



**UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” din BUCUREȘTI**

**ȘCOALA DOCTORALĂ TRANSPORTURI**

## **TEZĂ DE DOCTORAT**

**STUDIUL INTERACȚIUNII OSIE-CALE DE RULARE  
LA VEHICULELE FERROVIARE DE TRACȚIUNE**

Conducător științific  
**Prof. dr. ing. Traian MAZILU**

Doctorand  
**As. ing. Marius-Alin Gheți**

### **COMISIA DE DOCTORAT**

**Președinte:** Prof. dr. ing. Mihaela POPA  
*Universitatea POLITEHNICA din București*

**Conducător de doctorat:** Prof. dr. ing. Traian MAZILU  
*Universitatea POLITEHNICA din București*

**Membrii:** 1. Conf. dr. ing. Marius-Adrian SPIROIU  
*Universitatea POLITEHNICA din București*  
2. Prof. dr. ing. George STOICESCU  
*Universitatea Tehnică de Construcții din București*  
3. Prof. dr. ing. Dinel POPA  
*Universitatea din Pitești*

**BUCUREȘTI  
2022**

**Acknowledgement:** *Această lucrare a fost finanțată de Fondul Social European din Programul Operațional Sectorial Capital Uman 2014-2020, prin Acordul financiar cu titlul „Burse pentru educația antreprenorială în rândul doctoranzilor și cercetătorilor postdoctorat (Be Antreprenor!)”, Contract nr. 51680 / 09.07.2019 - Cod SMIS: 124539.*

# Cuprins

<b>1. Introducere.....</b>	<b>1</b>
1.1. Importanța studierii interacțiunii dintre osiile motoare și calea de rulare.....	1
1.2. Obiectivele științifice ale tezei.....	3
1.3. Prezentarea generală a tezei.....	3
1.4. Lucrări publicate.....	4
<b>2. Stadiul actual al cercetărilor privind interacțiunea dintre osiile motoare și calea de rulare.....</b>	<b>4</b>
<b>3. Vibrațiile osiei motoare.....</b>	<b>4</b>
3.1. Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de torsiune.....	5
3.2. Răspunsul în frecvență la torsiune al osiei motoare.....	6
3.3. Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de încovoiere.....	8
3.4. Răspunsul în frecvență la încovoiere al osiei motoare.....	10
<b>4. Studiul vibrațiilor verticale.....</b>	<b>11</b>
4.1. Modelul vibrațiilor vertical.....	12
4.2. Analiza regimului vibrațiilor verticale.....	14
<b>5. Studiul vibrațiilor longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare.....</b>	<b>17</b>
5.1. Modelul vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare.....	18
5.2. Cuplul motor.....	20
5.3. Forțele de frecare.....	20
5.4. Stabilitatea regimului staționar.....	21
5.5. Soluția ecuațiilor neliniare ale sistemului de antrenare al osiei motoare.....	21
5.6. Analiza vibrațiilor longitudinale.....	22
<b>6. Determinări experimentale.....</b>	<b>38</b>
6.1. Determinarea vibrațiilor de torsiune la osia motoare.....	39
6.2. Determinarea caracteristicii mecanice a motorului asincron trifazat.....	41
6.3. Măsurarea accelerațiilor verticale ale osiilor motoare la locomotiva electrică LE 5100 kW.....	43
<b>7. Concluzii, contribuții originale și direcții viitoare de cercetare.....</b>	<b>46</b>
7.1. Concluzii.....	46
7.2. Contribuții originale.....	51
7.3. Direcții viitoare de cercetare.....	53
<b>Bibliografie selectivă.....</b>	<b>53</b>

# 1. Introducere

## 1.1 Importanța studierii interacțiunii dintre osiile motoare și calea de rulare

În zilele noastre transportul feroviar reprezintă unul dintre cele mai importante mijloace de transport, atât pentru mărfuri, cât și pentru transportul de călători.

Vehiculele feroviare și calea de rulare reprezintă componentele esențiale ale transportului feroviar. Cele două subsisteme, denumite generic vehiculul și calea de rulare interacționează prin intermediul contactului ce se realizează între roți și șine, iar această interacțiune reprezintă elementul distinctiv ce deosebește transportul feroviar de orice alte mijloace de transport terestre.

De cele mai multe ori, cele două subsisteme sunt tratate separat ca sisteme de sine stătătoare, iar justificarea acestei tratări rezidă în faptul că vibrațiile vehiculului pot fi considerate ca fiind decuplate de cele ale căii de rulare întrucât frecvențele proprii ale cutiei pe suspensia vehiculului sunt cuprinse în intervalul 0,5 – 20 Hz, în timp ce frecvențele proprii ale căii de rulare se află situate la frecvențe mult mai mari. Plecând de la această abordare, s-au impus în literatura de specialitate o serie de direcții de cercetare dintre care se menționează: vibrațiile vehiculelor feroviare, stabilitatea rulării vehiculului feroviar, calitatea rulării, confortul la vibrații, dinamica vehiculului la traversarea curbilor etc., precum și cele care tratează problematica căii: dinamica și vibrațiile căii de rulare, propagarea prin sol a undelor elastice produse de circulația trenurilor, tasarea căii de rulare, fenomenele din zonele de tranziție cu variație de rigiditate a căii ș. a. m. d.

O serie de aspecte practice cum ar fi zgomotul de rulare, uzarea suprafețelor de rulare, șocurile dintre roți și șine etc. necesită o altă abordare pentru că fenomenele care le generează sunt rezultatul contribuției atât a aparatului de rulare al vehiculului, cât a căii de rulare, și în special a șinelor. Aceste fenomene au ca sursă vibrațiile cuplate ale osiilor și ale șinelor și de aceea tratarea acestora trebuie să plece de la studiul interacțiunii dintre osiile vehiculului și calea de rulare. În cele mai multe situații, se pot considera vibrațiile osiilor ca fiind decuplate între ele și chiar vibrațiile roților de la aceeași osie ca fiind de asemenea decuplate. Totodată, vibrațiile celor două șine ale căii sunt tratate ca vibrații independente. În aceste condiții, problema se reduce la studiul vibrației unei roți care rulează pe o șină și din acest motiv, domeniul de cercetare este cunoscut sub denumirea generică *vibrații roată-șină* sau *interacțiunea roată-șină*.

Vibrațiile roată-șină se dezvoltă în principal pe direcție verticală fiind excitate de neregularitățile suprafețelor de rulare și se manifestă la nivelul contactului dintre roată și șină sub forma unor sarcini dinamice care se transmit atât la suprastructura căii (șine, traverse, prisma de piatră spartă), cât și la aparatul de rulare al vehiculului. Dintre efectele vibrațiilor

roată-șină se enumeră: fisură, crăpături și chiar ruperi prin oboseala materialului la șine și roți, fisuri la traverse, migrarea componentelor de piatră spartă, tasarea căii etc.

Efecte de natură diferită apar atunci când sarcinile dinamice produse de vibrațiile roată-șină acționează în prezența alunecării roților pe șine. Forțele de frecare induse de aceste alunecări produc uzarea suprafețelor de rulare care îmbracă două forme: uzarea uniformă și uzarea ondulatorie.

În cazul osiilor motoare, transmiterea cuplului motor pe lanțul cinematic de la motor la osie induce vibrații de torsiune care se amplifică mai ales în situațiile în care se circulă la limita de aderență, iar vibrațiile de torsiune iau forma unor vibrații de stick-slip. Din punct de vedere constructiv, se preferă ca osiile motoare să fie prevăzute cu transmisie unilaterală (o singură coroană dințată montată pe osie) întrucât acest tip de transmisie permite un gabarit mărit pentru montarea motorului electric de tracțiune în comparație cu transmisia bilaterală (două coroane dințate montate pe osie). Adoptarea transmisiei unilaterale face ca osia motoare să fie asimetrică inerțial, ceea ce înlesnește amorsarea vibrațiilor torsionale. Mai mult, construcția asimetrică a osiei motoare modifică regimul vibrațiilor verticale al osiei pe calea de rulare în sensul că amplitudinea variației forțelor verticale de contact nu este aceeași pe ambele roți. În felul acesta, nu numai că variația forțelor verticale de contact reprezintă un factor de excitație de natură parametrică a vibrațiilor de torsiune ale osiilor motoare, dar prin distribuția neuniformă pe cele două roți, amplifică nivelul acestor vibrații.

Trebuie precizat faptul că la vehiculele motoare, vibrațiile torsionale ale osiei și sistemului de antrenare al acesteia, incluzând rotorul motorului, arborele elastic de transmitere și angrenajul reductor, sunt cuplate, prin intermediul forțelor de frecare roată-șină, cu vibrațiile de recul ale osiei care este legată de cadrul boghiului printr-un sistem de conducere elastică pentru a transmite forța de tracțiune. Aceste două tipuri de vibrații cuplate definesc vibrațiile longitudinale ale osiilor motoare.

Vibrațiile torsionale ale osiilor motoare afectează structura de rezistență a osiilor prin solicitările variabile la care acestea sunt expuse. În cazuri extreme, vibrațiile torsionale necontrolate care apar la limita de aderență sub formă de vibrații de stick-slip reprezintă una din cauzele care produc ruperi de osii motoare prin fenomenul de oboseală a materialului. Pe de altă parte, vibrațiile torsionale ale osiei motoare cuplate cu cele de recul, după cum s-a arătat mai sus, determină variații importante ale forței de tracțiune dezvoltată de osie cu consecințe negative asupra performanțelor de tracțiune ale locomotivelor. Nu în ultimul rând, vibrațiile longitudinale ale osiilor motoare contribuie la amorsarea și dezvoltarea uzurii ondulatorii în special a șinelor.

Direcția de cercetare privind interacțiunea dintre osia motoare și calea de rulare reprezintă o provocare științifică prin multitudinea de aspecte ce trebuie atent evaluate și incluse în modelare. În același timp, interacțiunea dintre osiile motoare și calea de rulare se constituie ca un câmp fertil de investigație prin faptul că mai buna cunoaștere a principalelor proprietăți ale regimului complex de vibrații al osiilor motoare poate conduce la identificarea căilor și apoi a mijloacelor prin care efectele negative ale acestor vibrații să fie limitate.

## 1.2 Obiectivele științifice ale tezei

Obiectivul științific principal al lucrării îl reprezintă studiul vibrațiilor longitudinale ale unei osii motoare cu transmisie unilaterală, acționată de un motor electric asincron cu rotorul în scurtcircuit în timpul circulației la limita de aderență pe o cale în aliniament și palier pentru a pune în evidență proprietățile de bază ale sistemului de antrenare al osiei în condițiile în care suprafețele de rulare sunt afectate de neregularități, iar motorul electric de tracțiune lucrează la parametri nominali. Această configurație în care motorul electric funcționează la parametri nominali, iar osia rulează la limita de aderență este foarte importantă întrucât stă la baza proiectării transmisiilor vehiculelor cu tracțiune electrică.

Se propune o abordare care se diferențiază de alte tratări prin: (a) investigarea vibrațiilor torsionale și de recul ale osiei motoare excitate parametric prin fluctuația forțelor de frecare de la periferia roților datorită variației forțelor normale de contact roată-șină, variație cauzată de interacțiunea verticală cu șinele căii în prezența neregularităților suprafețelor de rulare; (b) considerarea caracteristicii mecanice a motorului asincron în dinamica osiei.

Obiectivele specifice ale tezei sunt:

- elaborarea modelului vibrațiilor torsionale ale unei osii motoare cu transmisie unilaterală;
- modelarea vibrațiilor de încovoiere ale osiei motoare;
- modelarea căii de rulare în vederea studierii vibrațiilor verticale ale osiei motoare pe cale;
- elaborarea modelului de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea de rulare în prezența neregularităților suprafețelor de rulare;
- obținerea forțelor verticale de contact roată-șină ca funcții aleatoare de timp;
- elaborarea modelului vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare, incluzând sistemului de antrenare și sistemul de conducere elastică al acesteia;
- analiza stabilității liniare a regimului staționar, echivalentul poziției de echilibru al sistemului de antrenare al osiei motoare și sistemului de conducere elastică;
- analiza neliniară a sistemului de antrenare a osiei motoare și a sistemului de conducere;
- analiza vibrațiilor longitudinale excitate parametric de variațiile forțelor verticale de contact dintre roți și șine;
- validarea pe cale experimentală rezultatele numerice obținute.

## 1.3 Prezentarea generală a tezei

Lucrarea este structurată pe 7 capitole, bibliografie și 3 anexe acoperind peste 270 pagini, iar în această secțiune sunt prezentate pe scurt conținutul fiecărui capitol.

## **1.4 Lucrări publicate**

Pe parcursul studiilor doctorale au fost publicate un număr de 28 de lucrări: un articol indexat Web of Science (WOS) zona roșie; 3 articole indexate Web of Science (WOS); 4 articole indexate SCOPUS; un articol indexat în alte baze de date internaționale; 9 articole susținute în cadrul unor conferințe naționale.

## **2. Stadiul actual al cercetărilor privind interacțiunea dintre osiile motoare și calea de rulare**

În acest capitol se face o trecere în revistă a cercetărilor realizate în ariile de interes ale subiectului tezei. Sunt evidențiate principalele modele de studiu ale vibrațiilor osiilor, precum și cele mai importante modele pentru studiul vibrațiilor căii de rulare, punctându-se avantajele și limitările specifice fiecărui model în parte. Sunt prezentate cele mai importante teorii și rezultate pentru modelarea contactului dintre roată și șină împreună cu o serie de metode de calcul a coeficientului de frecare roată-șină. De asemenea, sunt menționate studiile relevante care abordează interacțiunea dintre vehicul și cale de rulare. Capitolul se încheie cu prezentarea succintă a principalelor tipuri de motoare electrice utilizate în tracțiunea feroviară.

