transparență largă. Fereastra de transparență corespunde unei pante pozitive în RI (dispersie normală) care scade cu creșterea lui  $\Omega_c$ .

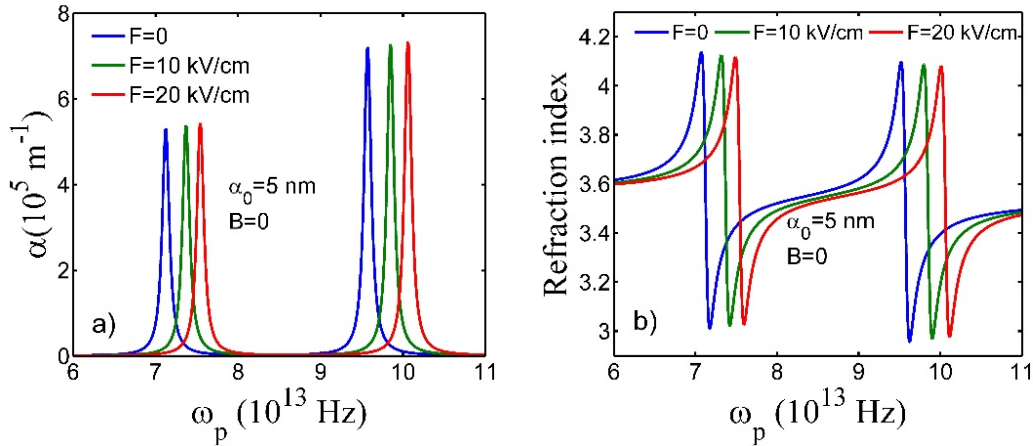
În Figura 3.5 am reprezentat AC și RI pentru trei valori ale parametrului laser  $\alpha_0$  în absența câmpurilor electrice și magnetice.



**Figura 3.5** a) Absorbția și b) indicele de refracție ca funcție de frecvența radiației de probă pentru trei valori ale parametrului ILF, la  $B = 0$  și  $F = 0$ .

O serie de efecte induse de creșterea lui  $\alpha_0$  sunt vizibile în această figură: (i) maximele AC și RI cresc datorită creșterii lui  $\mu_{12}$ ; (ii) valoarea ferestrei de transparență crește cu creșterea lui  $\mu_{23}$ , care induce o mărire în parametrul  $\Omega_c$ ; (iii) fereastra de transparență se deplasează către frecvențe mai mari ale radiației de probă pentru  $\alpha_0 < 5$  nm și către frecvențe mai mici ale radiației de probă când  $\alpha_0$  crește, în concordanță cu dependența energiei de tranziție  $E_{21}$  observată în Figura 3.2 (b). De observat că  $\alpha_{\min} \leq 10^{-3} \alpha_{\max}$  este întotdeauna respectată.

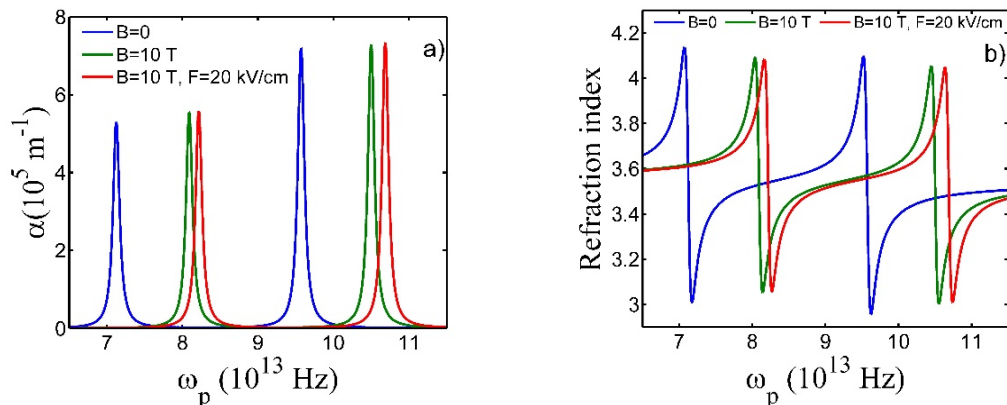
În Figura 3.6 am ilustrat AC și RI la diferite valori ale câmpului electric în prezența ILF, dar în absența câmpului magnetic



**Figura 3.6** a) Absorbția și b) indicele de refracție ca funcție de frecvența radiației de probă pentru trei valori ale câmpului electric când  $\alpha_0 = 5$  nm și  $B = 0$ .

Analizând Figura 3.6, observăm că lărgimea ferestrelor de transparență este aproape constantă, deoarece  $\mu_{23}$  rămâne cvasi-constant pentru această alegere specială a câmpurilor externe, dar fereastra este deplasată spre albastru la creșterea câmpului electric datorită creșterii energiei de tranziție  $E_{21}$  (Figura 3.2 (b)).

Pentru a vedea influența câmpului magnetic asupra EIT, am reprezentat în Figura 3.7 caracteristicile AC și RI la diferite valori ale câmpului magnetic pentru parametrul ILF  $\alpha_0 = 5$  nm.



**Figura 3.7** a) Absorbția și b) indicele de refracție ca funcție de frecvența sondei pentru două valori ale câmpului magnetic și  $\alpha_0 = 5$  nm



Analizând Figura 3.7, observăm: (i) câmpul electric a fost absent pentru curbele albastru și verde, dar a fost fixat la  $F = 20$  kV/cm pentru curba roșie, deoarece pentru această alegere a parametrilor  $\mu_{13} = 0.015$  nm, favorizând apariția EIT în groapa cuantică semiparabolică; (ii) blueshiftul ferestrelor de transparență determinat de creșterea energiei de tranziție  $E_{21}$  cu  $B$  (și cu  $F$  la același  $B$ ); (iii) când  $\alpha_0 = 5$  nm, valorile și lărgimea maximelor sunt aproape constante la variația lui  $F$  sau  $B$ . Lărgimea ferestrei de transparență este mărită (diminuată) puternic prin creșterea (micșorarea) intensității ILF.

### 3.4 Concluzii

Principalele rezultate obținute sunt: (i) EIT apare în sistem pentru diferite valori ale parametrilor externi, dar este avantajată de o alegere convenabilă a câmpurilor externe; (ii) creșterea intensității laserului de mare intensitate mărește lărgimea ferestrei de transparență; (iii) creșterea intensității laserului de mare intensitate mărește lărgimea ferestrei de transparență; (iiii) fereastra de transparență pentru absorbția radiației de probă este deplasată spre albastru prin creșterea intensității câmpului electric sau magnetic.

### 3.5 Bibliografie selectivă

- [24] D. Bejan, "Electromagnetically induced transparency in double quantum dot under intense laser and magnetic fields: from  $A$  to  $\Xi$  Configuration", Eur. Phys. J. B, 90 (2017) 54.  
 [25] D. Bejan, "Exciton effects on the nonlinear optical properties of semiparabolic quantum dot under electric field", Eur. Phys. J. Plus, 132 (2017)102.  
 [26] M. Gavrilă, J.Z. Kaminski, Free-Free Transitions in Intense High-Frequency Laser Fields, Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 613.  
 [29] F. Urgan, J.C. Martínez-Orozco, R.L. Restrepo, M.E. Mora-Ramos, E. Kasapoglu, C.A. Duque, "Nonlinear optical rectification and second-harmonic generation in a semi-parabolic quantum well under intense laser field: Effects of electric and magnetic fields", Superlatt. Microstruct. **81** (2015) 26-33.

## Capitolul 4

# Controlul printr-un câmp magnetic extern al coeficientului de absorbție și al vitezei de grup într-un disc cuantic cu impuritate

*Rezultatele prezentate în acest capitol au fost publicate în "The European Physical Journal B" (2017) 90: 100.*

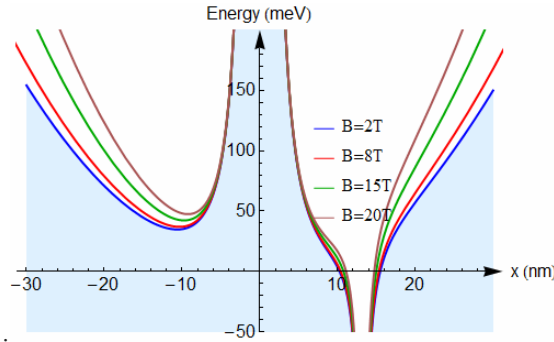
### 4.1 Introducere

În acest capitol se studiază apariția fenomenului de transparență indusă electromagnetic (EIT) într-un punct cuantic cu potential pseudoarmonic din GaAs impurificat, în prezența unui câmp magnetic. În EIT, un mediu opac cu trei nivele -atomi sau nanostructuri- devine transparent pentru o radiație laser de probă în prezența unei radiații intense de cuplaj.

Am studiat posibilitatea obținerii unei propagări lente și controlate a luminii în PHQD dopat cu impurități în prezența unui câmp magnetic.

## 4.2. Model teoretic

Considerăm un electron din banda de conducție într-un QR cu raza interioară, (exterioară)  $R_1$  ( $R_2$ ) și înălțimea  $L_z$ , sub acțiunea simultană a atracției Coulomb datorată unui donator ionizat și a unui câmp magnetic paralel cu axa  $z$ . Pentru un QR aproape plan, pentru care este îndeplinită condiția  $R_2 - R_1 \gg L_z$ , putem folosi aproximația adiabatică și decuplăm mișcarea de-a lungul axei  $z$  de cea în planul  $xy$ . În acest caz, principalele caracteristici ale spectrului sunt în esență determinate de confinarea în planul  $xy$ . Potențialul de confinare, care combină funcțiile potențiale parabolice și invers pătratice este reprezentat în Figura 4.1 în prezența unei impurități donoare pentru diferite valori ale câmpului magnetic.



**Figura 4.1** Energia potențială de-a lungul direcției  $x$  (incluzând interacția Coulomb) într-un inel cuantic din GaAs pentru diferite intensități ale câmpului magnetic. Rezultatele sunt  $\lambda = 2$ ,  $\omega_0 = 20$

$$\text{THz și impuritatea plasată în } x_0 = \sqrt{\hbar \lambda / m^* \omega_0}$$

Folosind coordonatele polare  $(r, \varphi)$  și etalonarea Coulomb  $\vec{A} = (0, Br/2)$ , Hamiltonianul devine [8, 42]:

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\hbar^2 \lambda^2}{2m^* r^2} + \frac{1}{2} m^* \left( \omega_0^2 + \left( \frac{eB}{2m^*} \right)^2 \right) r^2 + \frac{\omega_c}{2} L_z \quad (4.4),$$

unde  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  este frecvența ciclotronică și  $L_z$  este operatorul moment cinetic orbital de-a lungul direcției  $z$ . În absența impurității, funcțiile de undă corespunzătoare ecuației Schrödinger pot fi descrise exact prin expresii analitice [8, 42]:

$$\psi_{nm}^0(r, \varphi) = N_{nm} \frac{\xi_{nm}(r)}{\sqrt{r}} e^{im\varphi} \quad (4.5)$$

unde  $N_{nm}$  este o constantă de normare și  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  este numărul cuantic magnetic

Funcția radială  $\xi_{nm}(r)$  este dată de:

$$\xi_{nm}(r) = r^{t_m} e^{-r^2/2\eta^2} L_n^{(t_m+1/2)}(r^2/\eta^2). \quad (4.6)$$

unde  $\eta = \sqrt{\hbar/m^* \Omega}$  cu  $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \left( \frac{eB}{2m^*} \right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/2}$  (considerat ca fiind frecvența

totală de confinare în câmpul magnetic),  $t_m = 1/2 + \sqrt{\lambda^2 + m^2}$  și  $L_n^{(t_m+1/2)}$  este polinomul Laguerre generalizat de ordinul  $n$ .