## **3. Vibrațiile osiei motoare**

Pentru studiul interacțiunii dintre o osie motoare și calea de rulare la circulația în aliniament și palier, sunt importante vibrațiile de torsiune și cele de încovoiere ale osiei. Vibrațiile de torsiune sunt generate în principal de componentele armonice ale cuplului motor, în timp ce vibrațiile de încovoiere sunt excitate preponderent de neregularitățile geometrice de la nivelul contactului roată-șină. Aceste neregularități sunt abaterile de nivelment ale căii și rugozitățile suprafețelor de rulare. Abaterile de nivelment conduc la vibrații de joasă frecvență, în timp ce rugozitățile suprafețelor de rulare stau la originea vibrațiilor de înaltă frecvență.

La contactul dintre roți și șine, vibrațiile de torsiune ale osiei determină variații ale vitezelor de alunecare și ale forțelor de frecare. În acest mod, efectul vibrațiilor de torsiune se răsfrânge asupra forței de tracțiune care acționează în sistemul de conducere al osiei motoare.

Vibrațiile de încovoiere ale osiei motoare se dezvoltă în principal în plan vertical și sunt însoțite de variații ale forței normale de contact. Mărimea acestor forțe normale de contact depinde nu numai de amplitudinea neregularităților geometrice de la contactul dintre roți și șine, ci și de proprietățile dinamice ale osiei motoare și ale căii de rulare.

Dacă osia motoare este privită ca un sistem mecanic izolat, se constată că vibrațiile de torsiune sunt decuplate de cele de încovoiere. Circulația în condiții reale a osiei motoare pe calea de rulare conduce însă la apariția vibrațiilor de încovoiere ale acesteia și a variațiilor forței normale de contact roată-șină, datorită neregularităților geometrice, așa cum s-a arătat.

Coroborând aceste aspecte cu faptul că forța de frecare depinde de mărimea forței normale de contact, rezultă că vibrațiile de încovoiere ale osiei induc un anumit regim de vibrații de torsiune care influențează întregul sistem de acționare al osiei motoare.

În acest capitol sunt prezentate două modele, unul pentru studiul vibrațiilor de torsiune, iar celălalt, pentru studiul vibrațiilor de încovoiere ale osiei motoare. Aceste modele vor fi asamblate împreună cu sistemul de acționare al osiei și cu sistemul de conducere al acesteia pentru a forma ceea ce se poate denumi partea vehiculului din modelul de studiu al interacțiunii dintre osia motoare și calea de rulare, cealaltă parte fiind reprezentată de modelul căii de rulare.

Întrucât interesează domeniul frecvențelor joase și medii, ambele modele se bazează pe teoria mediului continuu elastic pentru a reprezenta dinamica osiei. Neglijând efectul rezonant al roților și al coroanei dințată a angrenajului de acționare a osiei (atacul de osie), efect care se manifestă la frecvențe înalte de peste 1500 Hz [140], roțile și coroana dințată a angrenajului sunt considerate corpuri rigide atașate de corpul osiei.

### 3.1. Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de torsiune

Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de torsiune ale osiei motoare (prezentat în figura 1) este alcătuit dintr-un arbore liber la capete de secțiune circulară constantă, care are atașate mase concentrate reprezentând cele două roți și coroana dințată.

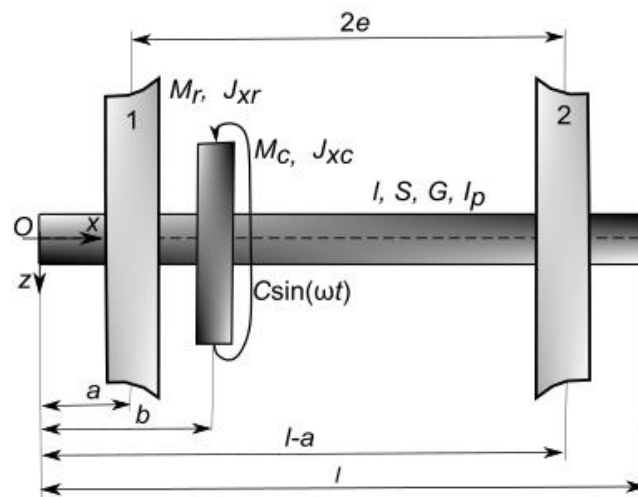


Fig. 1. Osia motoare – reprezentare schematică pentru studiul vibrațiilor de torsiune.

Arborele are lungimea  $l$ , masa pe unitatea de lungime egală cu  $m = \rho S$ , unde  $\rho$  este densitatea materialului, iar  $S$  reprezintă aria medie a secțiunii transversale a osiei, și rigiditatea la torsiune  $GI_p$ , în care  $G$  este modulul de elasticitate transversal, iar  $I_p$  este momentul de inerție polar al secțiunii medii transversale. Roțile au masa  $M_r$  și momentul de inerție axial  $J_{xr}$ , iar atacul de osie are masa  $M_c$  și momentul de inerție axial  $J_{xc}$ . Roțile sunt fixate la distanța  $a$  față de capetele osiei, iar atacul de osie este situat la distanța  $b$  față de capătul din stânga al osiei.



Distanța dintre cercurile nominale de rulare ale roților este  $2e$ . Asupra osiei acționează un moment variabil în timp,  $C(t)$ , aplicat coroanei dințate

Ecuția vibrațiilor de torsiune ale osiei motoare este

$$\rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - G I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + J_{xr} \frac{\partial^2 \theta(a,t)}{\partial t^2} \delta(x-a) + J_{xr} \frac{\partial^2 \theta(l-a,t)}{\partial t^2} \delta(x-l+a) + J_{xc} \frac{\partial^2 \theta(b,t)}{\partial t^2} \delta(x-b) = C(t) \delta(x-b). \quad (3.1)$$

Pentru rezolvarea acestei ecuații se aplică metoda analizei modale. Se iau în considerare modul de vibrație rigid împreună cu primele două moduri elastice de vibrație.

### 3.2. Răspunsul în frecvență la torsiune al osiei motoare

Se examinează răspunsul în frecvență al osiei motoare de la locomotiva electrică LEMA produsă de firma SOFTRONIC din Craiova.

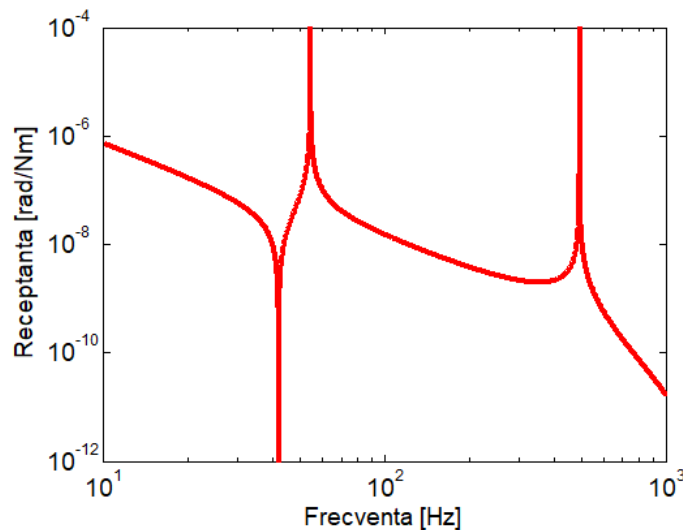
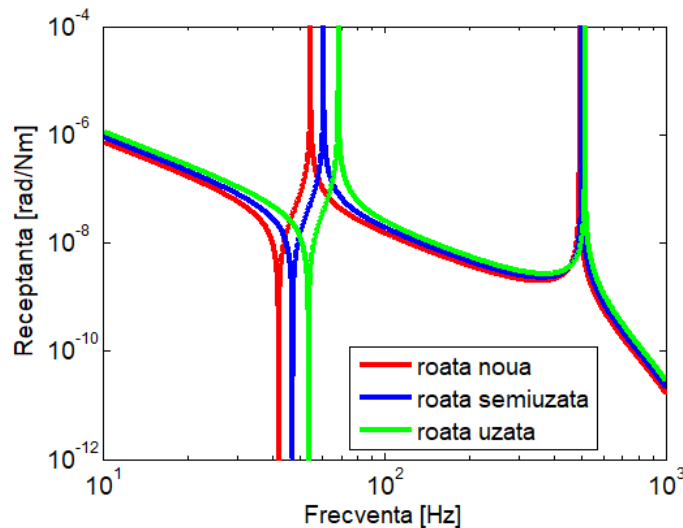


Fig. 2. Receptanța la torsiune a osiei motoare în dreptul roții 1.

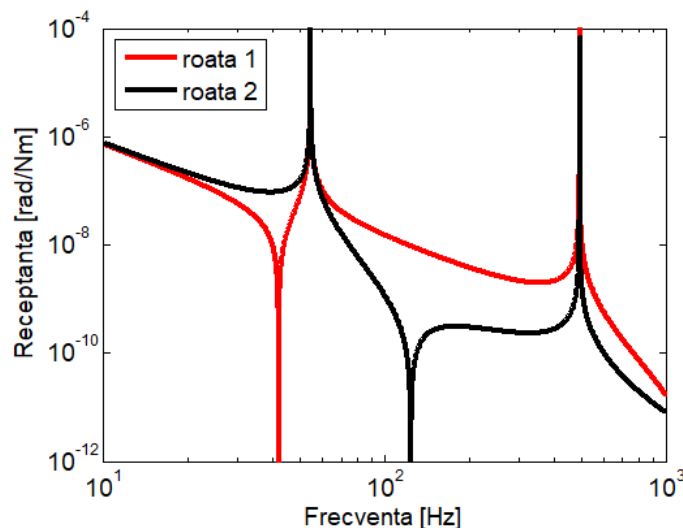
Cu valorile parametrilor modelului vibrațiilor de torsiune ale osiei motoare prezentate mai sus, s-au obținut, din rezolvarea ecuației caracteristice, următoarele frecvențe proprii ale osiei motoare: 54,5 Hz și 494,6 Hz. Din receptanța osiei motoare (v. fig. 2) calculată în dreptul primei roți, roata de lângă coroana dințată, pot fi identificate frecvențele de rezonanță la valorile corespunzătoare frecvențelor proprii calculate și poate fi identificat un regim antirezonant la 42,2 Hz. Existența regimului antirezonant se explică prin faptul că undele de torsiune se propagă din secțiunea în care acționează cuplul armonic de excitație în osia motoare sub formă de unde directe, iar aceste unde ajung la capetele osiei și apoi se întorc datorită reflexiei sub formă de

unde reflectate. Suprapunerea undelor directe și reflectate generează unde staționare de torsiune. Acestea sunt caracterizate prin existența unor ventre și noduri cu precizarea că nodurile sunt cele care generează regimul antirezonant. Se observă că la frecvență joasă receptanța la torsiune este monoton descrescătoare ceea ce arată faptul că regimul vibrațiilor de torsiune al osiei motoare este dominat de modul rigid de vibrație.



**Fig. 3. Influența stării de uzură a roții asupra receptanța la torsiune a osiei motoare în dreptul roții 1.**

În timpul exploatării locomotivei, roțile acesteia se uzează, diametrul se micșorează, iar masa roții devine mai mică și, pe cale de consecință, momentul de inerție axial se reduce. În figura 3 este prezentată receptanța la torsiune a roții 1 pentru trei valori ale diametrului: 1250 mm – roată nouă, 1210 mm – roată semiuzată și 1170 mm – roată la limita de uzură.



**Fig. 4. Receptanța la torsiune a osiei motoare în dreptul celor două roți.**

Pentru cele trei valori ale diametrului roții considerate în calcule, apar diferențe sesizabile în zona frecvențelor mici și medii. Astfel, în cazul roților în stare nouă, prima

frecvență de rezonanță este situată la 54,5 Hz, așa cum s-a arătat mai sus. Dacă roțile sunt semiuzate, atunci prima frecvență de rezonanță la torsiune a osiei motoare crește la 60,7 Hz, pentru ca la limita de uzură a roților, prima frecvență de rezonanță să ajungă la 68,5 Hz. Pe de altă parte, se observă că receptanța osiei motoare cu roți uzate este mai mare în domeniul modului rigid de vibrație. O tendință asemănătoare poate fi identificată și în cazul celui de-al doilea mod elastic de vibrație. Frecvențele acestui mod de torsiune sunt: 494,5 Hz pentru roți noi, 503,8 pentru roți semiuzate și 517,1 Hz dacă roțile sunt la limita de uzură.

Datorită asimetriei osiei motoare dată de faptul că poziția coroanei dințate este mai apropiată de una din roți (‘roata 1’), receptanțele la torsiune în dreptul celor două roți nu sunt identice (figura 4).

Astfel, se observă că în domeniul frecvențelor joase, mai mici decât prima frecvență de rezonanță, receptanța la torsiune la roata 2 (mai depărtată de coroana dințată) este mai mare decât receptanța roții 1, de lângă coroana dințată. Cu toate acestea, pe măsură ce frecvența scade, cele două receptanțe devin mai apropiate pentru că modul rigid de torsiune nu este dezechilibrat – roțile se mișcă la fel. Pe de altă parte, în domeniul frecvențelor medii și înalte, receptanța roții 1 este mai mare decât receptanța roții 2 pe aproape întregul domeniu de frecvență luat în considerare. Totodată, roata 2 prezintă un regim de antirezonanță la o frecvență mai mare decât cea observată la roata 1, respectiv la 124 Hz.

Modificarea poziției coroanei dințate are ca efect modificarea frecvențelor de rezonanță ale osiei montate. Astfel, dacă coroana dințată se apropie de mijlocul osiei, frecvența primului mod elastic de vibrație crește de la 54,6 Hz pentru  $b = l/4$ , la 55,8 Hz pentru  $b = 3l/8$  și ajunge la 56,3 Hz, dacă poziția coroanei este la mijlocul osiei. Frecvența celui de al doilea mod elastic de vibrație scade de la 545,6 Hz la 233,9 Hz și apoi la 190,8 Hz. În cazul poziționării atacului de osie la mijlocul acesteia, receptanțele sunt identice pe cele două roți și prezintă un singur vârf de rezonanță, la 191 Hz. Explicația constă în faptul că structura osiei motoare este asimetrică atât timp cât coroana dințată nu este montată la mijlocul osiei și, datorită acestui fapt, cuplul armonic aplicat excită atât modurile simetrice de torsiune, cât și pe cele antisimetrice.