Valorile proprii ale hamiltonianului au următoarea expresie [8, 42]:

$$E_{nm}^0 = \left( 2n + 1 + \sqrt{\lambda^2 + m^2} \right) \hbar\Omega + m\hbar\omega_c \quad (4.7)$$

Funcțiile proprii ale ecuației:

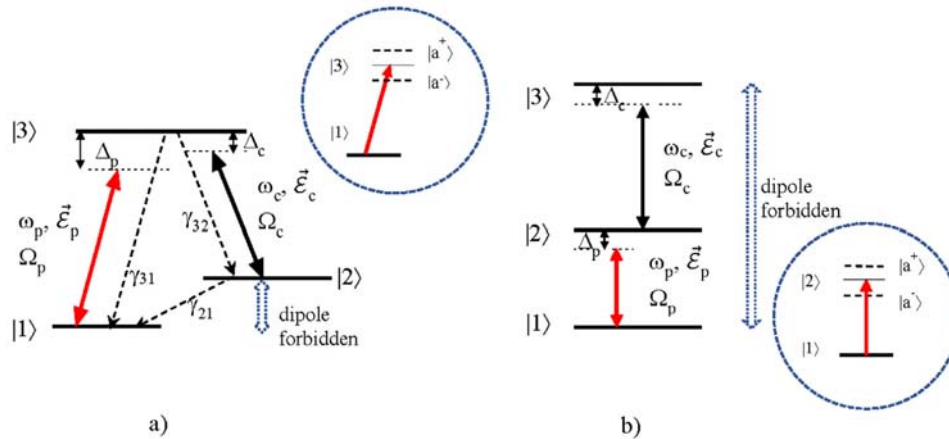
$$\left( H_0 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\vec{r} - \vec{r}_i|} \right) \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}) \quad (4.8)$$

pot fi alese ca o combinație liniară de funcții proprii ale hamiltonianului  $H_0$  de forma:

$$\Psi(r, \varphi) = \sum_{n,m} C_{nm} \Psi_{nm}(r, \varphi), \quad (4.9)$$

La valori mici ale câmpului magnetic există anumite valori particulare ale lui  $B$  pentru care starea de energie maximă  $|3\rangle$  are un moment dipolar de cuplaj nenul cu ambele stări  $|1\rangle$  și  $|2\rangle$ , în timp ce tranziția  $1 \rightarrow 2$  este o tranziție interzisă. Aceste caracteristici definesc un sistem cu trei nivele într-o configurație de tip  $\Lambda$ , prezentat în Figura 4.2 (a).

Pentru câmpuri magnetice mari ( $B > 10$  T),  $1 \rightarrow 2$  și  $2 \rightarrow 3$  sunt tranziții dipolare permise, în timp ce  $1 \rightarrow 3$  este o tranziție interzisă, definind astfel o configurație de tip scară ("ladder" L, prezentată în Figura 4.2 (b)).



**Figura 4.2.** Sistem de trei nivele pentru apariția EIT: a) configurația de tip  $\Lambda$ ; b) configurația de tip L. Susceptibilitatea sistemului cu trei nivele asociată cu radiația de probă depinde de elementul de

matrice  $\rho_{p1} = \rho_{1p}^*$  [46]:

$$\chi = \frac{2N\rho_{p1} \mu_{p1}}{\epsilon_0 E_p}, \quad (4.15)$$

unde  $N$  este densitatea de electroni a sistemului.

Susceptibilitatea sistemului cu trei nivele în configurația  $\Lambda$  este dată de [50]:

$$\chi^\Lambda = \frac{N\mu_{31}^2}{\epsilon_0\hbar} \frac{-(\Delta_p - \Delta_c) + i\gamma_{21}}{\Omega_c^2 + (\gamma_{31} + i\Delta_p)(\gamma_{21} + i(\Delta_p - \Delta_c))}, \quad (4.16)$$

unde  $\gamma_{31}$  și  $\gamma_{21}$  sunt ratele de dezintegrare spontană pentru tranziția indusă de laserul probă, respectiv pentru tranziția de dipol interzisă.

Pentru configurația L, susceptibilitatea poate fi scrisă ca [41]:

$$\chi^L = \frac{N\mu_{21}^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{-(\Delta_p + \Delta_c) + i\gamma_{31}}{\Omega_c^2 + (\gamma_{21} + i\Delta_p)(\gamma_{31} + i(\Delta_p + \Delta_c))}. \quad (4.17)$$

Pentru radiația de probă, indicele de refracție și coeficientul de absorbție sunt obținute din  $\chi$  [49] ca:

$$n_T = \sqrt{\frac{n_r^2 + \text{Re}(\chi) + \sqrt{(n_r^2 + \text{Re}(\chi))^2 + \text{Im}(\chi)^2}}{2}} \quad (4.21)$$

și, respectiv:

$$\alpha(\omega_p) = \frac{\omega_p}{c n_r} \text{Im}\chi(\omega_p), \quad (4.22)$$

unde  $n_r$  reprezintă indicele de refracție al materialului. Pentru radiația de probă, viteza de grup este dată de relația [51]:

$$v_g = \frac{c}{n_T(\omega_p) + \omega_p \frac{dn_T}{d\omega_p}}, \quad (4.23)$$

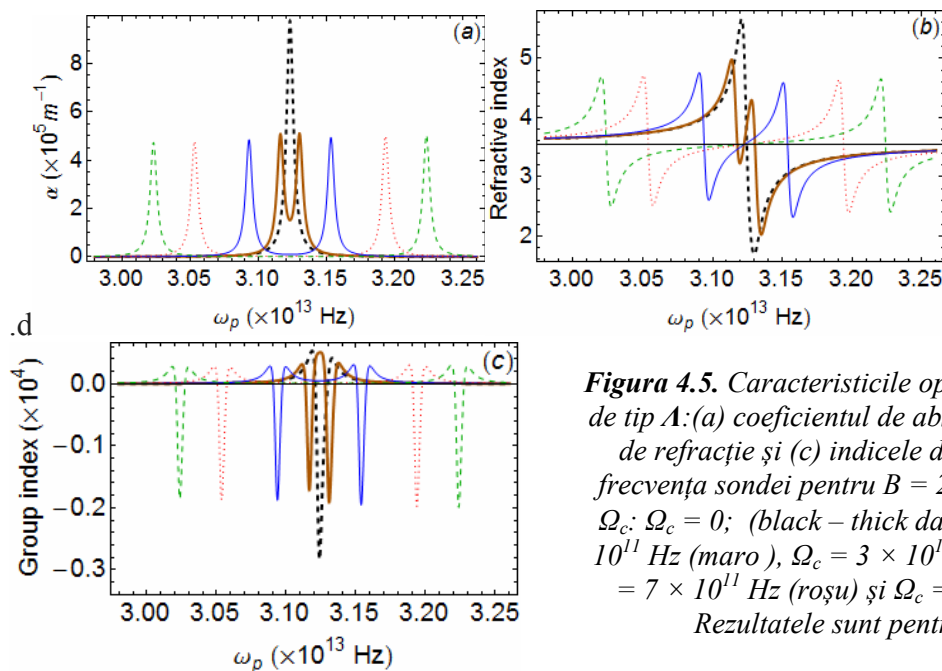
iar indicele de grup  $n_g$  este dat de:

$$n_g = \frac{c}{v_g} = n_T(\omega) + \omega \frac{dn_T}{d\omega}. \quad (4.24)$$

### 4.3. Rezultate și discuții

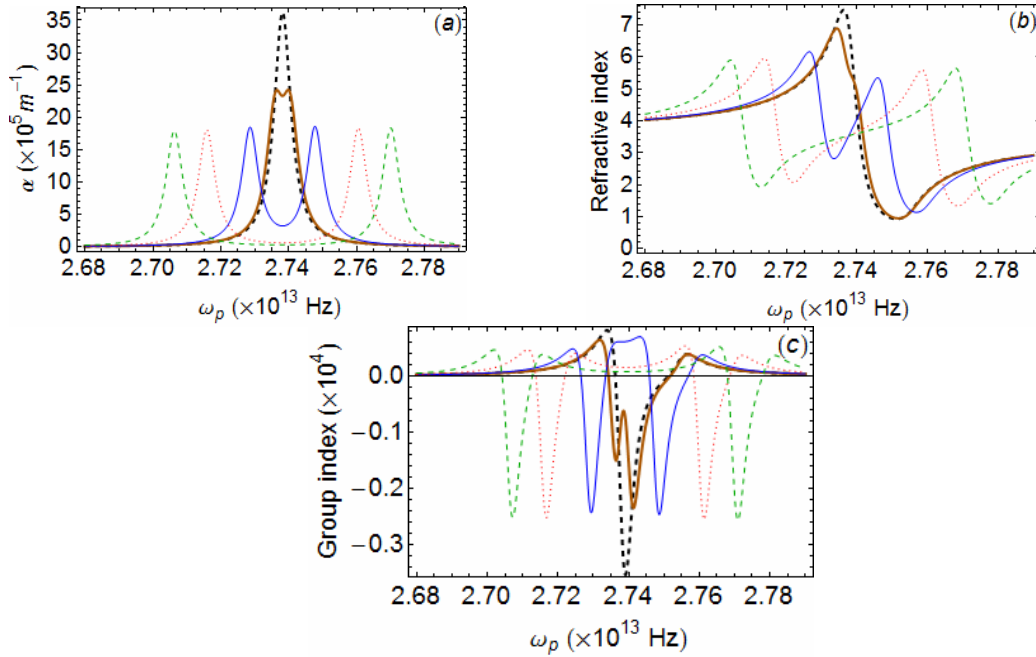
Parametrii fizici utilizați în calculele numerice pentru un PHQD tipic din GaAs [41] sunt  $N = 3 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ,  $\gamma_{21} = \gamma_{31} = 3 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$  și constanta dielectrică relativă 12.85. Valorile pentru parametrii potențialului au fost luate ca  $\lambda^2 = 4$  și  $\omega_0 = 20 \text{ THz}$ .

Figura 4.5 prezintă caracteristicile optice funcție de frecvența radiației de probă pentru diferite valori  $\Omega_c$ , când  $B = 2 \text{ T}$  (configurația de tip  $\Lambda$ ) și defazajul câmpului



**Figura 4.5.** Caracteristicile optice pentru sistemul de tip  $\Lambda$ : (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de frecvența sondei pentru  $B = 2 \text{ T}$  și diferite valori  $\Omega_c$ :  $\Omega_c = 0$ ; (black – thick dashed),  $\Omega_c = 0,7 \times 10^{11} \text{ Hz}$  (maro),  $\Omega_c = 3 \times 10^{11} \text{ Hz}$  (albastru),  $\Omega_c = 7 \times 10^{11} \text{ Hz}$  (roșu) și  $\Omega_c = 10^{12} \text{ Hz}$  (verde). Rezultatele sunt pentru  $\Delta_c = 0$ .

Figura 4.6 prezintă aceiași parametri fizici ca în Figura 4.5, dar pentru  $B = 20T$  (configurație **L**).