### 3.3. Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de încovoiere

Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de încovoiere ale osiei motoare este alcătuit dintr-o grindă Euler-Bernoulli liberă la capete de secțiune circulară constantă, care are atașate corpuri rigide reprezentând cele două roți și atacul de osie (vezi figura 5).

Grinda are masa pe unitatea de lungime egală cu masa liniară a modelului osiei considerat pentru studiul vibrațiilor de torsiune,  $m = \rho S$ , unde  $\rho$  este densitatea materialului, iar  $S$  reprezintă aria secțiunii transversale a grinzii. Specific solicitării la încovoiere este rigiditatea la încovoiere  $EI_y$ , în care  $E$  este modulul de elasticitate longitudinal, iar  $I_y$  este momentul de inerție al secțiunii transversale în jurul axei de încovoiere. Roțile au masa concentrată  $M_r$  și momentul de inerție în jurul axei de încovoiere  $J_{ry}$ , iar atacul de osie are masa concentrată  $M_c$  și momentul de inerție corespunzător  $J_{cy}$ . Asemenea modelului mecanic pentru studiul vibrațiilor de torsiune, roțile sunt asamblate la distanța  $a$  față de capetele osiei, iar atacul de osie

este situat la distanța  $b$  față de capătul din stânga al osiei. Se reamintește că distanța dintre cercurile nominale de rulare ale roților este  $2e$ .

La adoptarea modelului mecanic al osiei s-au neglijat variațiile de diametru ale acestora întrucât aceste variații au valori relativ mici. Totodată s-a neglijat influența modurilor structurale de vibrație ale roților, ale căror frecvențe sunt mult mai mari decât frecvențele primelor două moduri de încovoiere ale osiei. Se consideră că asupra celor două roți acționează forțele verticale  $Q_1(t)$  și  $Q_2(t)$ .

Ecuția de mișcare a osiei motoare este:

$$\begin{aligned}
 EI_y \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + M_r \left[ \frac{\partial^2 w(a,t)}{\partial t^2} \delta(x-a) + \frac{\partial^2 w(l-a,t)}{\partial t^2} \delta(x-l+a) \right] + \\
 + M_c \frac{\partial^2 w(b,t)}{\partial t^2} \delta(x-b) - J_{yr} \left[ \frac{\partial^3 w(a,t)}{\partial x \partial t^2} \delta'(x-a) + \frac{\partial^3 w(l-a,t)}{\partial x \partial t^2} \delta'(x-l+a) \right] - \\
 - J_{yc} \frac{\partial^3 w(b,t)}{\partial x \partial t^2} \delta'(x-b) = Q_1(t) \delta(x-a) + Q_2(t) \delta(x-l+a).
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

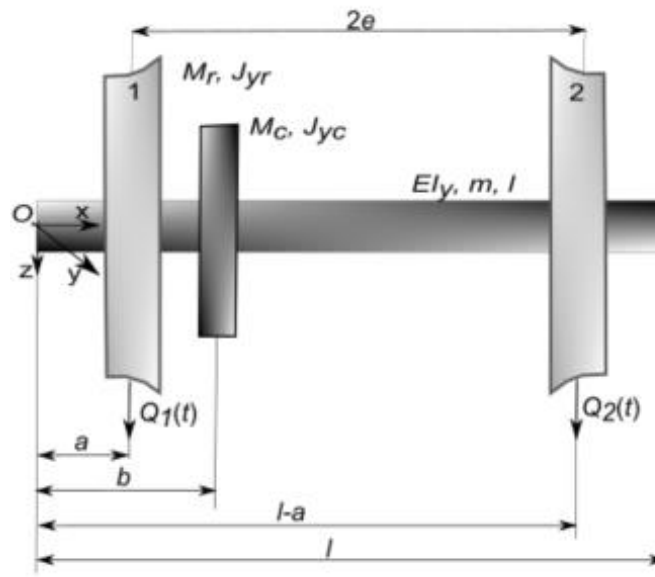


Fig. 5. Modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor de încovoiere.

În continuare se aplică metoda analizei modale. Pentru studiu, se i-au în considerare primele două moduri rigide de vibrație și primele două moduri elastice de vibrație. Primul mod rigid împreună cu primul mod elastic de vibrație sunt moduri simetrice, iar cel de-al doilea mod rigid de vibrație împreună cu al doilea mod elastic de vibrație sunt moduri asimetrice de vibrație.

### 3.4. Răspunsul în frecvență la încovoiere al osiei motoare

În această secțiune sunt analizate diagramele de receptanță obținute pentru osia motoare a locomotivei LEMA. Rezolvând ecuația caracteristică, se obțin următoarele frecvențe proprii la încovoiere ale osiei motoare: 80,3 Hz și 213,1 Hz.

În ambele moduri de excitație, pe diagrama receptanței (figura 6) apar cele două frecvențe de rezonanță care corespund modurilor elastice de încovoiere, primul mod este simetric și are frecvența de rezonanță la 80,3 Hz, iar al doilea mod este antisimetric cu frecvența de rezonanță la 213,1 Hz, iar receptanța în dreptul roții 2 este mai mare decât cea calculată în dreptul roții 1 pentru că centrul de masă al osiei motoare este mai apropiat de roata 1.

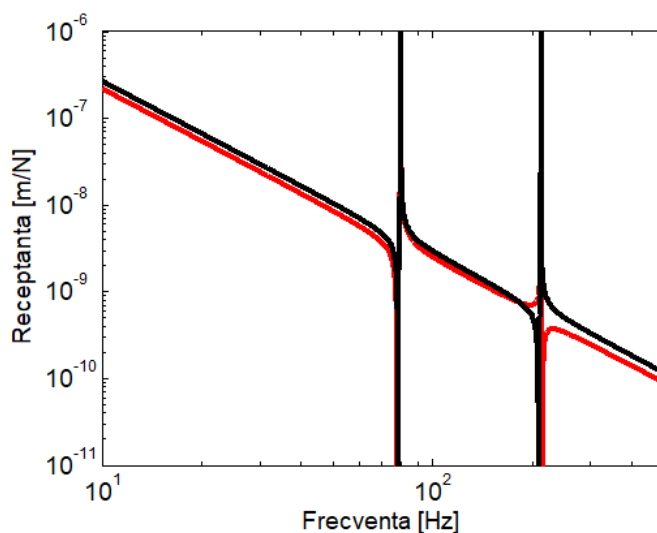


Fig. 6. Receptanța la încovoiere în dreptul roților – excitație simetrică.

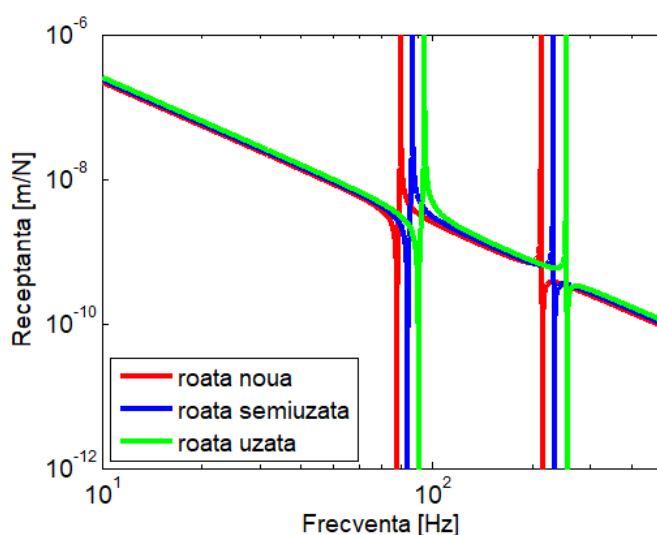


Fig. 7. Receptanța la încovoiere în dreptul roților pentru diferite grade de uzură – excitație simetrică.

Spre deosebire de vibrația de torsiune a osiei motoare, unde cele două receptanțe se apropie una de alta la frecvențe joase pentru că modul rigid de torsiune nu este dezechilibrat, așa cum sunt modurile elastice de torsiune, în cazul încovoierii osiei motoare se constată că și

la frecvențe joase există o diferențiere între receptanțele calculate pentru cele două roți. Explicația rezidă în faptul că încovoierea osiei are două moduri rigide de vibrație, săltarea și ruliul, iar datorită asimetriei inerțiale acestea sunt excitate împreună indiferent dacă excitația este simetrică sau antisimetrică.

Pe măsură ce diametrul roților se reduce, receptanța la încovoiere în dreptul roții crește pentru că inerția osiei motoare în ansamblul său este mai mică ca urmare a pierderii de masă (v. fig. 7). În consecință, frecvențele de rezonanță ale modurilor elastice de încovoiere ale osiei motoare se regăsesc la valori mai mari. Astfel, dacă pentru roți în stare nouă, frecvențele de rezonanță sunt la 80,3 Hz și 213,1 Hz, așa cum s-a precizat mai sus, aceste frecvențe ajung la 87,1 Hz și respectiv 231,8 Hz, dacă roțile sunt semiuzate și la 94,8 Hz și 253,6 Hz, când roțile sunt la limita de uzură.

Cât timp coroana dințată are o poziție excentrică în raport cu osia, sunt excitate atât modurile de vibrație simetrică, cât și cele de vibrație antisimetrică indiferent de modul de excitație aplicat la roțile osiei motoare. Când coroana dințată este montată la mijlocul osiei, modul de excitație simetric excită numai modul simetric de vibrație a cărui frecvență de rezonanță este la 76,58 Hz, iar modul de excitație antisimetric excită numai modul antisimetric de vibrație care are frecvența de rezonanță la 212,82 Hz. În consecință, regimul de vibrație al osiei motoare este mai redus dacă aceasta are o construcție simetrică.

## 4. Studiul vibrațiilor verticale

În acest capitol se studiază vibrațiile verticale ale osiei motoare la circulația cu viteză constantă pe o cale în aliniament și palier în prezența neregularităților suprafețelor de rulare.

Este prezentat modelul de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea de rulare, sunt scrise ecuațiile de mișcare în domeniul timp, iar apoi sunt deduse ecuațiile regimului armonic permanent și sunt calculate funcțiile de răspuns în frecvență.

Modelul mecanic al osiei este cel prezentat în capitolul anterior și cu ajutorul acestuia sunt luate în considerare modul rigid de vibrație al osiei, precum și primele două moduri elastice ale vibrației de încovoiere.

În ceea ce privește modelul căii de rulare, acesta se bazează pe modelul grinzii Euler-Bernoulli de lungime infinită rezemată pe o fundație continuă cu două etaje elastice. Grinda modelează șina, iar etajele elastice modelează proprietățile elastice și de amortizare ale plăcuțelor de șină și ale prisme de piatră spartă. Între cele două etaje elastice este inserat un strat de tip masă uniform distribuită, fără posibilitatea de a prelua eforturi de încovoiere și de forfecare, pentru a lua în calcul efectul inerțial al traverselor.

Este elaborată o metodă de obținere a spectrului de amplitudine al neregularităților suprafețelor de rulare plecând de la spectrul nivelului de rugozitate.

Cu ajutorul funcțiilor de răspuns în frecvență și a spectrului de amplitudine al neregularităților suprafețelor de rulare se obțin spectrele de amplitudine ale mărimilor de interes ale modelului de interacțiune verticală: deplasarea osiei în dreptul roților, deplasarea masei

suspendate deasupra roților, deplasările șinelor în secțiunea de contact și forțele verticale de contact.

Sunt analizate 4 scenarii în funcție de starea de uzură a roților și de elasticitatea plăcuțelor de șină și este pusă în evidență influența asimetriei inerțiale a osiei motoare asupra regimului de vibrație.

Plecând de la spectrul de amplitudine al forțelor verticale de contact este sintetizată evoluția acestora în domeniul timp cu ajutorul seriei Fourier, considerând fazele inițiale ale componentelor spectrale ca fiind funcții aleatoare cu distribuție uniformă în intervalul  $[-\pi \pi]$ .

Forțele verticale de contact dintre roți și șine, sub forma unor funcții pseudoaleatorii de timp, reprezintă factorul de excitație de natură parametrică al vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare care sunt analizate în capitolul 5.

## 4.1. Modelul vibrațiilor verticale

Figura 8 arată modelul mecanic pentru studiul vibrațiilor verticale ale osiei motoare la circulația cu viteză constantă pe o cale în aliniament și palier în prezența neregularităților suprafețelor de rulare ale șinelor.

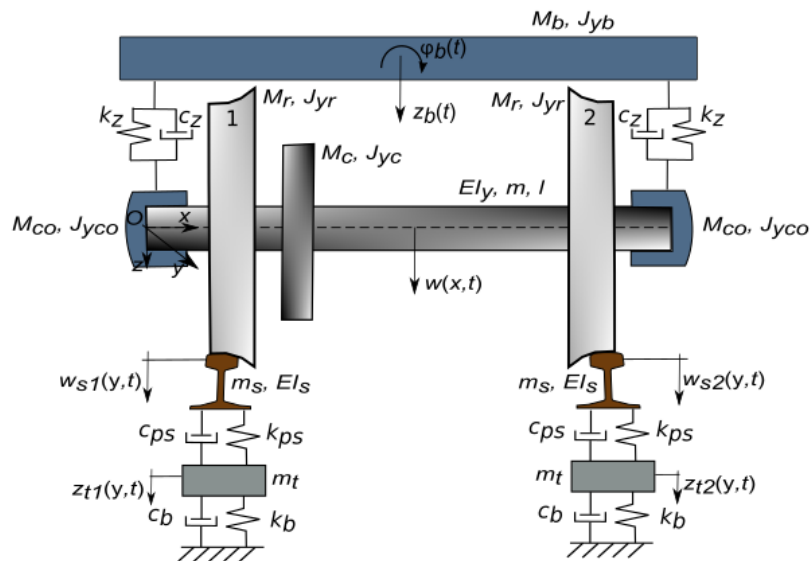


Fig. 8. Modelul vibrațiilor verticale ale osiei motoare și căii de rulare.

Modelul osiei motoare prezentat în capitolul anterior este completat cu masa suspendată a boghiului ce revine unei osii, elementele suspensiei primare și cutiile de osie pentru a evalua influența acestor componente ale aparatului de rulare asupra vibrațiilor verticale ale osiei motoare.

Modelul căii de rulare este reprezentat de două grinzi infinite de secțiune constantă rezemate fiecare pe o fundație continuă cu două etaje elastice și un strat de tip masă distribuită. Grinzile modelează cele două șine, iar etajele elastice ale fundațiilor continue introduc

proprietățile vâsco-elastice ale plăcuțelor de șină și ale prisme de balast, în timp ce stratul de tip masă distribuită modelează efectul inerțial al traverselor.

Se neglijează cuplajul mișcărilor șinelor prin intermediul traverselor datorită distanței apreciabile dintre cele două fire ale căii și efectului de amortizare introdus de prisma de balast. Totodată, este neglijată influența excitației parametrice care apare datorită faptului că traversele sunt montate la intervale regulate, ceea ce conduce la modificarea rigidității căii de-a lungul distanței dintre două traverse. Acest tip de excitație influențează cel mai mult răspunsul dinamic al șinei în domeniul frecvenței de rezonanță a primului mod de încovoiere a șinei pe traverse, care se produce în jurul valorii de 1000 Hz, în funcție de tipul de șină și de distanța la care sunt montate traversele.

Conform literaturii de specialitate, modelul utilizat în această lucrare se poate aplica pentru a simula fenomene cu frecvența de până la 6-700 Hz, acoperind astfel domeniul de frecvență specific fenomenelor de interacțiune dintre osia motoare și calea de rulare la limita de aderență.

Modelul osiei motoare constă dintr-o grindă uniformă pentru osie, la care sunt atașate 5 corpuri rigide care corespund roților, coroanei dințate și cutiilor de osie. Pe osie reazemă partea suspendată a boghiului aferentă osiei care este modelată printr-un corp rigid cu două grade de libertate, translație verticală – săltare și rotație în jurul axei longitudinale – rului. Masa suspendată este rezemată pe elementele suspensiei primare care este reprezentată de două sisteme de tip Kelvin-Voigt; de precizat faptul că un sistem Kelvin-Voigt este alcătuit dintr-un element elastic care lucrează în paralel cu un element de amortizare vâscoasă.

Modelul adoptat de cale se aplică împreună cu modelul deplasării neregularității suprafețelor de rulare prin care deplasarea roții este înlocuită cu deplasarea neregularităților suprafețelor de rulare, roata ocupând o poziție fixă în raport cu calea. Forța de interacțiune dintre roată și șină are suport fix, ceea ce simplifică calculul. Această tratare se justifică întrucât vitezele de circulație luate în calcul (cca. 70 km/h) sunt mult mai mici decât viteza de propagare a undelor elastice prin șină și de aceea nu afectează practic răspunsul dinamic al șinei.

Modelul matematic al vibrațiilor verticale ale osiei motoare și căii de rulare trebuie completat cu ecuația contactului dintre roți și șine care descrie legătura dintre forța de contact, deformația contactului și neregularitățile suprafețelor de rulare în dreptul contactului. Rigiditatea contactului este calculat prin liniarizarea relației contactului neliniar a lui Hertz.

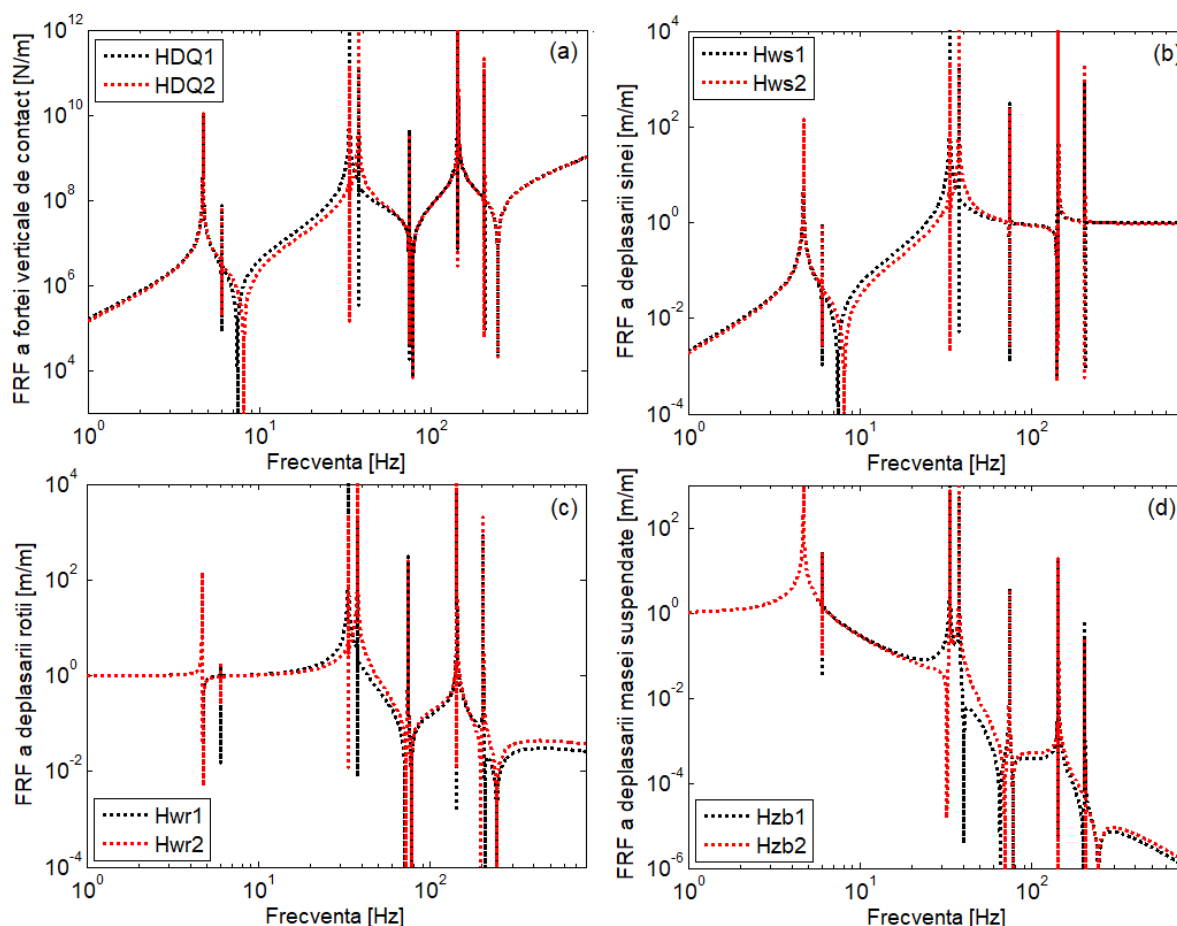
Plecând de la spectrul nivelului de rugozitate care, de regulă, este reprezentat pentru intervale de 1/3 octavă ale lungimii de undă, se poate sintetiza spectrul de amplitudine al rugozității pentru ca mai apoi să fie introdus în ecuațiile modelului. În ceea ce privește spectrul de fază al rugozității, acesta poate fi sintetizat pe baza unei serii de valori aleatorii cuprinse în intervalul  $[-\pi, \pi]$ . O dată sintetizate spectrele de amplitudine și de fază ale rugozității, aceste spectre sunt introduse sub formă de mărime complexă în ecuații pentru a obține spectrele mărimilor de interes, respectiv forțele verticale de contact, deplasarea osiei în orice secțiune a sa, deplasarea masei suspendate și deplasările șinelor în secțiunile de contact cu roțile.



## 4.2. Analiza regimului vibrațiilor verticale

În această secțiune este prezentată analiza regimului de vibrații verticale ale osiei motoare la circulația pe cale cu neregularități ale suprafețelor de rulare.

Funcțiile de răspuns în frecvență ale mărimilor de interes (model fără amortizare), deplasările roților și ale șinelor în secțiunile de contact, precum și forțele verticale de contact, sunt diferite de la o roată la alta datorită asimetriei osiei motoare (fig. 9).

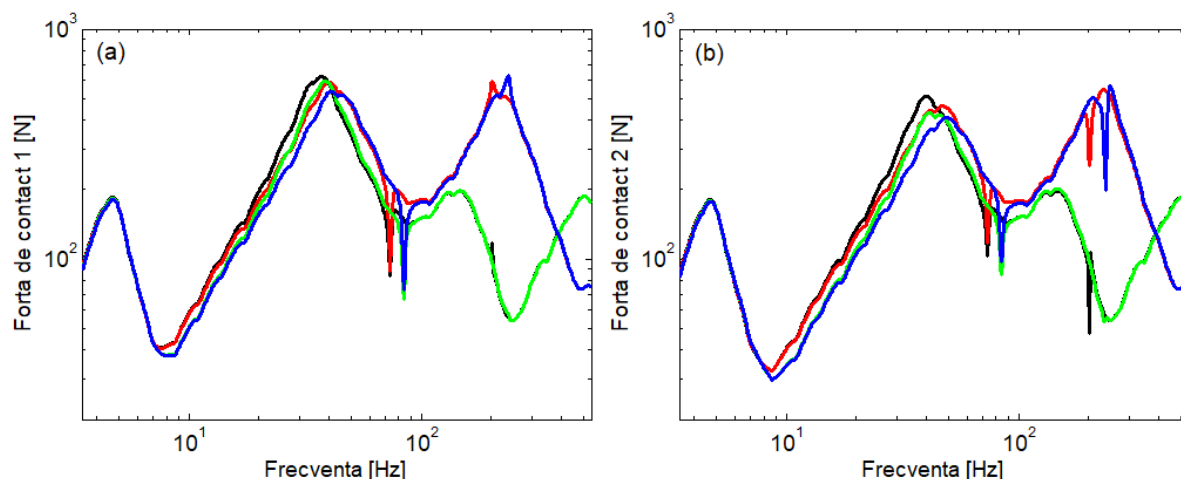


**Fig. 9. Funcțiile de răspuns în frecvență (fără amortizare): (a) forțele de contact; (b) deplasarea șinelor; (c) deplasarea osiei în dreptul roților; (d) deplasarea masei suspendate în dreptul roților.**

Amortizarea transformă rezonanțele în rezonanțe de amplitudine, iar dacă frecvențele de rezonanță sunt apropiate, atunci vârfurile rezonanțelor de amplitudine sunt contopite (ex. săltarea și ruliul masei suspendate pe suspensia primară sau săltare și ruliul osiei pe calea de rulare).

Efectul rugozităților asupra regimului de vibrație verticală al osiei motoare și al căii de rulare a fost studiat în corelație cu rigiditatea plăcuțelor de șină și cu starea de uzură a roților.

Pentru tema acestei lucrări, mărimea de interes cea mai importantă este forța verticală de contact și de aceea se face referire în continuare numai la aceasta.

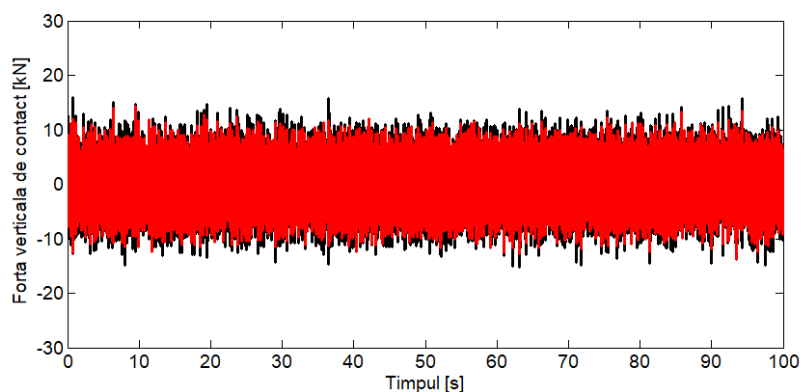


**Fig. 10. Spectrul forței de contact: (a) la roata 1; (b) la roata 2; —, roată nouă – plăcuță de șină elastică; —, roată nouă – plăcuță de șină rigidă; —, roată uzată – plăcuță de șină elastică; —, roată uzată – plăcuță de șină rigidă.**

Spectrul de amplitudine al forței verticale de contact (figura 10) prezintă maxime și minime locale după cum urmează. Maximele locale ale forței verticale de contact corespund săltării și ruliul masei suspendate a boghiului pe suspensia primară, modurilor rigide de vibrație a osiei pe calea de rulare și regimului antirezonaant al șinei, frecvența acestuia din urmă fiind influențată de rigiditatea plăcuțelor de șină. Minimele locale ale forței verticale de contact sunt în dreptul frecvențelor de rezonanță ale mișcărilor de săltare - ruliu ale masei suspendate care sunt cuplate cu cele ale osiei motoare și frecvențelor de rezonanță joasă și înaltă ale șinei.