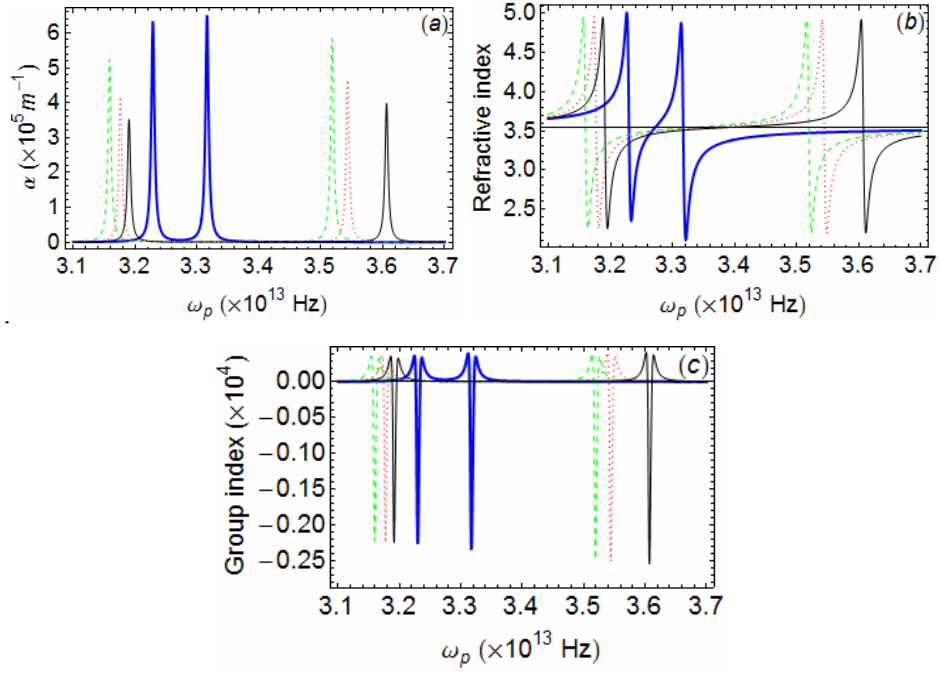


**Figura 4.6.** Caracteristicile optice pentru configurația de tip **L**: (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de frecvența de probă pentru  $B = 20T$  și valori diferite ale intensităților laserului de control  $I_1 = 0$  (negru),  $I_2 = 1.3 \times 10^6 \text{ W/m}^2$  (maro),  $I_3 = 2.5 \times 10^7 \text{ W/m}^2$  (albastru),  $I_4 = 1.3 \times 10^8 \text{ W/m}^2$  (roșu) și  $I_5 = 2.7 \times 10^8 \text{ W/m}^2$  (verde). Rezultatele sunt pentru  $\Delta_c = 0$ .

Din analiza Figurilor 4.5. și 4.6. sunt evidențiate anumite caracteristici particulare: (i) valorile maxime ale AC, determinate în principal de produsul  $\omega_{p1} \cdot \mu_{p1}^2$ , sunt în mod evident mai mari pentru configurația **L**, în ciuda unor valori mai scăzute ale energiei de tranziție  $E_{12}$ . Acest lucru se datorează faptului că, în concordanță cu comentariile din Figura 4.3,  $\mu_{21}(B = 20T) > \mu_{31}(B = 2T)$ ; (ii) pentru sistemul de tip **L**, curbele AC sunt mai puțin sensibile la intensitatea laserului de control. De exemplu, când  $I_c = 1.3 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$  (curbele maro din Figura 4.6), absorbția nu scade semnificativ și dispersia păstrează comportarea de regim anomal. Chiar și pentru  $I_c = 2.5 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$ , transparența nu mai este perfectă (vezi curba albastră din Figura 4.6. (a), care prezintă o valoare reziduală semnificativă, absentă în curba corespunzătoare din Figura 4.5 (a).

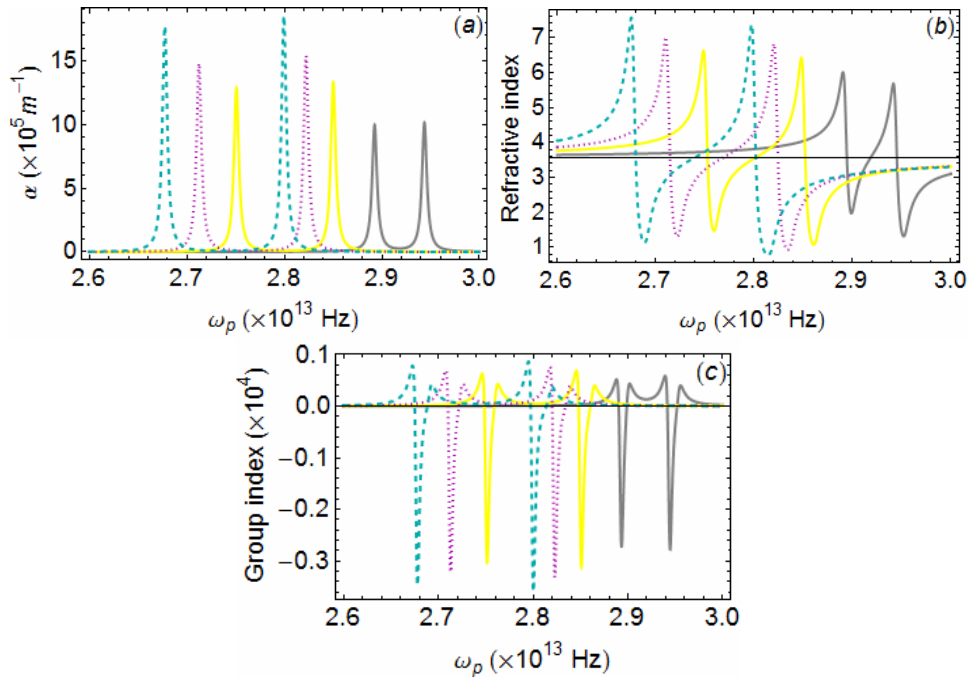
Figurile 4.7. și 4.8. arată efectul câmpului magnetic asupra proprietăților optice pentru ambele configurații studiate când intensitatea laserului de control are valoarea  $I_c = 10^9 \text{ W/m}^2$ .

Figurile 4.7 și 4.8 arată că, prin creșterea câmpului magnetic, fereastra de transparență se deplasează ușor către valori mai mari ale frecvenței de probă în cazul configurației **A**, în timp ce pentru configurația de tip **L** apare un "red-shift". În plus, în ultimul caz, maximele lui RI și GI sunt mai sensibile la variația câmpului și prezintă o creștere semnificativă a maximului pozitiv cu  $B$ . Mai mult, pentru valori mari ale câmpului magnetic în regiunea de dispersie anomală se poate obține o propagare rapidă a luminii (curba cian în Figura 4.8.).



**Figura 4.7.** Caracteristicile optice pentru configurația de tip **A**: (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de frecvența radiației de probă pentru diferite valori ale câmpului magnetic: 3 T (albastru), 4 T (verde), 5 T (roșu) și 6 T (negru). Rezultatele sunt pentru

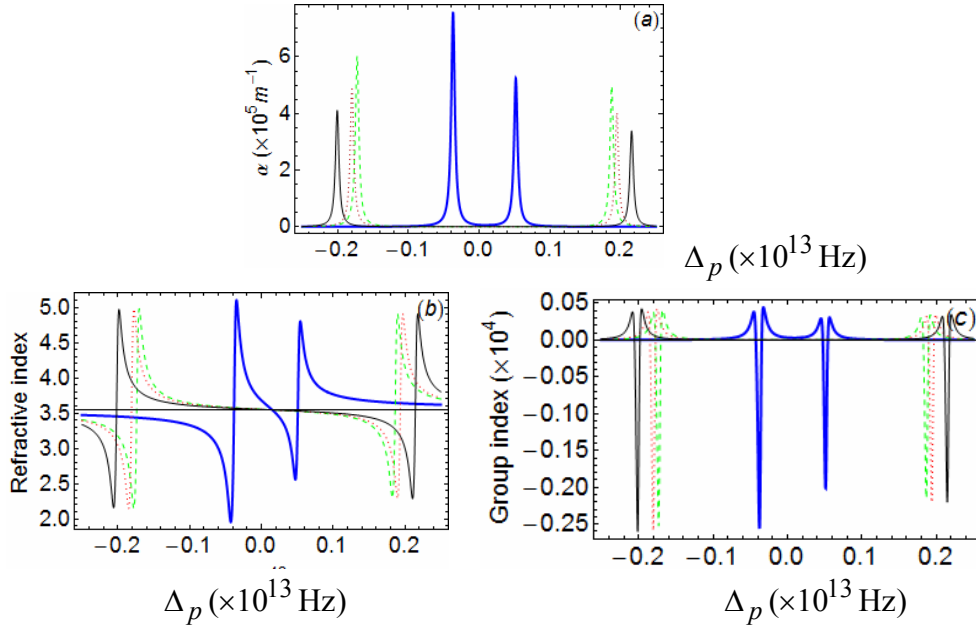
$$I_c = 10^9 \text{ W/m}^2 \text{ și } \Delta_c = 0.$$



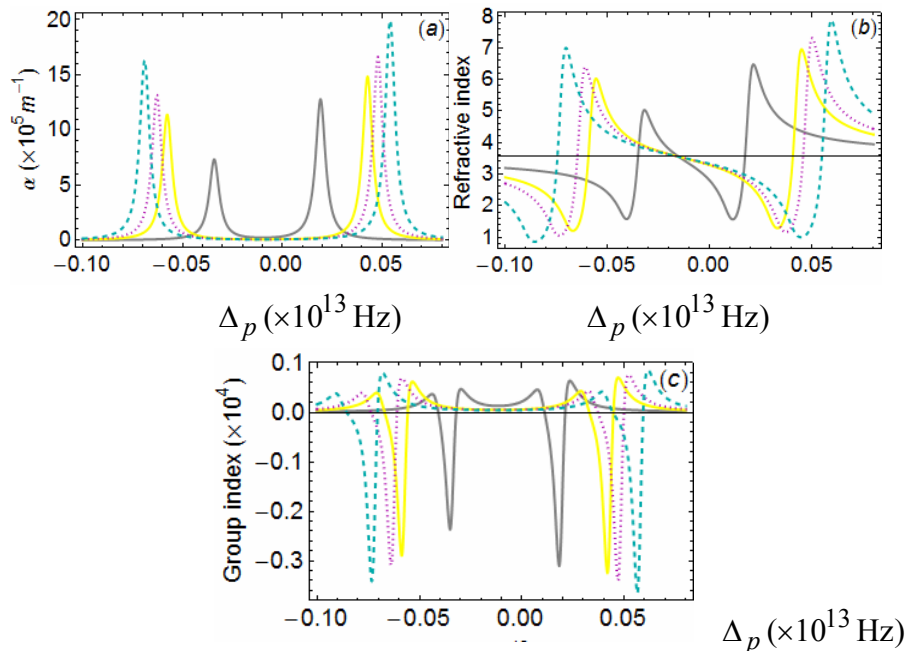
**Figura 4.8.** Caracteristicile optice pentru configurația de tip **L**: (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de frecvența radiației de probă pentru diferite valori ale câmpului magnetic: 17 T (gri), 18 T (galben), 19 T (purpuriu) și 20 T (cian). Rezultatele sunt pentru

$$I_c = 10^9 \text{ W/m}^2 \text{ și } \Delta_c = 0.$$

Efectul defazăzului câmpului de control asupra EIT pentru sistemul PHQD este prezentat în Figurile 4.9. și 4.10. pentru  $I = 10^9 \text{ W/m}^2$  și  $\Delta_c = 5\gamma_{21}$ . Pentru o analiza comodă a rezultatelor, este reprezentată dependența caracteristicilor optice de defazajul câmpului de probă,  $\Delta_p$ .



**Figura 4.9.** Caracteristicile optice pentru configurația de tip A: (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de defazajul radiației de probă pentru diferite valori ale câmpului magnetic: 3T (albastru), 4T (verde -), 5T (roșu) și 6T (negru). Rezultatele sunt pentru  $I = 10^9 \text{ W/m}^2$  și  $\Delta_c = 5\gamma_{21}$ .



**Figura 4.10.** Caracteristicile optice pentru configurația de tip L: (a) coeficientul de absorbție, (b) indicele de refracție și (c) indicele de grup funcție de defazajul radiației de probă pentru diferite valori ale câmpului magnetic: 17 T (gri-), 18 T (galben-), 19T (magenta -) și 20T (cian). Rezultatele sunt pentru  $I = 10^9 \text{ W/m}^2$  și  $\Delta_c = 5\gamma_{21}$

Subliniem câteva diferențe notabile între configurațiile din Figurile 4.9. și 4.10 : (i) fereastra de transparență este centrată pe o valoare  $\Delta_p > 0$  ( $\Delta_p < 0$ ) pentru configurația  $\Lambda$ - (L-), pentru care se realizează condiția de rezonanță cu doi fotoni ( $\Delta_p - \Delta_c = 0$ ,  $\Delta_p + \Delta_c = 0$ ); (ii) profilul de transmisie și dispersia asociată devin extrem de asimetric; (iii) pentru  $B$  fixat, maximele pozitive ale indicelui de grup au valori mai mari în regiunea de frecvență înaltă (joasă) a radiației de probă pentru configurația de tip  $\Lambda$ -(L).

#### 4.4 Concluzii

Am demonstrat că pentru transparența indusă electromagnetic există două configurații posibile, în funcție de intensitatea câmpului magnetic: O schemă de tip  $\Lambda$  este caracteristică valorilor mici ale lui  $B$ , în timp ce pentru valorile ridicate ale câmpului magnetic sistemul trece la o configurație de tip  $L$ . Parametrii radiației de control- intensitatea, frecvența Rabi și defazajul-modulează semnificativ caracteristicile optice - coeficientul de absorbție, indicele de refracție și indicele de grup- ale radiației de probă. Pozițiile și valorile maximelor din curba de absorbție și valorile extreme ale indicelui de grup prezintă dependențe semnificative de câmpul magnetic aplicat și de poziția impurității. Geometria particulară a sistemului permite ferestre de transparență apreciabile și valori rezonabile ale câmpului de prag asociat cu radiația de control pentru care mecanismul EIT devine posibil.

#### 4.5 Bibliografie selectivă

- [8] C.M. Duque, M.E. Mora-Ramos, C.A. Duque, "[Quantum disc plus inverse square potential. An analytical model for two-dimensional quantum rings: Study of nonlinear optical properties](#)", Ann. Phys. (Berlin) 524, 327 (2012)
- [41] V. Pavlović, L. Stevanović, "Electromagnetically induced transparency in double quantum dot under intense laser and magnetic fields: from  $\Lambda$  to  $\Xi$  configuration", Superlatt. Microstruct. 92, 10 (2016)
- [42] G. Liu, K. Guo, C. Wang, "[Linear and nonlinear intersubband optical absorption in a disk-shaped quantum dot with a parabolic potential plus an inverse squared potential in a static magnetic field](#)", Physica B 407, 2334 (2012)
- [46] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J.P. Marangos, "[Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media](#)", Rev. Mod.Phys, 77, 633 (2005)
- [49] D. Bejan, Eur. J. Phys. B, <https://doi.org/10.1140/epjb/e2017-70738-y>.
- [50] N. Liu, Y. Zhang, C. Kang, Z. Wang, B. Yu, "[Two-dimensional probe absorption in coupled quantum dots](#)", Physica E 81, 248 (2016)
- [51] R.W. Boyd, "*Nonlinear Optics*", 3rd Ed. Academic Press, San Diego, (2008), Chap. 6.

## Capitolul 5

### Deplasarea Stark, polarizabilitatea și tăria oscilatorului într-un inel cuantic din GaAs cu o impuritate donoare necentrică

Studiul prezentat în acest capitol a fost publicat în *U.P.B. Sci. Bull., Series A, Vol. 80, Iss. 1, 2018*



## 5.1. Introducere

În acest capitol studiem efectele câmpului electric asupra deplasării Stark pentru starea fundamentală a unei impurități într-un inel cuantic bidimensional cu un potențial pseudo-armonic, sistem prezentat în capitolul anterior. Spectrele de energie și funcțiile de undă sunt obținute în cadrul aproximației masei efective prin utilizarea metodei elementului finit [24].

## 5.2 Model teoretic

În cadrul aproximației masei efective, alegând direcția câmpului electric ca axă  $x$ , hamiltonianul uniparticulă este:

$$H = H_0 + eFx - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\vec{r} - \vec{r}_i|} \quad (5.1)$$

unde

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + V(\vec{r}) \quad (5.2)$$

$\vec{r} = (x, y)$  este poziția vectorului în plan pentru electron,  $\epsilon_0$  reprezintă permitivitatea dielectrică a vidului,  $\epsilon_r$  reprezintă constanta dielectrică statică a inelului,  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  este poziția impurității în interiorul inelului și  $\Delta$  este operatorul Laplace. Potențialul de confinare  $V(r)$ , care a fost prezentat și în capitolul anterior, combină funcții de tip parabolic și invers pătratică:

$$V(r) = \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\lambda^2}{r^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r^2. \quad (5.3)$$

Parametrul adimensional  $\lambda$  caracterizează intensitatea potențialului invers pătratic care descrie regiunea interzisă din centrul inelului [25, 26] și  $\omega_0$  este frecvența de confinare a potențialului parabolic.

Schimbarea distribuției electronilor în interiorul nanostructurii indusă de un câmp electric static este descrisă de așa-numita polarizabilitate statică a dipolului. Se știe că efectul Stark de confinare cuantică conduce la o deplasare a energiei stării fundamentale dată de expresia:

$$\Delta E(F) = E(F) - E(F=0) = -\vec{p} \cdot \vec{F} - \frac{1}{2} \beta F^2. \quad (5.4)$$

Această formă patrică rezultă aplicând teoria perturbațiilor în ordinul doi, cu  $\vec{p}$  momentul de dipol și  $\beta$  polarizabilitatea sistemului [27]. Pentru  $F$  de-a lungul direcției  $x$ ,  $\beta$  este dată de [27-29]:

$$\beta = -\frac{e}{F} [\langle x \rangle_F - \langle x \rangle_{F=0}] = -\frac{e}{F} [\langle \Psi_1(\vec{r}) | x | \Psi_1(\vec{r}) \rangle_{F \neq 0} - \langle \Psi_1(\vec{r}) | x | \Psi_1(\vec{r}) \rangle_{F=0}] \quad (5.5)$$

și  $\beta = \beta F$ . Tăria oscilatorului pentru o tranziție de la nivelul  $i$  la nivelul  $n$  este obținută din formula standard [30]:

$$f_{ni} = \frac{2m_0}{\hbar^2} \Delta E_{in} |\mu_{in}|^2 \quad (5.6)$$

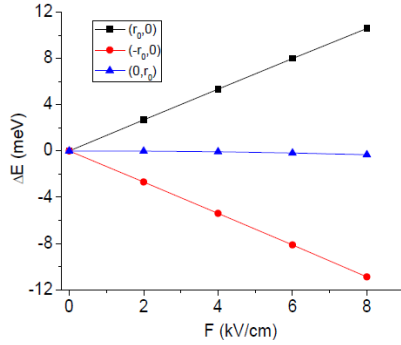
unde  $\Delta E_{in} = E_n - E_i$  este diferența de energie dintre stările electronice și:

$$\mu_{ij} = \langle \Psi_i(x, y) | r | \Psi_j(x, y) \rangle, \quad (5.7)$$

este elementul de matrice al tranziției în aproximarea dipolară. În ecuația (5.7),  $r$  se referă la variabila  $x$  pentru radiația incidentă polarizată de-a lungul direcției câmpului electric și, respectiv,  $y$  pentru o lumină incidentă  $y$  polarizată.

### 5.3 Rezultate și discuții

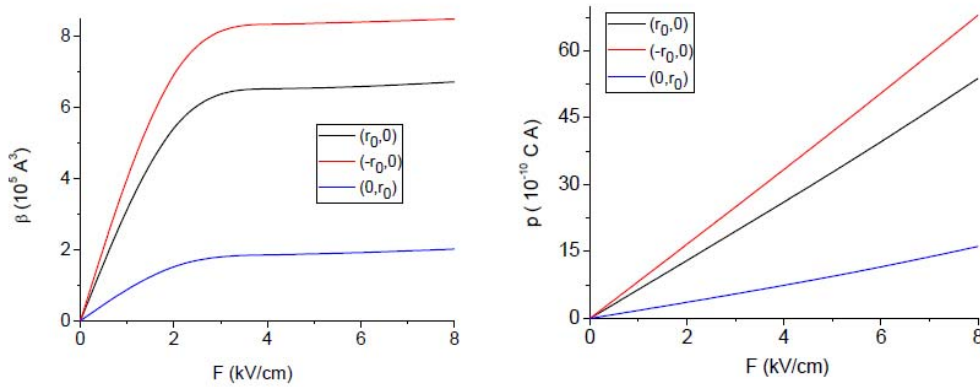
Parametrii ajustabili ai potențialului inelului sunt aleși ca  $\lambda^2 = 4$  și  $\omega_0 = 20$  THz, astfel încât purtătorii de sarcină sunt localizați între raza interioară  $R_1 = 2,7$  nm și raza exterioară  $R_2 = 62,8$  nm, cu  $V_0 = 300$  meV,  $L_z = 2$  nm. În studiul nostru am considerat trei poziții ale donorului hidrogenoid:  $(r_0, 0)$ ,  $(-r_0, 0)$  și  $(0, r_0)$ . În Figura 5.2. am reprezentat dependența deplasării Stark de poziția donorului și de intensitatea câmpului electric.



**Figura. 5.2** Deplasarea Stark funcție de intensitatea câmpului electric pentru donori necentrice într-un QR din GaAs. Impuritatea este localizată în trei poziții diferite:  $(r_0, 0)$ ,  $(-r_0, 0)$  și, respectiv,  $(0, r_0)$

Am constatat că, pentru impurități plasate de-a lungul direcției câmpului, variația energiei crește (descrește) liniar cu câmpul electric. Așa cum era de așteptat, pentru un donor localizat în  $(0, r_0)$ , când distribuția de sarcină este mai puțin sensibilă la influența câmpului, deplasarea Stark nu este modificată semnificativ de câmpul electric.

În Figura 5.3 am reprezentat dependența de câmpul electric a polarizabilității și a momentului de dipol pentru un donor în inelul cuantic, pentru diferite valori ale poziției impurității.

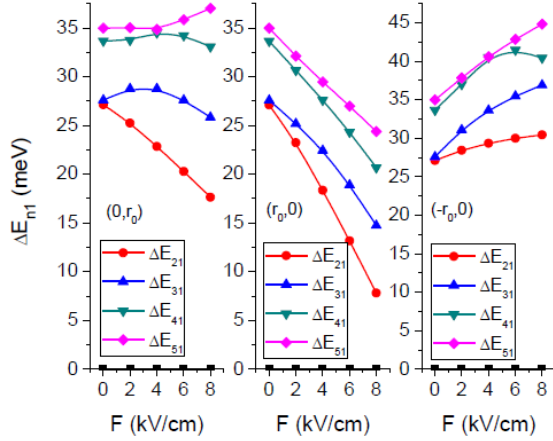


**Figura. 5.3.** Polarizabilitatea impurității (stânga) și momentul de dipol (dreapta) ca funcții de amplitudinea câmpului electric lateral  $F$  pentru aceleași poziții ale impurității ca în Figura 5.2.

Am constatat că: (i) polarizabilitatea crește odată cu creșterea câmpului aplicat și tinde spre saturație pentru valori destul de mici ale câmpului electric; (ii) pentru  $x > 0$ , lărgimea gropii de potențial se reduce când  $F$  crește. Pentru impuritatea din  $(r_0, 0)$  (curba neagră în grafic), confinarea geometrică mărită în prezența câmpului se opune delocalizării funcției de undă; (iii) atunci când impuritatea este plasată în  $(-r_0, 0)$  (curba roșie), lărgirea gropii de potențial armonic, indusă de câmpul electric, permite o creștere a delocalizării funcției de undă; (iiii) pentru impurități plasate de-a lungul direcției  $y$  (curba albastră), polarizabilitatea este mai slabă, deoarece efectul schimbărilor induse de câmp în localizarea norului electronic este mic.