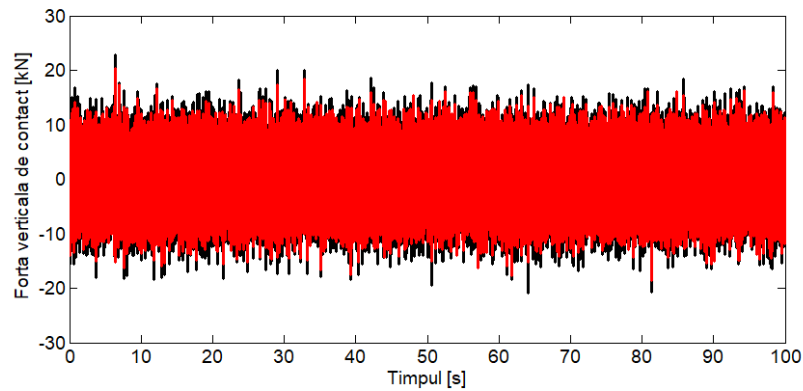
În domeniul frecvențelor joase, inferioare frecvenței de rezonanță a modurilor rigide de vibrație a osiei pe calea de rulare, forța verticală de contact este mai mare dacă în cale sunt montate plăcuțe de șină elastice. La frecvențe mai mari însă, situația se inversează în sensul că forța verticală de contact este mai mică în cazul plăcuțelor de șină elastice.

Starea de uzură a roților osiei motoare are o influență mai redusă asupra forțelor verticale de contact. Se poate menționa totuși faptul că la frecvențe inferioare frecvenței de rezonanță a modurilor rigide de vibrație a osiei pe cale, rularea cu roți noi este însoțită de forțe verticale de contact relativ mai mari.

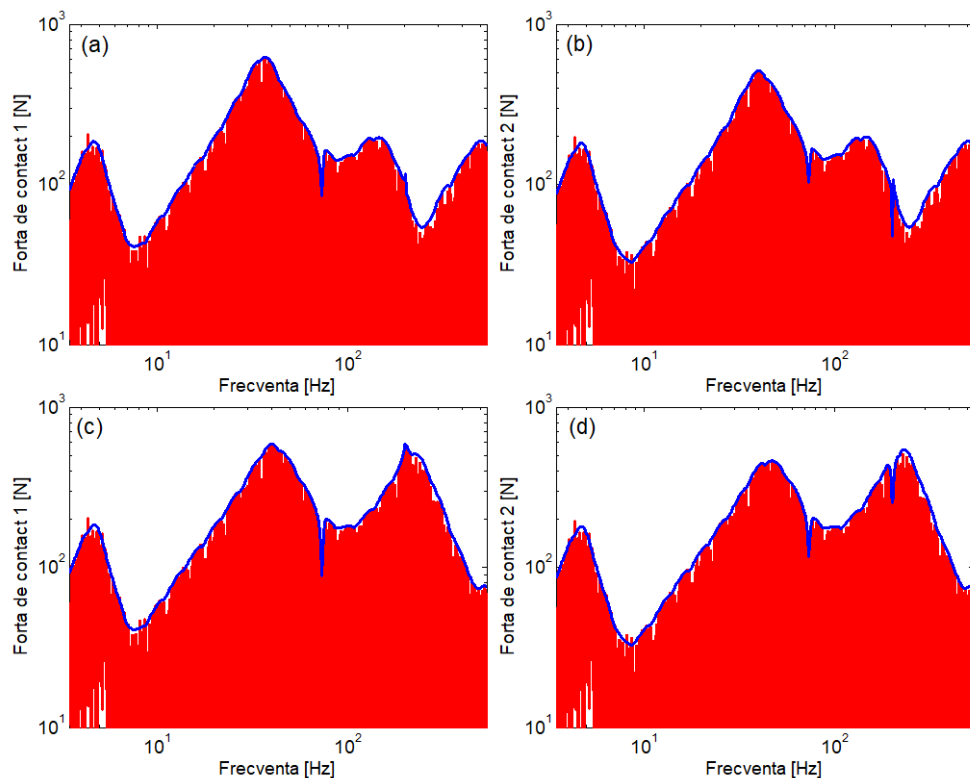


**Fig. 11. Sinteza forțelor verticale de contact: osie cu roți în stare nouă - cale cu plăcuțe de șină elastice: —, roata 1; —, roata 2.**

Pe baza componentelor spectrale ale forțelor verticale de contact se poate sintetiza variația în timp a acestora așa cum arată figurile 11 și 12 cu titlu de exemplu. Figura 11 prezintă variația în timp a forțelor verticale de contact pentru cazul în care osia motoare are roți în stare nouă și rulează pe o cale prevăzută cu plăcuțe de șină elastice, iar figura 12 prezintă forțele de contact pentru aceeași osie motoare, dar care se deplasează pe o cale cu plăcuțe de șină rigide.



**Fig. 12. Sinteza forțelor verticale de contact: osie cu roți în stare nouă - cale cu plăcuțe de șină rigide; —, roata 1; —, roata 2.**



**Fig. 13. Spectrele de amplitudine ale forțelor verticale de contact (roți în stare nouă): (a) roata 1 – plăcuțe elastice; (b) roata 2 – plăcuțe elastice; (c) roata 1 – plăcuțe rigide; (d) roata 2 – plăcuțe rigide; —, spectru calculat pe baza secvenței în timp; —, spectru rezultat din analiza în frecvență.**

Se observă diferențele dintre forțele verticale de contact care acționează pe cele două roți. În plus, amplitudinea forțelor verticale de contact este mai mare în cazul circulației pe o

cale cu plăcuțe de șină rigide, iar acest lucru este în conformitate cu rezultatele obținute din analiza spectrelor de amplitudine prezentate mai sus.

Figura 13 prezintă spectrele de amplitudine ale forțelor de contact obținute prin analiza Fourier a secvențelor de timp arătate în figurile 11 și 12. Spre verificare, sunt prezentate și spectrele de amplitudine ale forțelor verticale de contact obținute din analiza în frecvență (v. fig. 10). Se remarcă buna concordanță între rezultatele obținute prin cele două modalități de calcul.

## **5. Studiul vibrațiilor longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare**

În acest capitol este prezentat modelul vibrațiilor longitudinale care se dezvoltă în sistemul de antrenare al osiei motoare la circulația unei locomotive la limita de aderență și sunt analizate fenomenele specifice vibrațiilor de torsiune și de recul.

Modelul vibrațiilor longitudinale cuprinde osia motoare cu sistemul de conducere elastică și rotorul motorului electric de tracțiune, incluzând arborele de torsiune și angrenajul reductor prin care se transmite cuplul motor la roțile osiei. Osia motoare este antrenată de un motor asincron trifazat cu rotorul în scurt circuit care lucrează în regim staționar. Astfel, tensiunea de alimentare și frecvența acesteia sunt constante, iar cuplul aplicat rotorului depinde numai de alunecarea motorului conform caracteristicii mecanice a acestuia. Interacțiunea dintre osia motoare și calea de rulare se manifestă la nivelul contactului dintre roți și șine prin forțele verticale de contact care au fost calculate cu modelul prezentat în capitolul 4, și prin forțele de frecare de la periferia roților pentru care s-a adoptat modelul lui Polach.

Sunt deduse ecuațiile neliniare ale vibrațiilor de torsiune și de recul ale osiei motoare și sistemului de antrenare, care se manifestă ca perturbații în raport cu regimul staționar.

Este analizată stabilitatea regimului staționar al sistemului de antrenare al osiei motoare corespunzător regimului nominal de funcționare a motorului electric în conformitate cu caracteristica de tracțiune a locomotivei și în corelație cu variabilitatea coeficientului de frecare dintre roți și șine datorită stării suprafețelor de contact (suprafețe uscate/umed). Pentru aceasta, sunt deduse ecuațiile neliniare ale regimului staționar pentru a calcula valorile parametrilor de stare ai acestuia (poziția de echilibru). Apoi sunt deduse ecuațiile liniarizate care descriu micile perturbații în jurul regimului staționar pentru a identifica configurațiile stabile ale acestuia. Configurațiile stabile sunt identificate pe baza calculului valorilor proprii ale matricei ecuațiilor liniarizate rescrise sub formă de ecuații cu derivate ordinare de ordinul întâi. Se continuă cu analiza neliniară a stabilității pe baza diagramei de bifurcație Hopf.

Este studiat regimul vibrațiilor longitudinale induse de variația forțelor verticale de contact cauzată de prezența neregularităților pe suprafețele de rulare. Este pusă în evidență influența amortizării sistemului de ghidare și a cuplajului elastic dintre arborele de torsiune și angrenajul reductor asupra performanțelor de tracțiune ale osiei motoare.

## 5.1. Modelul vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare

În figura 14 este prezentată schița de ansamblu a modelului mecanic al osiei motoare și sistemului de acționare care rulează cu viteză constantă  $V$  pe o cale de rulare în aliniament și palier.

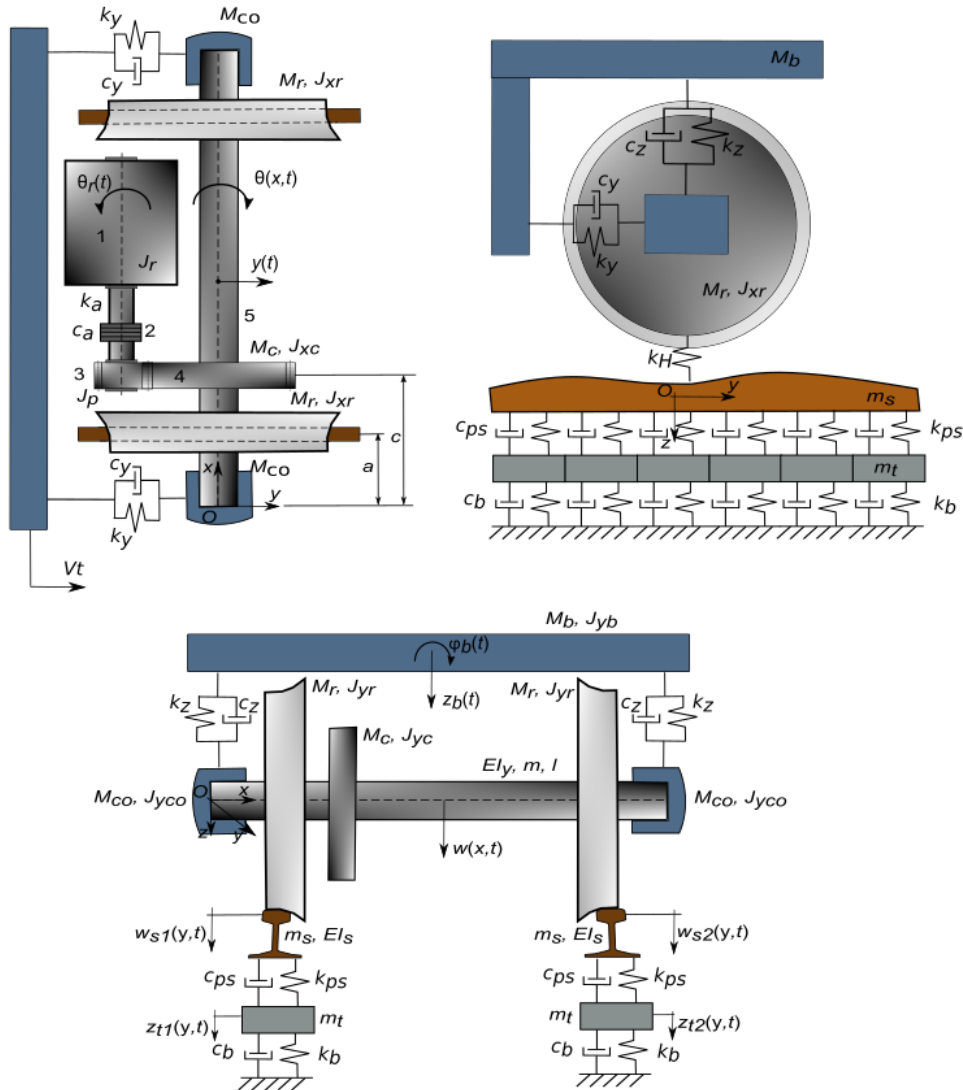


Fig. 14. Modelul mecanic al interacțiunii dintre osia motoare și calea de rulare.

Sistemul de acționare al osiei motoare este de tip unilateral și este alcătuit din rotorul (1) al motorului electric de tracțiune care, prin intermediul ansamblului arborelui elastic – cuplaj (2) și a reductorului format din pinionul (3) și coroana dințată (4), transmite cuplul motor  $M_m$  la osia motoare (5). Osia motoare, care are în componență osia, roțile, cutiile de osie și coroana dințată, este condusă elastic de o bază rigidă mobilă reprezentând șasiul boghiului și suportă partea ce-i revine din masa suspendată a acestuia prin intermediul suspensiei primare.

Calea de rulare este reprezentată de cele două șine, fiecare lucrând independent pe câte o fundație continuă cu două etaje elastice și cu strat inerțial intermediar.

Regimul de vibrații se manifestă atât sub formă de vibrații verticale, cât și sub formă de vibrații longitudinale. Vibrațiile verticale sunt induse de neregularitățile suprafețelor de rulare, în timp ce vibrațiile longitudinale sunt generate, pe de o parte, de variațiile cuplului motor, iar pe de altă parte, de variațiile forțelor verticale de contact. Cu alte cuvinte, vibrațiile verticale sunt independente de cele longitudinale, în timp ce acestea din urmă sunt condiționate de vibrațiile verticale.

Cu precizarea că regimul vibrațiilor verticale a fost tratat în capitolul 4 având între altele ca rezultat forțele verticale de contact sub formă de funcții de timp, în continuare este tratat numai regimul vibrațiilor longitudinale, respectiv vibrațiile de torsiune și de recul ale osiei motoare și sistemului de acționare.

Modelul osiei motoare pentru vibrațiile de torsiune este identic cu cel prezentat în capitolul 3. Conducerea elastică a osiei este modelată printr-un sistem Kelvin-Voigt. Rotorul, pinionul și coroana sunt modelate prin corpuri rigide în mișcare de rotație, iar arborele elastic este reprezentat de un arc torsional.