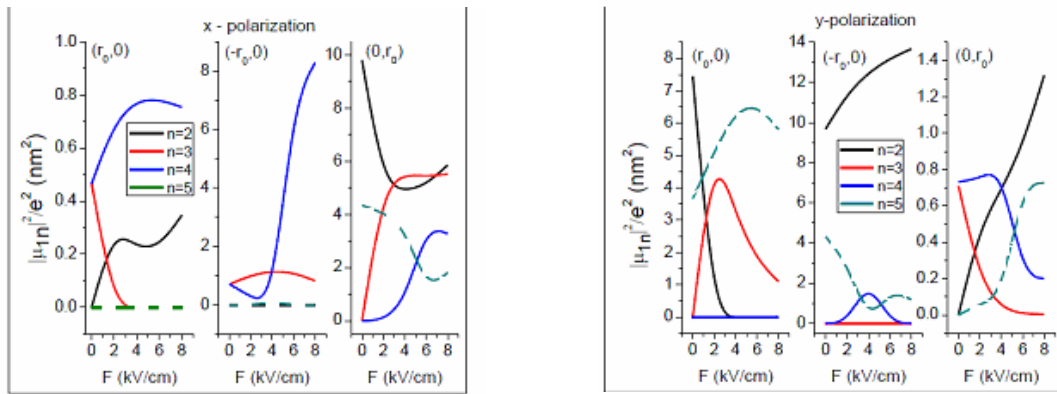
Impuritatea plasată de-a lungul sau perpendicular pe direcția câmpului (curbele negre și albastre din Figura 5.3 (b)) devine mai puțin sensibilă la variațiile lui  $F$  datorită polarizabilității reduse.

În Figurile 5.4 și 5.5 este reprezentată dependența energiilor de tranziție  $\Delta E_{n1}$  de câmpul electric aplicat este reprezentată în Figurile 5.4 și 5.5.

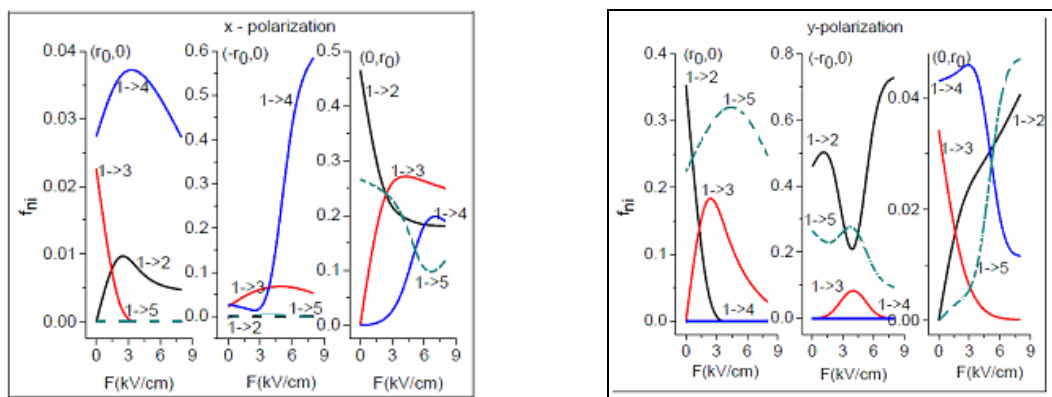


#

**Figura 5.4.** Dependența energiilor de tranziție  $\Delta E_{n1}$  și Pătratul elementelor de matrice dipolare  $|\mu_{in}|^2$  de câmpul electric aplicat pentru aceleași poziții ale impurității ca în Figura 5.2.



**Figura 5.5.** Pătratul elementelor de matrice dipolare  $|\mu_{in}|^2$  funcție de câmpul electric aplicat. Rezultatele sunt pentru două polarizări ale luminii incidente și trei poziții ale impurității în QR.



**Figura 5.6.** Tăria oscilatorului pentru tranzițiile între starea fundamentală și primele stări excitate funcție de câmpul electric aplicat pentru o lumină incidentă x-polarizată (graficele din stânga) și respectiv y-polarizată (graficele din dreapta). Sunt considerate aceleași trei poziții ale impurității ca în Figura 5.2

Comparând rezultatele din cele două seturi de grafice observăm că :

- $|\mu_n|^2$  (care este foarte sensibil la polarizarea luminii incidente) este termenul dominant în comportarea tăriei oscilatorului.
- când impuritatea este plasată în  $(r_0, 0)$ , intensitatea tranzițiilor intermediare induse de lumina  $y$  polarizată este cu cel puțin un ordin de mărime mai mare decât cea corespunzătoare unei polarizări  $x$ , în concordanță cu valorile corespunzătoare pentru  $|\mu_n|^2$ .
- când impuritatea este plasată în  $(0, r_0)$ , tăria oscilatorului are valori apreciable pentru polarizarea pe direcția  $x$ , ca și elementele de matrice dipolare.
- pentru un donor plasat în  $(-r_0, 0)$ , tranzițiile între nivele arată o comportare diferită. Se observă că tranzițiile  $1 \rightarrow 2$  și  $1 \rightarrow 5$  dominante pentru lumina  $y$  - polarizată, devine practic interzise pentru o polarizare  $x$ .
- tăria oscilatorului pentru tranziția  $1 \rightarrow 4$  (care este interzisă pentru lumina  $y$  - polarizată) crește puternic cu  $F$  pentru radiația incidentă  $x$  polarizată.

## 5.4 Concluzii

Am analizat teoretic efectul câmpului electric lateral asupra deplasării Stark, a polarizabilității și a tăriei oscilatorului asociate cu impurități donoare necentrice într-un inel cuantic din GaAs în formă de disc. Rezultatele arată că pentru intensități moderate ale câmpului electric, utilizate în calculul nostru, deplasarea Stark prezintă o dependență liniară de intensitatea câmpului electric, în timp ce polarizabilitatea impurității tinde rapid către valoarea de saturație. Pentru structura studiată, tăria oscilatorului asociat cu tranzițiile între nivelele de energie ale impurității prezintă o dependență puternică de polarizarea luminii incidente și de poziția impurității. Rezultatele obținute sugerează noi posibilități de ajustare a caracteristicilor optice pentru inelele cuantice impurificate folosind câmpuri electrice externe și/sau schimbând polarizarea radiației incidente.

## 5.5 Bibliografie selectivă

- [24] R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", 3rd edition, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [25] R. E. Acosta, A. L. Morales, C. M. Duque, M. E. Mora-Ramos, and C. A. Duque, "Optical absorption and refractive index changes in a semiconductor quantum ring: Electric field and donor impurity effects", Phys. Status Solidi B 253 (2016), pp. 744–754.
- [26] G. Liu, K. Guo, C. Wang, "Linear and nonlinear intersubband optical absorption in a diskshaped quantum dot with a parabolic potential plus an inverse squared potential in a static magnetic field," Physica B 407, 2012, pp. 2334-39.

# Capitolul 6

## Efectul câmpului magnetic asupra stărilor de impuritate în puncte cuantice emisferice

Studiul prezentat în acest capitol a fost publicat în "**Chemical Physics**", volum 493, pag. 32-41, (2017)

## 6.1. Introducere

În acest capitol vom studia proprietățile electronice ale unei impurități donoare localizată la suprafața sau în centrul unui punct cuantic auto-asamblat din InAs/GaAs, sub acțiunea unui câmp magnetic extern.

## 6.2. Model teoretic

Considerăm un punct cuantic în formă de emisferă din InAs/GaAs, cu raza  $R = 7$  nm crescut pe un strat rezidual de 2 nm (vezi insetul din figura 6.1a). Axa  $x$  care trece prin centrul emisferei este perpendiculară pe WL și reprezintă o axă de simetrie a sistemului.

În prezența unei impurități hidrogenoide și a unui câmp magnetic, Hamiltonianul sistemului este dat de relația:

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + V(x, y, z) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\vec{r} - \vec{r}_i|} \quad (6.1)$$

unde

$$m^*(x, y, z) = \begin{cases} m_{InAs}^*, & \text{in } QD \\ m_{GaAs}^*, & \text{in exterior} \end{cases} \quad (6.2)$$

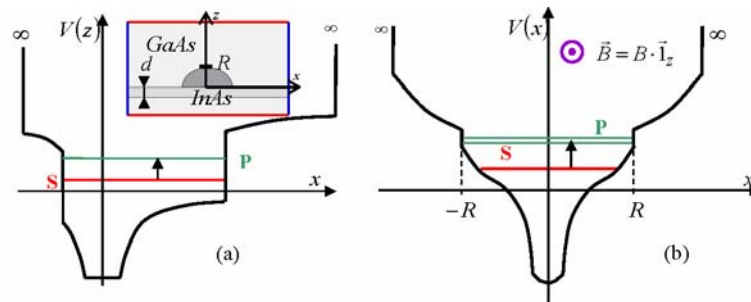
este masa efectivă și

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & \text{in } QD \\ \Delta E_c, & \text{in exterior} \end{cases} \quad (6.3)$$

este energia potențială, cu  $\Delta E_c$  saltul în banda de conducție între InAs și GaAs. Ultimul termen al ecuației (6.1) descrie interacția Coulomb între electron și donorul hidrogenoid localizat în  $\vec{r}_i$ .

Presupunem un câmp magnetic vertical  $\vec{B} = B\hat{z}$  (Figura 6.1). Folosind etalonarea Coulomb, pentru care  $\vec{A} = (B/2)(-y\hat{x} + x\hat{y})$ , Hamiltonianul devine:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m^*} + \frac{eB}{2m^*} (y\hat{p}_x - x\hat{p}_y) + \frac{e^2 B^2}{8m^*} (x^2 + y^2) + V(x, y, z) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\vec{r} - \vec{r}_i|}. \quad (6.4)$$



**Figura 6.1.** Potențialul de confinare incluzând interacția Coulomb asociată impurității centrice pentru un punct cuantic din InAs/ GaAs fără (a) și cu câmp magnetic aplicat (b). Insetul prezintă o schiță a punctului cuantic din InAs (gri închis) cu WL (gri mediu), încorporat într-o matrice din GaAs (gri deschis)

Pentru câmpuri magnetice slabe confinarea magnetică este mult mai slabă decât confinarea geometrică și termenul diamagnetic poate fi tratat ca o perturbație. În acest caz, modificarea energiei stării fundamentale a impurității donoare este dată de relația

$$\Delta E = E(B) - E(B = 0) = \beta B^2. \quad (6.5)$$

unde :

$$\beta = \frac{e^2}{8m^*} \langle \rho^2 \rangle \quad (6.6)$$

reprezintă susceptibilitatea diamagnetică în câmpuri slabe [38], [39] și :

$$\langle \rho^2 \rangle = \langle x^2 + y^2 \rangle \quad (6.7)$$

este valoarea medie a poziției electronului în planul perpendicular pe câmpul magnetic. Deoarece impuritatea hidrogenoidă se comportă ca un exciton cu o masă infinită a golului, este de așteptat ca relația [38] :

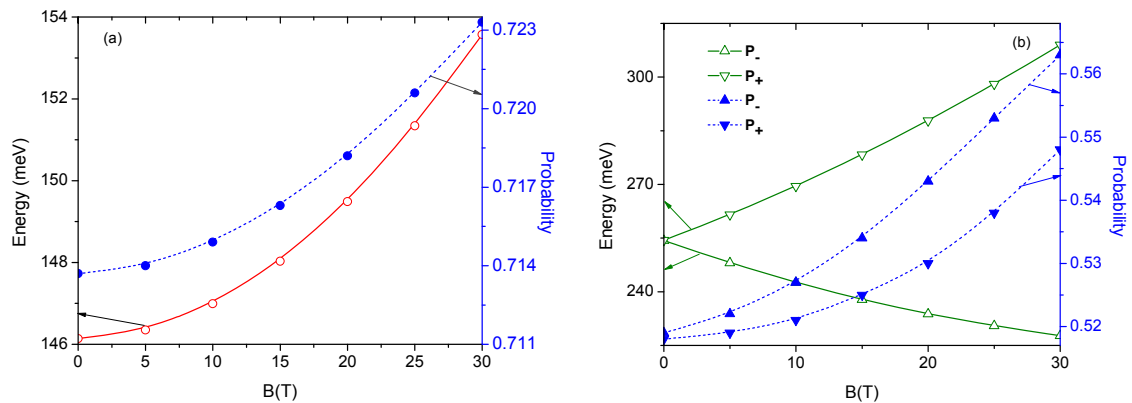
$$\Delta E = \frac{\beta B^2}{1 + \alpha B} \quad (6.8)$$

pentru shiftul diamagnetic al energiei excitonului să fie, de asemenea, o bună aproximație și pentru energia stării fundamentale a donorului. Luând  $\alpha$  și  $\beta$  ca parametri de fitare, vom verifica valabilitatea acestei dependențe (care interpolează între comportările în câmp magnetic slab și respectiv intens) pentru impurități centrice și de suprafață în puncte cuantice emisferice din InAs/GaAs.

### 6.3. Rezultate si discuții

Parametrii utilizați în calculele numerice sunt:  $m_{\text{InAs}}^* = 0.04 m_0$ ,  $m_{\text{GaAs}}^* = 0.067 m_0$ , unde  $m_0$  este masa electronului,  $\Delta E_c = 500$  meV [29] și  $\epsilon_r = 14.55$  [40].

Figura 6.2 prezintă dependența de câmpul magnetic a energiei primelor trei nivele și a probabilității corespunzătoare de localizare a electronului în interiorul emisferei, în absența impurității hidrogenoide.



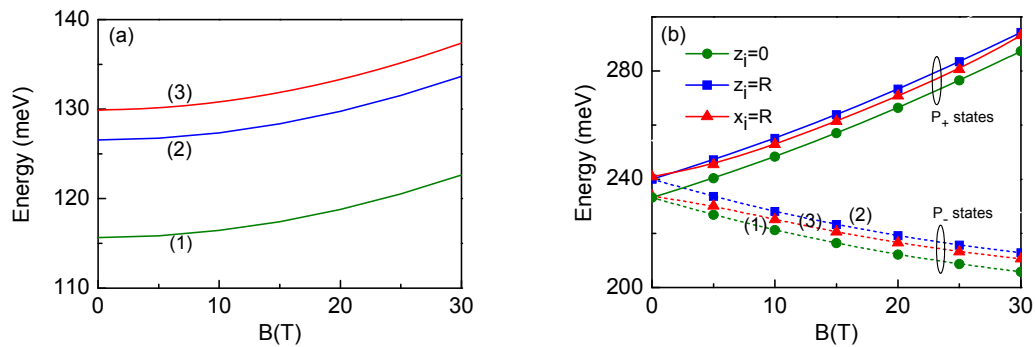
**Figura 6.2.** Nivelele de energie (linii continue, scala din stânga) și probabilitatea de localizare a electronului în interiorul emisferei (linii punctate, scala din dreapta) în funcție de câmpul magnetic: (a) stare S; (b) stare  $P_-$ , respectiv  $P_+$ . Rezultatele sunt pentru un QD fără impurități.

Pentru starea fundamentală (Figura 6.2 (a)), observăm o variație slabă a energiei la câmpuri mici și o creștere pronunțată pentru câmpuri intense. Pe măsură ce  $B$  crește, nivelul de energie începe să arate o comportare mixtă între confinarea geometrică și cea magnetică și, pentru intensități destul de mari, energia stării fundamentale arată o dependență liniară datorită formării nivelelor Landau.

Pentru stările excitate la un câmp magnetic dat, valorile energiei depind de semnul numărului cuantic azimutal  $m$ . Această dependență determină formarea simultană a stărilor “blue-shiftate” (pentru  $m > 0$ ) și “red-shiftate” (pentru  $m < 0$ ). După cum se observă în Figura 6.2 (b), câmpul magnetic ridică degenerarea primei stări excitate corespunzând lui  $m = \pm 1$ , conducând la stările  $P_+$  și respectiv  $P_-$ .

Figura 6.2 prezintă, de asemenea, probabilitatea de localizare a electronului în interiorul emisferei pentru stările S și P pentru un câmp magnetic variabil. Odată cu creșterea lui  $B$ , norul electronic devine mai localizat în interiorul punctului cuantic, indicând confinarea suplimentară indusă de câmpul magnetic.

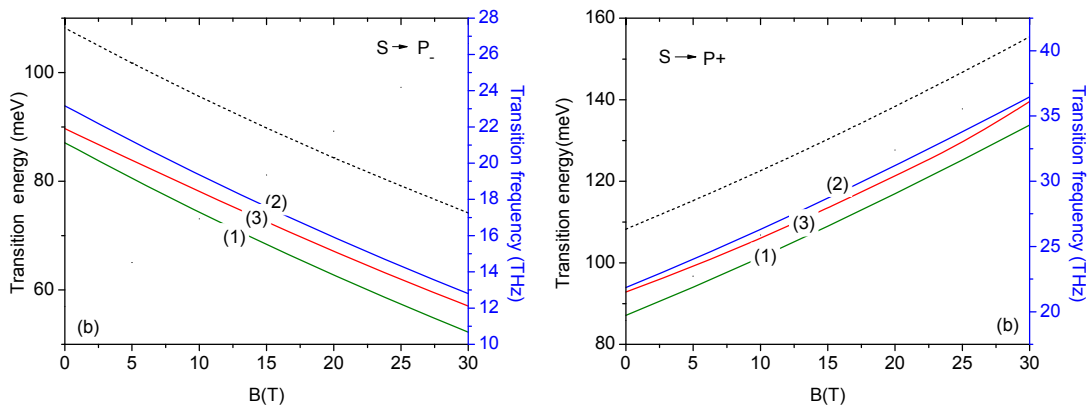
Rezultatele prezentate în Figura 6.4 corespund energiilor impurității în funcție de câmpul magnetic pentru diferite poziții (centrice sau pe suprafață) ale atomului donor. În calculele noastre, coordonatele carteziene ale impurităților centrice, din vârf și laterale sunt  $(0,0,0)$ ,  $(0,0,R)$ , respectiv,  $(R,0,0)$ .



**Figura 6.4.** Energiile corespunzătoare impurității hidrogenoide într-un QD emisferic din InAs / GaAs vs câmp magnetic. (a) starea fundamentală; (b) primele două stări excitate. Notațiile (1), (2) sunt pentru pozițiile impurității pe axa z cu  $z_i = 0$  și respectiv  $z_i = R$ , în timp ce notația (3) este pentru poziția radială a impurității  $\vec{r}_i = (R,0,0)$  [37]

Observăm că efectul principal al prezenței impurităților constă în scăderea tuturor energiilor datorită interacției Coulomb. Pentru  $z_i = 0$ , distanța mică dintre impuritate și electron determină o creștere a energiei de legătură a donorului și, în consecință, o scădere a nivelelor de energie.

Figura 6.11 prezintă dependența energiei de tranziție minimă de câmpul magnetic aplicat pentru trei poziții ale impurității în QD. Pentru comparație, este prezentat și cazul structurii fără impurități.



**Figura 6.11.** Energia de tranziție (frecvența) pentru tranzițiile  $S \rightarrow P_-$  (a) și  $S \rightarrow P_+$  (b) în funcție de câmpul magnetic. Liniile punctate sunt rezultate pentru un QD fără impuritate. Se iau în considerare diferite poziții de impurități (aceleași ca în Figura 6.4).

Pentru tranziția  $S \rightarrow P_-$  care este principala tranziție optică în QDs ([37], [44]), observăm o descreștere liniară cu  $B$  și, pentru toate cazurile investigate, curbele teoretice au aceleași pante (Figura 6.11a). Explicația rezultă ușor din analiza variației energiilor implicate în tranziții, prezentate în Figura 6.4. Frecvențele de tranziție corespunzătoare se situează în regiunea THz și se deplasează spre valori mai mici la creșterea câmpului magnetic. Tranziția  $S \rightarrow P_+$  prezintă o creștere liniară a energiilor de tranziție (și a frecvențelor asociate) cu creșterea câmpului magnetic (Figura 6.11 (b)).

Comparând aceste rezultate cu cazul structurii fără impuritate (liniile punctate în Figura 6.11), se constată că prezența impurității determină deplasarea frecvențelor  $S \rightarrow P_+$  și  $S \rightarrow P_-$  spre valori mai mici în domeniul THz.

## 6.4 Concluzii

Folosind metoda elementului finit, am investigat efectul câmpului magnetic asupra stărilor de impuritate donoare și a energiilor de tranziție într-un punct cuantic din InAs/GaAs cuplat cu un strat tampon. Rezultatele sunt obținute pentru diferite localizări ale impurității. S-a găsit că deplasarea diamagnetică a energiei stării fundamentale crește monoton cu câmpul aplicat și poate fi descrisă printr-o funcție simplă care interpolează între răspunsul la câmpuri magnetice de mică și de mare intensitate. Frecvențele asociate tranzițiilor între starea fundamentală de tip S și stările excitate de tip  $P_-$  ( $P_+$ ) sunt situate în domeniul THz și prezintă o deplasare spre roșu (albastru) indusă de câmpul magnetic, indiferent de poziția impurității.

## 6.5 Bibliografie selectivă

- [26] D. Bejan, "Impurity-related nonlinear optical rectification in double quantum dot under electric field", Phys. Lett. A 380 (2016) 3836.
- [27] D. Bejan, E. C. Niculescu, "Intense laser effects on the optical properties of asymmetric GaAs double quantum dots under applied electric field", Eur. Phys. J. B (2016) 89.
- [28] K. Boz, B. Nisanci, S. Aktas, S. Erol Okan, "Energy levels of GaAs/AlxGa1-xAs/AlAs spherical quantum dot with an impurity", Appl. Surf. Sci. 387 (2016) 76.
- [29] C.A. Duque, E. Kasapoglu, S. Sakiroglu, H. Sari, I. Sökmen, "Intense laser effects on donor impurity in a cylindrical single and vertically coupled quantum dots under combined effects of hydrostatic pressure and applied electric field", Appl. Surf. Sci. 256 (2010) 7406.
- [30] E. C. Niculescu, M. Cristea, A. Radu, "Tuning a conventional quantum well laser by nonresonant laser field dressing of the active layer", Superlattices Micro. 69 (2014) 65.
- [31] J. Ganguly, S. Saha, S. Pal, M. Ghosh, "Fabricating third-order nonlinear optical susceptibility of impurity doped quantum dots in the presence of Gaussian white noise", Optics Comm. 363 (2016) 47.
- [32] B. Çakır, Y. Yakar, A. Özmen, "Linear and nonlinear optical absorption coefficients and binding energy of a spherical quantum dot" Physica B 510 (2017) 86.
- [33] M.G. Barseghyan, "Energy levels and far-infrared optical absorption of impurity doped semiconductor nanorings: Intense laser and electric fields effects", Chemical Physics 479 (2016) .
- [37] Sabaeian, M Riyahi, Physica E: "Low-dimensional Systems and Nanostructures", Physica E 89 (2017) 105.
- [40] M. Dezhkam, A. Zakery, "Electronic properties of hemispherical quantum dot/wetting layer with and without hydrogenic donor impurity", Physica B 443 (2014) 70.



## Capitolul 7

# Neliniarități optice asociate impurităților hidrogenoide în puncte cuantice self-asamblate din InAs/GaAs sub acțiunea unui câmp electric extern

Rezultatele prezentate în acest capitol au fost publicate în *Philosophical Magazine* vol 97 nr 35 (2017).

### 7.1 Introducere

În acest capitol sunt studiate efectele unei impurități hidrogenoide asupra proceselor optice neliniare într-un punct cuantic emisferic cu strat rezidual din InAs/GaAs, sub acțiunea unui câmp electric extern.

### 7.2. Model teoretic

În acest studiu, considerăm un punct cuantic în formă de calotă sferică din InAs/GaAs cu raza  $R = 7$  nm cu un strat rezidual de 2 nm, sistem analizat și în capitolul 6. Axa  $z$  este perpendiculară pe planul stratului rezidual. În prezența unei impurități hidrogenoide și a unui câmp electric paralel cu direcția axei  $z$ , Hamiltonianul sistemului este dat de relația:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2} \nabla \frac{1}{m^*(x, y, z)} \nabla + V(x, y, z) + eFz - \frac{Z e_0^2}{\epsilon_r \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_i)^2 + d_{cutoff}^2}} \quad (7.1)$$

unde semnificația mărimilor este aceeași ca în capitolul 6, iar  $d_{cutoff} = R\sqrt{10^{-5}}$ .