Parametrii asociați vibrațiilor de torsiune și de recul sunt: (a) osia motoare: lungimea osiei  $l$ , masa pe unitatea de lungime egală cu  $m = \rho S$ , unde  $\rho$  este densitatea materialului, iar  $S$  reprezintă aria medie a secțiunii transversale a osiei, rigiditatea la torsiune  $GI_p$ , în care  $G$  este modulul de elasticitate transversal, iar  $I_p$  este momentul de inerție polar al secțiunii medii transversale, momentul de inerție axial al roții  $J_{xr}$ , momentul de inerție axial al coroanei dințate  $J_{xc}$ , distanța dintre roți și capetele osiei  $a$ , distanța dintre coroana dințată și capătul apropiat al osiei  $b$ , distanța dintre roți  $2e$ ; (b) sistemul de acționare: momentul de inerție al rotorului  $J_m$ , momentul de inerție al pinionului  $J_p$ , rigiditatea la torsiune a ansamblului arbore elastic – cuplaj  $k_a$  și constant de amortizare corespunzătoare  $c_a$ ; (c) sistemul de conducere al osiei: rigiditatea  $k_y$  și constanta de amortizare  $c_y$ .

Se adoptă următoarele ipoteze:

- a) În poziția de echilibru, forțele verticale de contact sunt egale pe cele două roți ale osiei motoare;
- b) Se neglijează influența circuitului electro-magnetic al motorului asupra cuplului motor – motorul lucrează numai după caracteristica mecanică a acestuia;
- c) Forțele de frecare sunt calculate conform relațiilor simplificate a lui Polach [110,111] bazate pe teoria lui Kalker [56,57]
- d) Se neglijează mișcarea de șerpuire a osiei motoare pentru că frecvența acesteia este mult mai mică decât frecvențele vibrațiilor longitudinale de torsiune și recul;
- e) Se neglijează efectul suspensiei secundare, iar influența cutiei este redusă la greutatea acesteia dintr-un motiv similar cu cel de mai sus;
- f) Vibrația de torsiune a osiei motoare este redusă la modul rigid de vibrație și la primele două moduri elastice;
- g) Se neglijează efectul forțelor induse de transmiterea cuplului motor asupra încărcării osiei motoare;
- h) Se consideră că sarcina pe osie nu este afectată de cabrajul locomotivei;
- i) Se neglijează pierderile din angrenajul de tracțiune.

În continuare sunt deduse ecuațiile neliniare de mișcare care descriu vibrațiile de torsiune ale sistemului de antrenare al osiei motoare și de vibrațiile de recul ale osiei motoare legată prin sistemul de conducere elastică de cadrul de boghiu. Acestea depind de cuplul motor aplicat rotorului și de forțele de frecare de la periferia roților care sunt calculate în următoarele două secțiuni.

## 5.2. Cuplul motor

În această secțiune este prezentat modul de calcul al cuplului motor în funcție de viteza unghiulară a rotorului motorului electric de tracțiune pentru a fi utilizat în modelul vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare. Relația dintre cuplul motor și viteza unghiulară a rotorului definește caracteristica mecanică a motorului electric de tracțiune. Se utilizează caracteristica mecanică a motorului asincron trifazat.

## 5.3. Forțele de frecare

Considerând că forța normală de contact este aproximativ egală cu forța verticală de contact pentru că unghiul de contact dintre roată și șină este un unghi mic, se pot calcula forțele de frecare care acționează pe cele două roți.

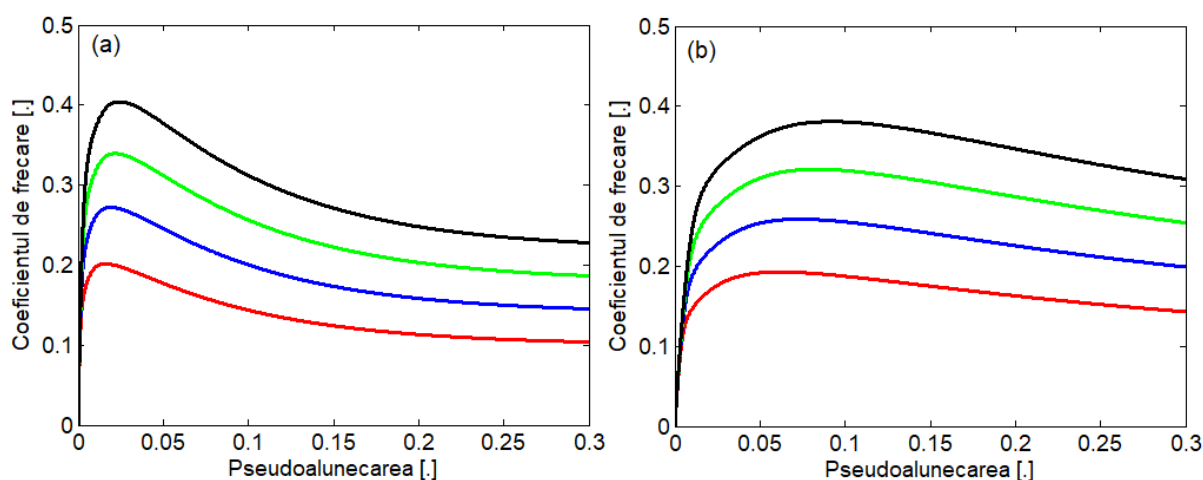


Fig. 15. Simularea variabilității coeficientului de frecare roată-șină: (a) suprafețe uscate; (b) suprafețe umede; —  $\mu_s = 0,25$ ; —  $\mu_s = 0,35$ ; —  $\mu_s = 0,45$ ; —  $\mu_s = 0,55$ ;  $\mu_s$  – coeficientul de frecare static.

Se aplică modelul lui Polach care este recomandat a fi utilizat în problemele de dinamica vehiculelor de tracțiune. Acest model prezintă avantajul că este simplu de aplicat și oferă o bună precizie de calcul. Totodată, modelul permite simularea variabilitatea coeficientului de frecare dintre roți și șine în funcție de starea suprafețelor de rulare (uscate/umede) (fig. 15).

## 5.4. Stabilitatea regimului staționar

Prima etapă a analizei vibrațiilor longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare are ca obiectiv calculul valorilor parametrilor regimului staționar și determinarea stabilității acestuia. Regimul staționar se definește ca fiind regimul în care mărimile de stare nu variază în timp cu excepția componentelor care definesc starea de referință. Sistemul de antrenare al osiei motoare este stabil dacă, în absența factorilor de excitație, vibrațiile longitudinale libere asociate unui anumit regim staționar descresc în timp. Dacă însă vibrațiile libere cresc, atunci sistemul este instabil.

Problema stabilității sistemului de antrenare al osiei motoare este foarte importantă pentru buna funcționare a locomotivei. Instabilitatea sistemului de antrenare al osiei motoare se manifestă sub forma vibrațiilor de stick-slip care induc variații ale forței de tracțiune și solicitări mari în tot lanțul de transmitere a cuplului motor, afectând astfel rezistența la oboseală a întregului sistem. Vibrațiile de stick-slip cauzează uzura suprafețelor de rulare ale roților și ale șinelor, precum și uzura angrenajului de tracțiune.

Din ecuațiile neliniare de mișcare se deduc ecuațiile regimului staționar care sunt ecuații algebrice neliniare care se pot rezolva prin aplicarea metodei Newton-Raphson. Se rescriu ecuațiile neliniare de mișcare astfel încât acestea să descrie mișcarea perturbată în jurul regimului staționar, iar apoi se trece la liniarizarea acestora.

Analiza liniară a stabilității se bazează pe calculul valorilor proprii ale matricei sistemului ecuațiilor de mișcare liniarizate rescrise sub formă de ecuații diferențiale de ordinul întâi. Valorile proprii ale matricei pot fi complex-conjugate sau reale pentru că termenii matricei sunt numere reale. Regimul staționar al sistemului de antrenare al osiei motoare este stabil dacă toate valorile proprii au partea reală negativă – sistemul este *asimptotic stabil*, iar amplitudinea mișcării în jurul poziției de echilibru descrește continuu. Dacă cel puțin o valoare proprie are partea reală pozitivă, atunci sistemul este *instabil*, iar amplitudinea mișcării crește exponențial în funcție de timp. La limită, când o pereche de valori proprii complex-conjugate nu au parte reală, sistemul este *simplu stabil*, amplitudinea oscilațiilor libere este constantă.

## 5.5. Soluția ecuațiilor neliniare ale sistemului de antrenare al osiei motoare

În această secțiune este prezentată metoda de rezolvare a ecuațiilor neliniare ale sistemului de antrenare al osiei motoare care descriu vibrațiile longitudinale asociate unui anumit regim staționar. De asemenea, sunt stabilite aspectele specifice vibrațiilor neliniare care sunt investigate în secțiunea rezervată analizei vibrațiilor longitudinale.

Sistemul de ecuații neliniare poate să aibă ca soluție poziția de echilibru obținută din ecuația de echilibru dintre cuplul motor la coroana dințată și cuplul forțelor de frecare. Această poziție de echilibru reprezintă *soluția staționară* a ecuațiilor de mișcare. Dacă soluția staționară nu este stabilă, atunci mișcarea sistemului de antrenare al osiei motoare ia forma unei mișcări



periodice. Cu alte cuvinte, ecuațiile de mișcare neliniare și omogene admit *soluții periodice* cunoscute sub numele de *cicluri limită*. Identificarea ciclurilor limită care se manifestă sub formă de vibrații de stick-slip este importantă pentru că, așa cum s-a arătat, acestea au efecte nefavorabile asupra performanțelor de tracțiune ale locomotivei și asupra rezistenței la oboseală a întregului sistem de tracțiune.

Un alt aspect interesant din punct de vedere teoretic și practic îl reprezintă studiul vibrațiilor longitudinale forțate ale sistemului de antrenare al osiei motoare sub acțiunea forțelor verticale de contact cauzate de interacțiunea verticală dintre osie și calea de rulare. Acest tip de excitație este de natură parametrică provenind din interacțiunea verticală dintre osia motoare și calea de rulare. Variația forțelor verticale conduce la variația forțelor de frecare care astfel induc un regim permanent de vibrație forțată. Pentru studierea acestui regim de vibrație, este nevoie ca forțele verticale de contact roată-șină, obținute pe baza modelului interacțiunii verticale osie motoare-cale de rulare prezentat în cap. 4, să fie introduse în ecuațiile forțelor de frecare.

## 5.6. Analiza vibrațiilor longitudinale

În această secțiune, pe baza modelului de interacțiune dintre osia motoare și calea de rulare prezentat în capitolele 4 și 5, sunt analizate rezultatele numerice privind vibrațiile longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare.

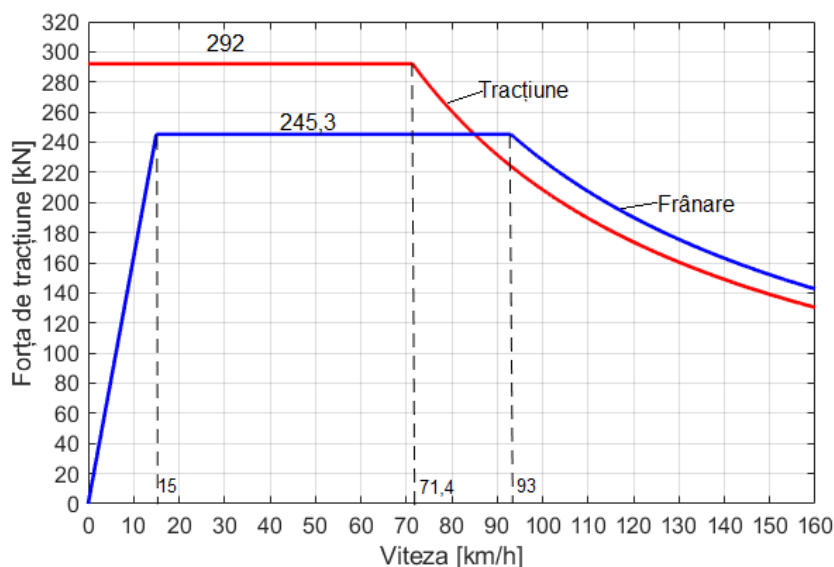


Fig. 16. Caracteristicile limită de tracțiune și frânare ale locomotivei LEMA.

Valorile aplicației numerice corespund locomotivei LEMA produsă de firma SOFTRONIC din Craiova, care este echipată cu motoare asincrone, a cărei caracteristică de tracțiune este dată în figura 16. Viteza limită este 71,4 km/h.

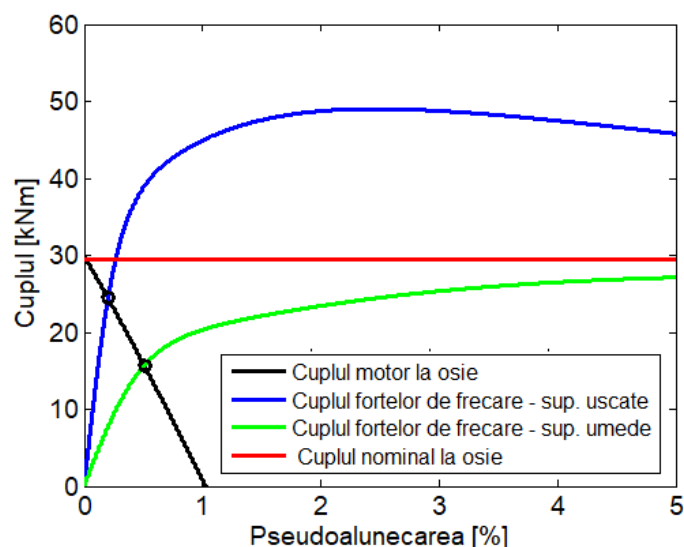


Fig. 17. Ilustrativă pentru determinarea regimului staționar la  $V = 71,4$  km/h.