Utilizând formalismul teoretic propus de Paspalakis și colab. [39], coeficientul de absorbție totală neliniară pentru o tranziție între două nivele de energie  $E_i = \hbar\omega_i$  și  $E_j = \hbar\omega_j$  poate fi scris ca:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \frac{\omega N \mu_{ij}^2 T_2}{\epsilon_0 \hbar c n_r} \frac{\left| J_0^2 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) - J_2^2 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) \right|}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_{ji})^2 + \bar{\mu}_{ij}^2 E_0^2 T_1 T_2 / \hbar^2} \quad (7.4)$$

unde

$$\bar{\mu}_{ij} = \mu_{ij} \left( J_0 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) + J_2 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) \right) \quad (7.5)$$

În ecuațiile (7.4) și (7.5),  $\omega_{ji} = (E_j - E_i)/\hbar$ ,  $J_0, J_2$  sunt funcțiile Bessel de ordinul 0 și respectiv 2,  $N$  este densitatea de electroni,  $T_1$  este timpul de dezexcitare și  $T_2$  este defazajul temporal.  $E_0$  este amplitudinea câmpului electric al unei incidente  $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$  care determină intensitatea  $I_0$  definită ca  $I_0 = \frac{\epsilon_0 c n_r E_0^2}{2}$ , unde  $\epsilon_0$  este permitivitatea dielectrică a vidului,  $n_r$  este indicele relativ de refracție și  $c$  viteza luminii în vid.  $\mu_{ij}$  sunt elementele de matrice ale momentului de dipol  $\mu_{ij} = e \langle \Psi_i | \vec{\xi} \cdot \vec{r} | \Psi_j \rangle$  cu  $\vec{\xi}$  vectorul de polarizare a luminii incidente.

Modificarea relativă a indicelui de refracție (RIC) este dată de ecuația:

$$\frac{\Delta n(\omega)}{n_r} = -\frac{N\mu_{12}^2 T_2^2 (\omega - \omega_{21})}{2\varepsilon_0 \hbar n_r^2} \frac{\left( J_0 \left( \frac{|\mu_{22} - \mu_{11}| E_0}{\hbar \omega} \right) + J_2 \left( \frac{|\mu_{22} - \mu_{11}| E_0}{\hbar \omega} \right) \right)^2}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_{21})^2 + \bar{\mu}_{12}^2 E_0^2 T_1 T_2 / \hbar^2} \quad (7.6)$$

În același formalism al matricii densitate [39], răspunsul optic nelinier (NOR) care corespunde unei tranziții  $i \rightarrow j$  poate fi scris ca:

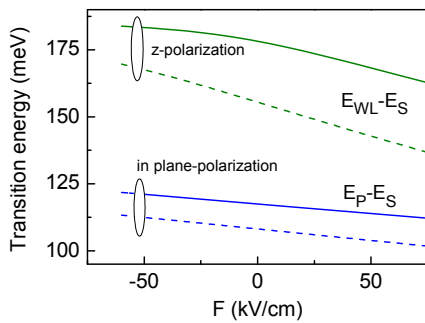
$$\chi_0^{ij}(\omega) = \frac{2N|\mu_{jj} - \mu_{ii}| \mu_{ij}^2 T_1 T_2}{\varepsilon_0 \hbar^2} \frac{\left( J_0 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) + J_2 \left( \frac{|\mu_{jj} - \mu_{ii}| E_0}{\hbar \omega} \right) \right)^2}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_{ji})^2 + \bar{\mu}_{ij}^2 E_0^2 T_1 T_2 / \hbar^2} \quad (7.7)$$

### 7.3. Rezultate și discuții

Parametrii utilizați în calculele noastre sunt:  $N = 3 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ,  $n_r = 3.55$ ,  $T_1 = 1 \text{ ps}$  și  $T_2 = 0.2 \text{ ps}$  [42].

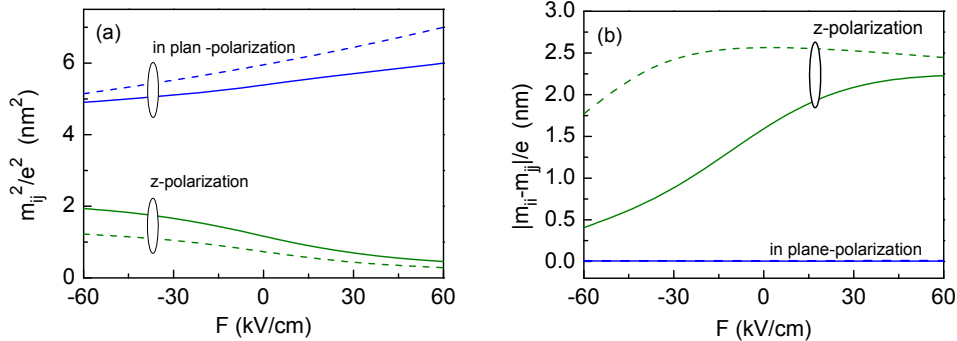
#### 7.3.1 Proprietăți electronice

În Figurile 7.4 și 7.5 sunt ilustrate câteva rezultate care vor ajuta la explicarea caracteristicilor optice studiate: energia de tranziție (Figura 7.4), pătratul elementelor de matrice nediagonale asociate tranzițiilor optice (Figura 7.5 (a)) și diferența elementelor de matrice diagonale (Figura 7.5 (b)) în funcție de câmpul electric aplicat.



**Figura 7.4.** Energii de tranziție între starea fundamentală și primele două stări excitate în InAs/GaAs QD în funcție de câmpul electric aplicat. Liniile continue și punctate se referă la cazul  $Z = 1$  și respectiv la  $Z = 0$

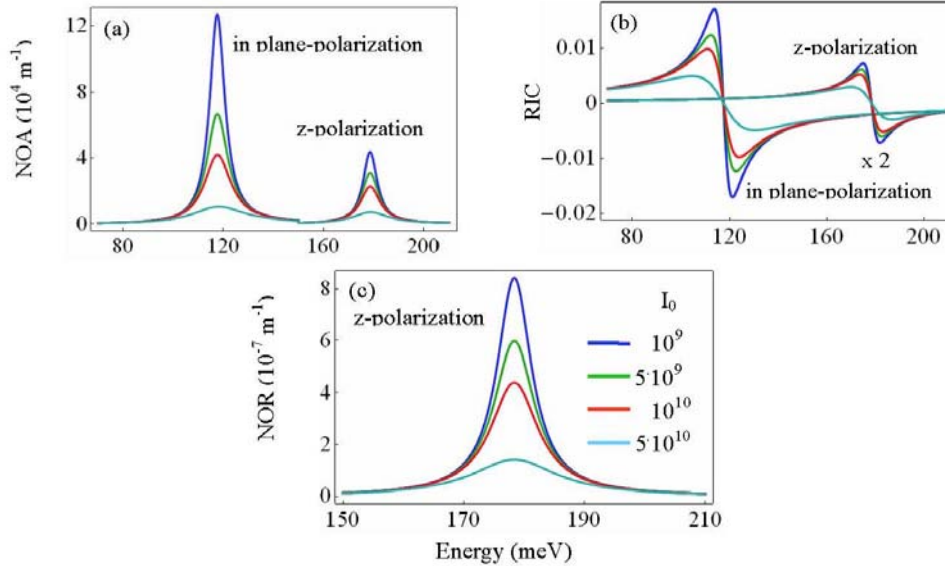
Figura 7.4 arată o scădere a energiilor de tranziție în câmp electric, care va fi evidențiată prin deplasarea spre roșu a maximelor de rezonanță ale NOA și NOR. Pentru ambele cazuri ale polarizării luminii incidente, energiile de tranziție se micșorează cu creșterea lui  $F$  datorită delocalizării purtătorilor de sarcină. În Figura 7.5 am reprezentat dependența elementelor de matrice de intensitatea câmpului electric.



**Figura 7.5** (a) Pătratul elementelor de matrice nediagonale și (b) diferența dintre elementele de matrice diagonale în QD din InAs/GaAs ca funcții de câmpul electric aplicat. Liniile continue și punctate se referă la cazul  $Z = 1$  și, respectiv la cazul  $Z = 0$ .

### 7.3.2 Proprietăți optice

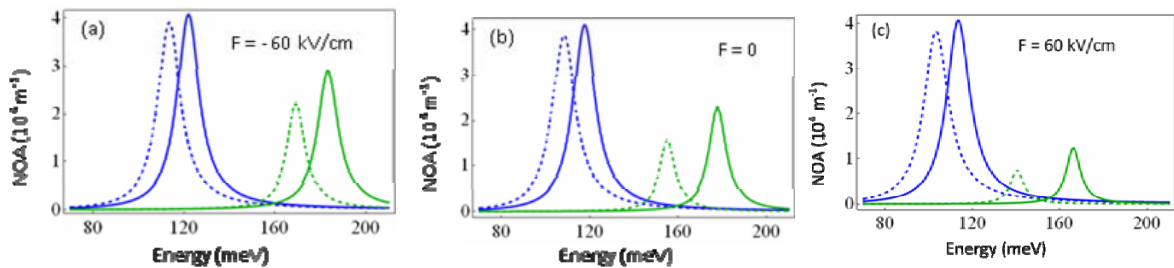
Dependența proprietăților optice- *coeficientul de absorbție, modificarea indicelui de refracție și rectificarea optică* -de energia radiației incidente este reprezentată în Figura 7.6 pentru  $Z = 1$  și diferite intensități  $I_0$ .



**Figura 7.6** (a) Coeficientul de absorbție neliniară, (b) variația indicelui de refracție, și (c) a rectificării optice neliniare vs. energia fotonilor pentru patru intensități diferite ale câmpului de probă. Rezultatele sunt pentru  $Z = 1$  și  $F = 0$ .

Din figura 7.6. se observă că: (i) în timp ce pentru intensități mici și moderate se găsește o dependență liniară a coeficienților optici de intensitate, la intensități mari această dependență devine semnificativ neliniară; (ii) coeficientul de absorbție este întotdeauna pozitiv și panta indicelui de refracție în apropierea rezonanței rămâne negativă, independent de valoarea intensității câmpului.

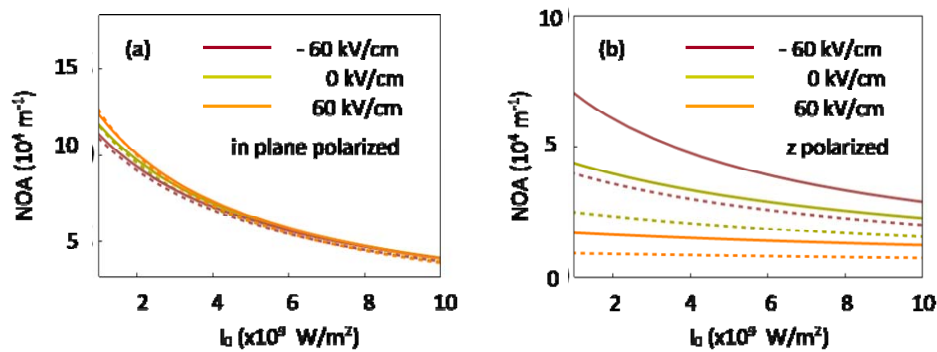
În Figura 7.7 am reprezentat coeficientul de absorbție intrabandă în funcție de energia fotonilor incidenti pentru câteva valori ale intensității câmpului electric într-un QD cu (linii continue) și fără (linii punctate) impuritate donoare.