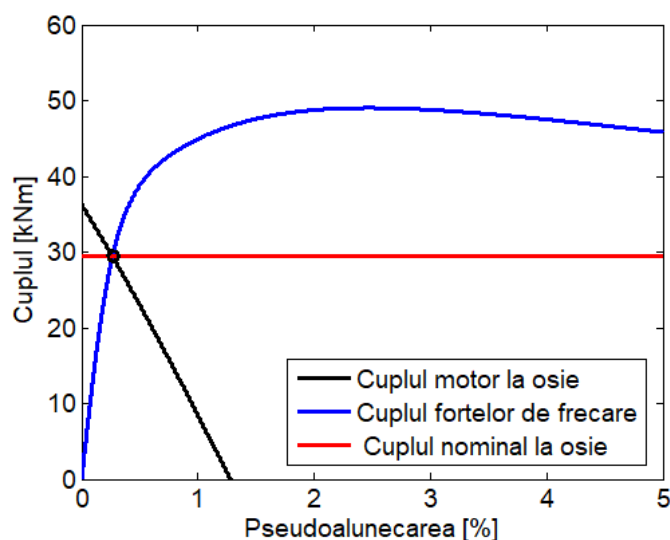


Fig. 18. Ilustrativă pentru determinarea regimului staționar la  $V = 71,224$  km/h – suprafețe de rulare uscate.

Figura 17 prezintă regimul staționar al osiei motoare la viteza nominală când se circulă pe suprafețe de rulare uscate/umede. Regimul staționar se stabilește în funcție de pseudoalunecare atunci când cuplul motor la osie este echilibrat de cuplul forțelor de frecare. Pe figură apare și valoarea nominală a cuplului motor la osie corespunzător caracteristicii limită de tracțiune (linie roșie). Se observă că nu este posibilă atingerea valorii nominale a cuplului motor indiferent de starea suprafețelor de rulare. Explicația rezidă în faptul că la calculul caracteristicii de tracțiune a locomotivei s-au considerat condițiile ideale privind mecanica osiilor motoare respectiv fără a se lua în calcul influența efectului pseudoalunecărilor asupra alunecării motorului. Pseudoalunecarea osiei motoare, fără de care osia nu poate să dezvolte forță de tracțiune, determină reducerea alunecării motorului, ceea ce explică de ce cuplul motor transmis la osie este mai mic decât cel obținut din caracteristica de tracțiune a locomotivei.

Pentru a compensa scăderea alunecării motorului datorită pseudoalunecării osiei, este nevoie să se micșoreze viteza de rotație a osiei adică să se reducă viteza de circulație. Spre exemplificare, figura 18 prezintă cuplul motor la osie și cuplul forțelor de frecare în cazul suprafețelor de rulare uscate în funcție de pseudoalunecarea osiei la viteza de 71,224 km/h care este mai mică decât valoarea nominală.

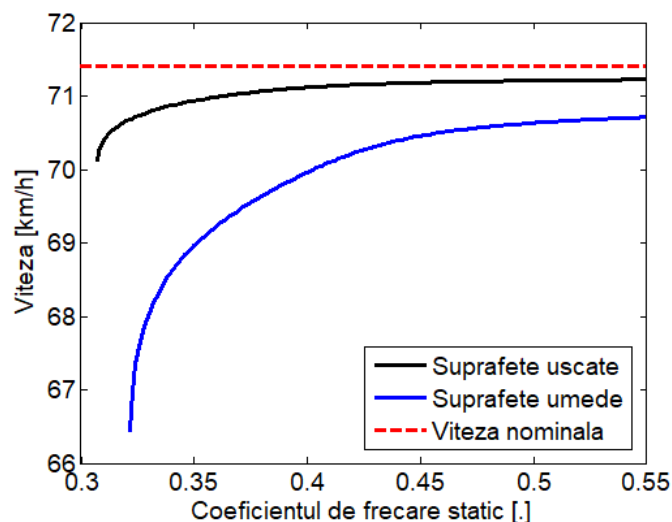


Fig. 19. Viteza de circulație la cuplu nominal.

Desigur că această deviere a vitezei regimului nominal în raport cu cea ideală (71,4 km/h) este nesemnificativă. Figura 19 arată însă ce se întâmplă în cazul în care coeficientul de frecare roată-șină ia valori în toată plaja indicată în figura 15. În figura menționată este reprezentată viteza de circulație la care cuplul dezvoltat de motor ia valoarea nominală în funcție de diferite valori ale coeficientului de frecare static roată-șină; se reamintește că variabilitatea coeficientului de frecare este obținută prin modificarea coeficientului de frecare static. Cuplul motor la osie ia valoarea nominală la viteze din ce în ce mai mici dacă coeficientul de frecare static roată-șină descrește și se ajunge astfel la limita de aderență. În cazul suprafețelor de rulare uscate, viteza la care se poate obține cuplul nominal la osie scade de la 71,224 km/h pentru valoarea maximă a coeficientului de frecare static roată-șină (se obține pentru  $\mu_s = 0,55$ ) la 70,091 km/h care corespunde limitei de aderență ( $\mu_s = 0,307$ ). Dacă suprafețele de rulare sunt umede, atunci reducerile de viteză sunt mult mai importante.

Osia motoare transformă cuplul motor în forță de tracțiune și mișcarea de rotație, în mișcare de translație. Forța de tracțiune apare ca urmare a frecării dintre roți și șine datorită efectului de pseudoalunecare a osiei pe cale și, din acest motiv, transformarea cuplului motor în forță de tracțiune se face pe seama pierderilor care se produc. Eficacitatea mecanică a osiei este reflectată de randamentul acesteia definit ca raport dintre puterea utilă și puterea consumată.

Pentru un anumit regim staționar, randamentul osiei motoare depinde exclusiv de pseudoalunecarea corespunzătoare acelu regim staționar în sensul că reducerea randamentului este egală cu creșterea pseudoalunecării. Cum mărimea pseudoalunecării depinde de starea suprafețelor de rulare, fiind mai mare dacă suprafețele de rulare sunt umede, rezultă că pentru

aceste condiții randamentul osiei motoare este afectat. Totodată, randamentul scade pe măsură ce se înrăutățesc condițiile de aderență respectiv osia se apropie de limita de aderență (fig. 20).

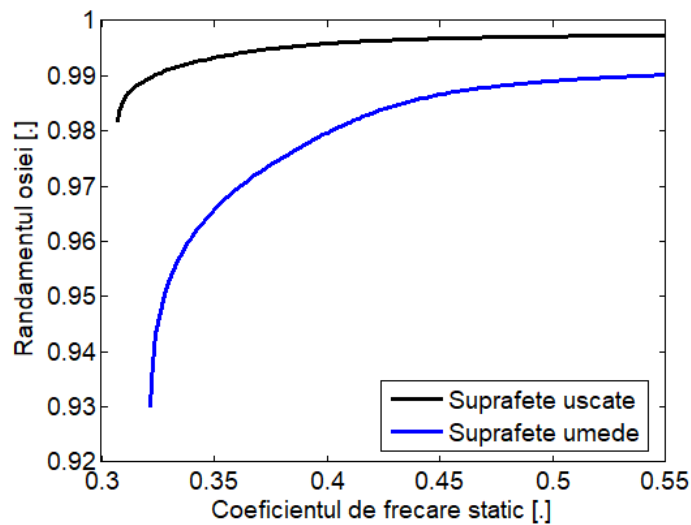


Fig. 20. Randamentul osiei.

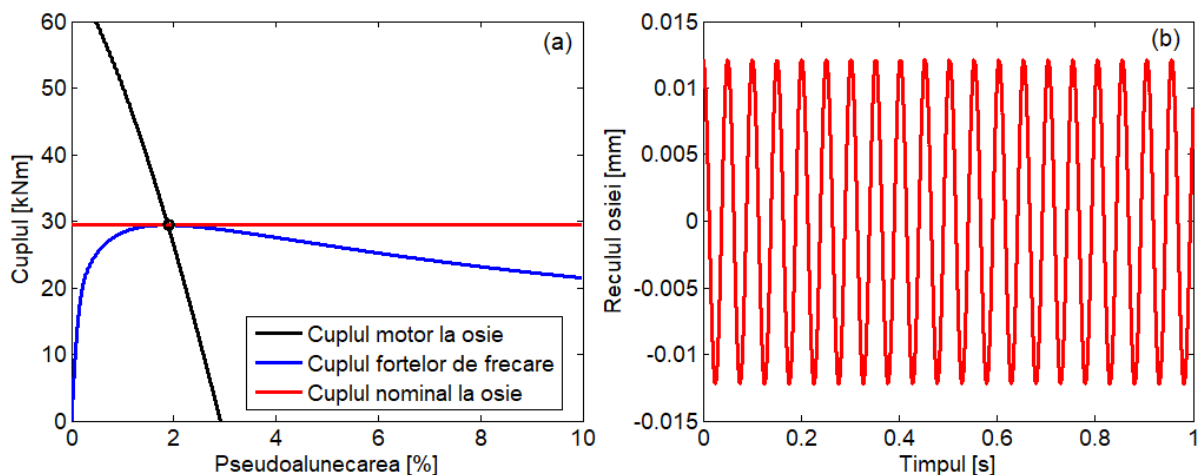


Fig. 21. Stabilitatea regimului staționar la limita de aderență la  $V = 70,10097$  km/h și  $\mu_s = 0,307365$  (suprafețe uscate): (a) regimul staționar; (b) reculul osiei.

Analiza liniară a stabilității arată că, neglijându-se amortizarea cuplajului elastic dintre arborele de torsiune și angrenajul reductor, precum și amortizarea sistemului de conducere al osiei, la limita de aderență, osia motoare se află la limita de stabilitate, indiferent dacă suprafețele de rulare sunt uscate (fig. 21) sau umede (fig. 22); regimul de la limita de aderență este simplu stabil. În aceleași condiții privind amortizarea, regimurile staționare aflate pe ramura ascendentă (stabilă) a curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare ( $v$ , fig. 23) sunt asimptotic stabile (fig. 24 pentru suprafețe uscate și fig. 25 pentru suprafețe umede), iar cele de pe ramura descendentă (instabilă) sunt instabile (fig. 26). Caracterul stabil/instabil al regimurilor staționare se explică prin contribuția componentei dinamice a forței de frecare

care poate introduce amortizare pozitivă sau negativă în funcție de ramura pe care se află regimul staționar (v. fig. 23).

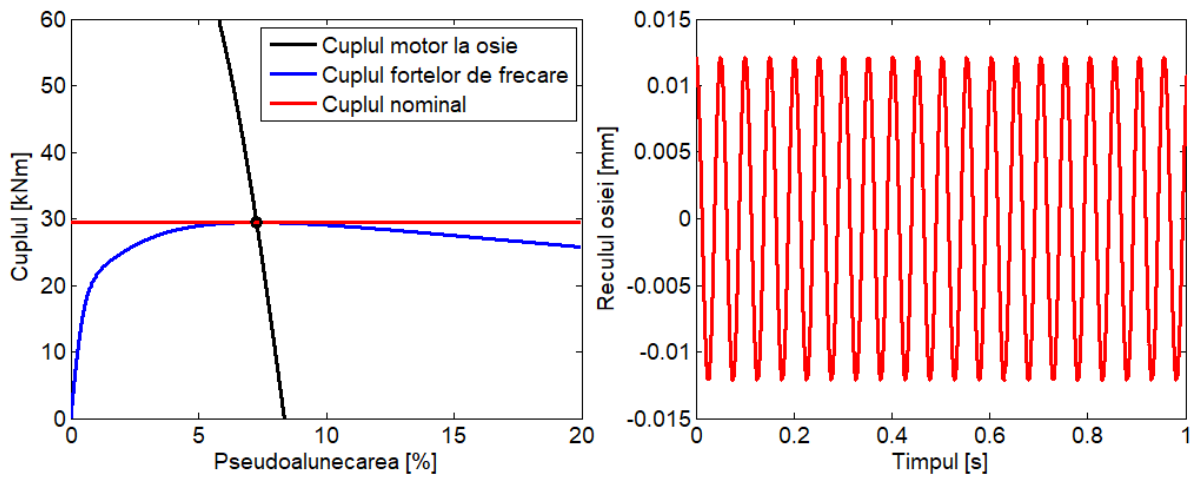


Fig. 22. Stabilitatea regimului staționar la limita de aderență la  $V = 66,56882$  km/h și  $\mu_s = 0,32173$  (suprafețe umede): (a) regimul staționar; (b) reculul osiei.

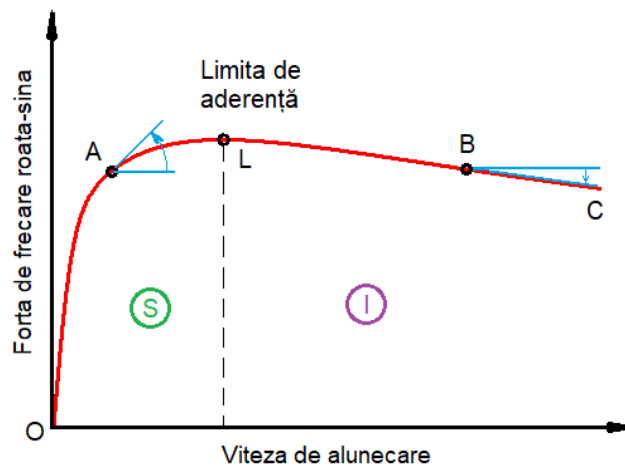


Fig. 23. Explicativă privind variația forței de frecare în funcție de viteza de alunecare roată-șină.