**Figura 7.7.** Dependența coeficientului de absorbție neliniară de energia fotonilor incidenti pentru diferite intensități ale câmpului electric. Rezultatele sunt prezentate pentru lumina incidenta plan-polarizată (linii albastre) și respectiv z-polarizată (linii verzi). Liniile continue și punctate se referă la  $Z = 1$  și, respectiv,  $Z = 0$

Comparând spectrele de absorbție în cele doua cazuri, cu și fără impuritate, se observă că: (i) în cazul polarizării z, blueshiftul indus de prezența impurității crește cu creșterea lui  $F$  pentru că energia de tranziție  $S \rightarrow WL$  crește semnificativ în câmp electric; (ii) valoarea maximă pentru NOA în cazul  $Z=1$  este mai mare decât în cazul fără impuritate pentru orice valoare a câmpului electric.

Deoarece NOA este puternic dependentă de intensitatea câmpului de probă, în Figura 7.8 este reprezentată grafic această dependență în cazul de rezonanței exacte, când  $\omega = \omega_{ij}$  pentru ambele polarizări ale luminii incidente.



**Figura 7.8.** Valorile maxime ale NOA funcție de energia fotonilor incidenți pentru câteva intensități ale câmpului electric aplicat. Liniile punctate sunt pentru un punct cuantic fără impuritate, în timp ce liniile continue sunt pentru un QD cu impuritate.

Observăm că pentru radiația incidentă plan polarizată (Figura 7.8 (a)), NOA este aproape același pentru cazurile cu și fără impuritate și, practic, independent de valorile lui  $F$ . Prezența impurității este responsabilă de creșterea intensității maximumului rezonant al NOA pentru tranziția  $S \rightarrow WL$  (Figura 8 (b)), mai pronunțată în cazul câmpurilor electrice negative și pentru valori mici ale intensității luminoase.

## 7.4 Concluzii

În acest capitol am investigat neliniaritățile optice asociate cu impuritățile hidrogenoide în puncte cuantice self-asamblate din InAs/GaAs sub acțiunea unui câmp electric extern. Utilizând aproximația masei efective și metoda elementului finit am calculat energiile de tranziție dintre starea fundamentală și primele stări excitate, precum și momentele dipolare corespunzătoare. Aceste mărimi sunt folosite pentru a investiga proprietățile optice ale sistemului sub acțiunea unei radiații luminoase intense. Absorbția optică neliniară, modificarea indicelui de refracție relativ și rectificarea optică neliniară asociate cu tranzițiile intrabandă au fost studiate pentru o radiație incidentă de mare intensitate atât pentru polarizarea în plan, cât și pentru polarizarea pe direcția de creștere. Rezultatele obținute arată că la creșterea intensității câmpului electric maximele de absorbție și dispersie se reduc și prezintă o deplasare către valori mai mici ale energiei. Impuritatea hidrogenoidă localizată în origine induce o deplasare către energii mari a răspunsului optic. Prezența impurității determină o creștere a coeficientului de absorbție optică independent de intensitatea câmpului electric, în timp ce rectificarea optică neliniară este mai mare în prezența impurității numai pentru un câmp electric extern nul.

## 7.5 Bibliografie selectivă

- [6] D. Bejan, "Exciton effects on the nonlinear optical properties of semiparabolic quantum dot under electric field", *Eur. Phys. J. Plus* 132 (2017), p. 102.
- [27] J.-Z. Zhang and I. Galbraith, "Intraband absorption for InAs/GaAs quantum dot infrared photodetectors", *Appl. Phys. Lett.* 84 (2004), pp. 1934–1936.
- [28] T.A. Ameen and Y.M. El-Batawy, "Polarization dependence of absorption by bound electrons in self-assembled quantum dots", *J. Appl. Phys.* 113 (2013), p. 193102.
- [39] E. Paspalakis, J. Boviatsis, and S. Baskoutas, "Effects of probe field intensity in nonlinear optical processes in asymmetric semiconductor quantum dots", *J. Appl. Phys.* 114 (2013), p. 153107.

# Concluzii

## 1. Concluzii generale și contribuții originale

În această teză ne-am propus un studiu teoretic privind proprietățile electronice și optice ale nanostructurilor semiconductoare și posibilitatea ajustării lor printr-o modificare adecvată a câmpurilor externe - electric, magnetic, radiație laser nerezonantă de mare intensitate- dar și prin asimetria potențialului de confinare, obținută prin geometrie sau prin prezența și poziția atomilor de impuritate.

Pentru aceasta, am realizat un studiu de literatură care a avut ca scop prezentarea principalelor metode numerice utilizate pentru calcularea structurii electronice a nanostructurilor și sintetizarea informațiilor cu privire la tipurile de sisteme zero-dimensionale cu aplicații în optoelectronică. Pe baza acestui studiu am ales ca obiective ale cercetării în lucrare **fenomenul de transparență indusă electromagnetic**- capitolele 3 și 4, **efectele câmpurilor externe asupra proprietăților inelelor cuantice din GaAs/AlGaAs** -capitolele 4 și 5, **și proprietăți optice ale punctelor cuantice self-asamblate cu strat rezidual** -capitolele 6 și 7. Rezultatele numerice au fost obținute în aproximația masei efective.

### Transparența indusă electromagnetic

Pentru *groapa cuantică semiparabolică* din GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As :

- s-a demonstrat că la creșterea intensității laserului nerezonant se mărește lărgimea ferestrei de transparență, în timp ce prin creșterea intensității câmpului electric sau magnetic fereastra de transparență pentru absorbția radiației de probă este deplasată spre energii mai mari.
- s-a pus în evidență obținerea unui optim al caracteristicilor transparenței induse printr-o alegere adecvată a câmpurilor externe aplicate.

Pentru *inele cuantice cu potențial pseudoarmonic* din GaAs impurificate s-a demonstrat posibilitatea comutării structurii de nivele în care apare EIT de la o configurație de tip  $\Lambda$  la o configurație de tip scară, comutare indusă de câmpul magnetic extern.

Pentru ambele configurații, s-au observat:

- intervale mărite pentru fereastra de transparență și pentru domeniile de propagare sub-(super-) luminală când intensitatea câmpului magnetic crește.
- modularea caracteristicilor optice ale radiației de probă - coeficientul de absorbție, indicele de refracție și indicele de grup - prin parametrii radiației de control - intensitatea, frecvența Rabi și defazaajul.
- reducerea maximelor pentru AC, RF și GI și un red-shift al ferestrei de transparență când impuritatea se deplasează din poziția de minim a potențialului de confinare către bariera repulsivă a structurii.
- micșorare semnificativă a câmpului critic al radiației de control la care apare EIT, reducere indusă de creșterea câmpului magnetic aplicat.

### Inele cuantice din GaAs cu o impuritate donoare necentrică

- s-a evidențiat influența câmpului magnetic asupra densității de probabilitate de localizare a electronului în structură, care determină momentele de tranziție dipolară.
- s-au studiat efectele creșterii câmpului magnetic și ale deplasării poziției impurității către raza exterioră a inelului asupra nivelelor de energie electronice.

- în câmp electric radial, s-a demonstrat că, pentru intensități moderate deplasarea Stark prezintă o dependență liniară de acest parametru, în timp ce polarizabilitatea impurității tinde rapid către valoarea de saturație.
- s-a analizat dependența tăriei oscilatorului asociat cu tranzițiile între nivelele de impuritate de polarizarea luminii incidente și de poziția impurității în interiorul structurii. S-a găsit că pentru impuritatea plasată pe direcția câmpului electric, intensitatea tranzițiilor induse de lumina y-polarizată este cu cel puțin un ordin de mărime mai mare decât cea corespunzătoare unei polarizări x, în timp ce pentru impurități localizate pe direcția perpendiculară pe câmp, tăria oscilatorului are valori apreciabile pentru lumina x-polarizată.

### **Puncte cuantice emisferice self-asamblate cu strat rezidual**

- am evidențiat o creștere monotonă cu câmpul aplicat pentru deplasarea diamagnetică a energiei stării fundamentale .
- am propus o funcție analitică simplă care interpolează între răspunsul la câmpuri magnetice de mică și mare intensitate pentru dependența energiei stării fundamentale a impurității donoare în punctul cuantic de câmpul magnetic.
- am calculat frecvențele asociate tranzițiilor între starea fundamentală de tip S și stările excitate de tip  $P_-(P_+)$  și am evidențiat o deplasare spre roșu (albastru) indusă de câmpul magnetic, indiferent de poziția impurității.
- am studiat efectele unui câmp electric radial asupra proceselor optice neliniare în structuri cu și fără impuritate. S-a evidențiat că în prezența unei impurități donoare centrice, valorile pentru NOA și RIC cresc și maximele de rezonanță se deplasează către valori mai mari ale energiei.
- am arătat că în timp ce NOA și RIC pot fi observate atât pentru lumină incidentă polarizată în plan , cât și pentru polarizare după z, NOR se anulează pentru radiația polarizată în plan. Un alt rezultat interesant este că maximum la rezonanță al NOR depinde semnificativ de intensitatea luminoasă și de intensitatea câmpului electric.

*Rezultatele acestor studii au fost publicate în reviste prestigioase internaționale precum "Philosophical Magazine", "Chemical Physics", "European Physical Journal B", dar și în "Romanian Reports in Physics".*

## **2. Perspective de viitor**

Studiile efectuate pot continua prin investigarea teoretică a efectelor radiației laser de mare intensitate asupra spectrului energetic al inelelor cuantice, pentru care s-au prezentat o serie de rezultate interesante în literatura de specialitate.

Vor fi incluse diverse geometrii- inele eliptice, centrice sau necentrice, inele duble cu impurități în diverse poziții, care oferă posibilitatea continuării cercetării prin studierea unor noi proprietăți caracteristice.

## ANEXA 1:

### Lista lucrărilor științifice publicate în perioada tezei de doctorat

#### Articole publicate în reviste indexate ISI-WOS

1. Ecaterina C. Niculescu, Cristina Stan, Gabriela Tiriba, **Cristina Trușcă**, “Magnetic field control of absorption coefficient and group index in an impurity doped quantum disc“, “The European Physical Journal B” (2017), DOI: 10.1140/epjb/e2017-80138-0, revistă cotate ISI, **factor de impact IF=1.44, AIS=0.449**
2. Mihail Cristea, Ecaterina C. Niculescu, **Cristina Trușcă**, “Optical nonlinearities associated to hydrogenic impurities in InAs/GaAs self-assembled quantum dots under applied electric fields“, Philosophical Magazine vol 97 , nr. 35 (2017) DOI:10.1080/14786435.2017.1381775 , revistă cotate ISI, **factor de impact IF=1.885, AIS =0.535**
3. Ecaterina C. Niculescu, Cristina Stan, Mihail Cristea, **Cristina Trușcă**, “Magnetic-field dependence of the impurity states in a dome-shaped quantum dot“, Chemical Physics, volum 493, pag. 32-41, (2017), [doi.org/10.1016/j.chemphys.2017.06.004](https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2017.06.004), revistă cotate ISI, **factor de impact IF=1.707 , AIS =0.464**
4. **Cristina Trușcă**, Cristina Stan, Ecaterina C. Niculescu, “Stark Shift and oscillator strengths in a GaAs quantum ring with off-center donor impurity“, U.P.B. Sci. Bull., Series A, Vol. 80, Iss. 1, (2018), ISSN 1223-7027, **factor de impact IF=0.478, AIS =0.094**
5. Doinița Bejan, **Cristina Trușcă**, “Effects of electric, magnetic and intense laser fields on the electromagnetically induced transparency in a semiparabolic quantum well“, Rev. “Romanian Reports in Physics“, vol. 70, pag.412 (2018), revistă cotate ISI, **factor de impact IF=1.940 , AIS=0.296**

#### Comunicări științifice

Doina Bejan, **Cristina Trușcă**, “Effect of electric, magnetic and intense laser fields on the electromagnetically induced transparency in a semi-parabolic quantum well“, “Annual Scientific Conference Knowledge means Physics“, University of Bucharest, Faculty of Physics, Bucharest, Romania, 23-24 iunie 2017