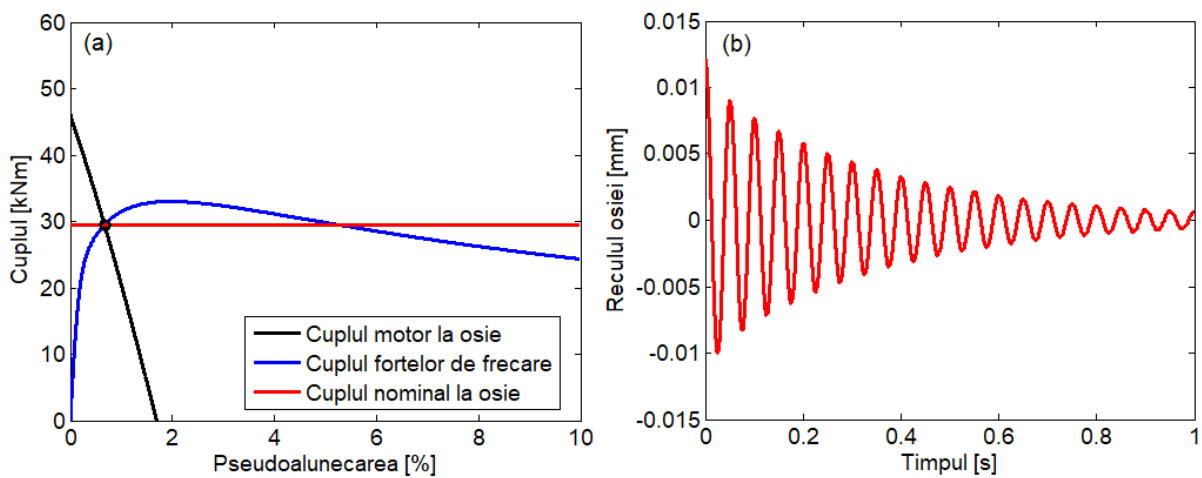


Fig. 24. Stabilitatea regimului staționar la  $V = 70,9328$  km/h și  $\mu_s = 0,35$  (pe suprafețe uscate): (a) regimul staționar; (b) reculul osiei.

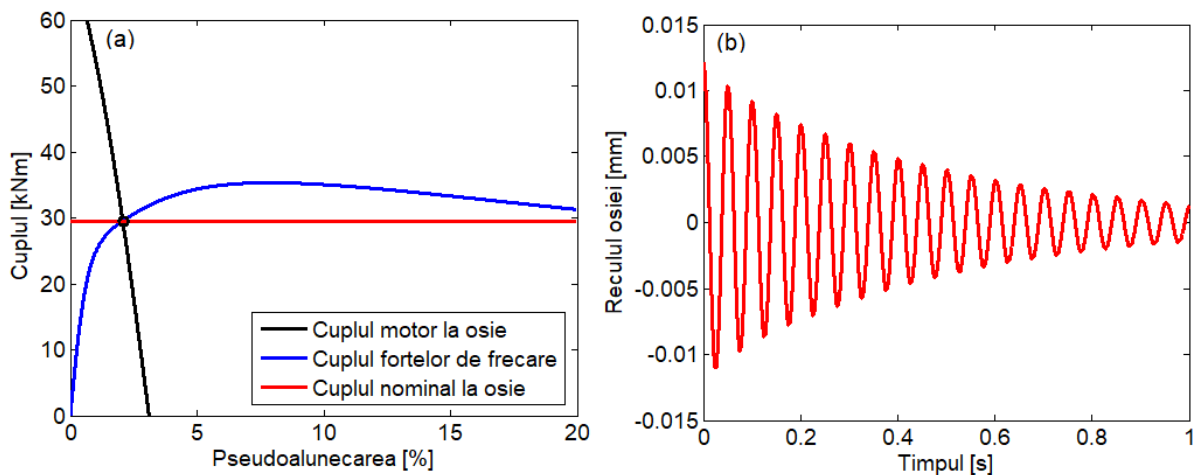


Fig. 25. Stabilitatea regimului staționar la  $V = 69,9613$  km/h și  $\mu_s = 0,40$  (suprafețe umede):  
 (a) regimul staționar; (b) reculul osiei.

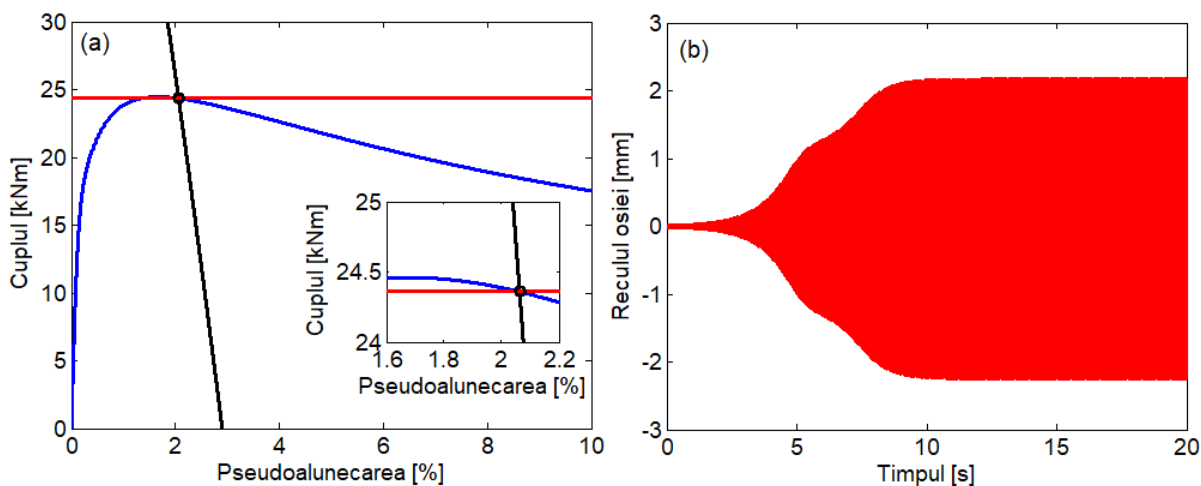


Fig. 26. Regimul staționar la depășirea limitei de aderență și ciclul limită la  $V = 70,10097$  km/h și  $\mu_s = 0,25$  (suprafețe uscate): (a) regimul staționar: —, cuplul motor la osie; —, cuplul forțelor de frecare; —, cuplul efectiv; (b) ciclul limită (recul inițial  $1\% \cdot y_0$ ).

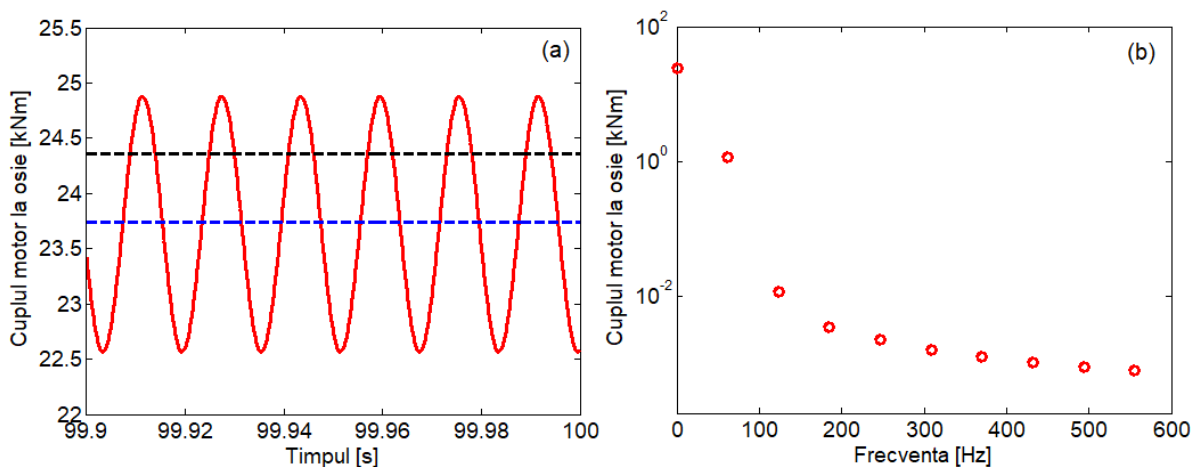
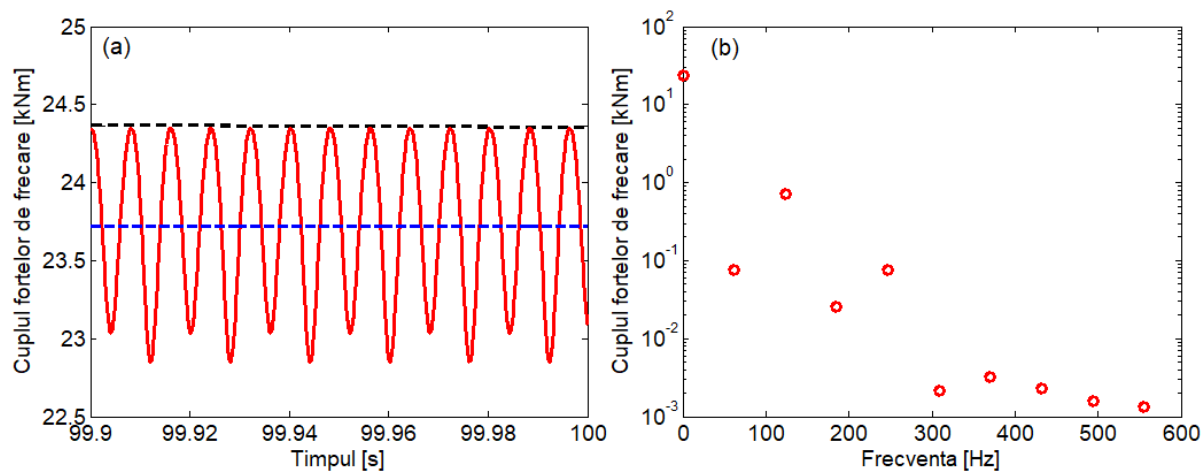


Fig. 27. Cuplul motor la osie – ciclul limită de torsiune: (a) variația în timp; (b) spectrul de amplitudine;  
 —, valoarea instantanee; —, valoarea medie; —, valoarea staționară.

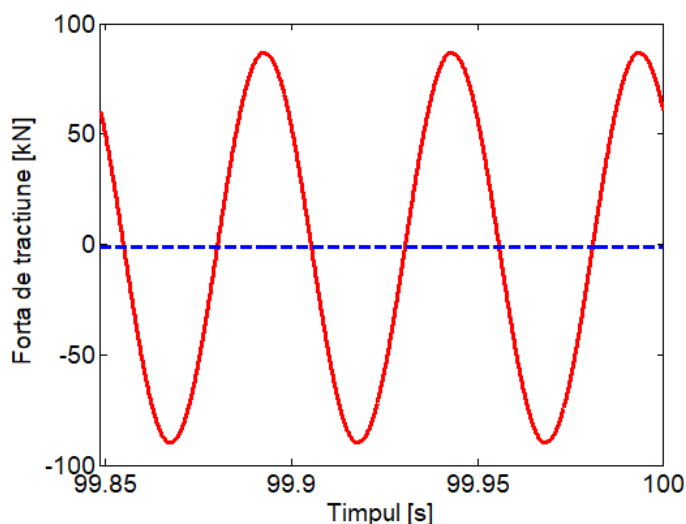
Analiza stabilității neliniare a regimurilor staționare instabile (aflate pe ramura instabilă) a arătat că, în absența oricărei amortizări, sunt posibile două cicluri limită stabile denumite cicluri limită de torsiune și de recul.



**Fig. 28. Cuplul forțelor de frecare – ciclul limită de torsiune: (a) variația în timp; (b) spectrul de amplitudine; —, valoare instantanee/amplitudine; — —, valoarea medie; — —, valoarea staționară.**

Ciclul limită de torsiune are frecvența apropiată de frecvența de rezonanță a primului mod elastic de torsiune al osiei motoare. Acesta se caracterizează prin faptul că este însoțit de componente armonice semnificative ale cuplului motor (fig. 27) și ale cuplului forțelor de frecare (fig. 28) care pot afecta rezistența mecanică a osiei.

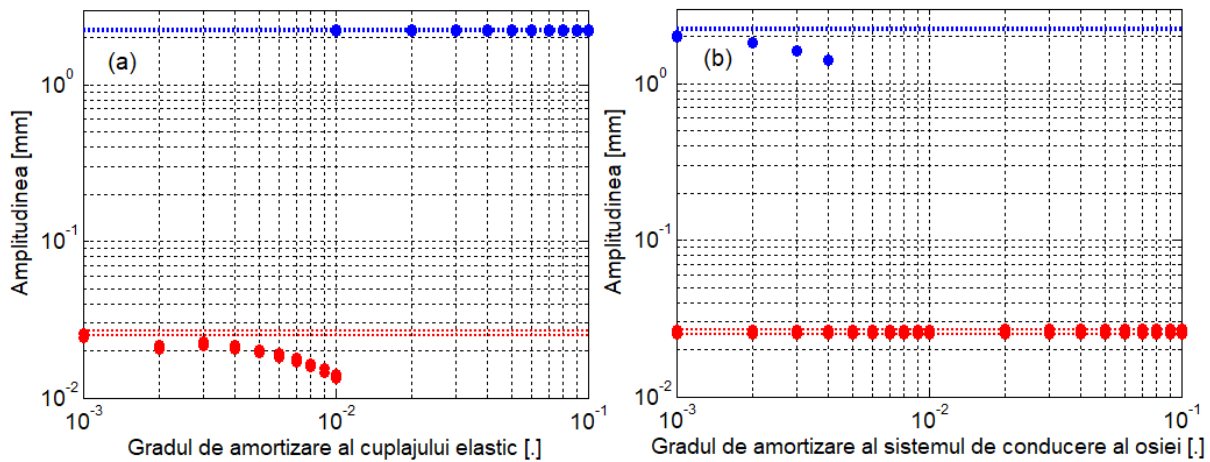
Ciclul limită de recul se dezvoltă practic la frecvența de rezonanță a mișcării de recul a osiei legată prin sistemul de conducere elastică de cadrul de boghiu și se manifestă prin oscilații foarte mari ale forței de tracțiune (fig. 29); sarcina statică pe roata este 100 kN.



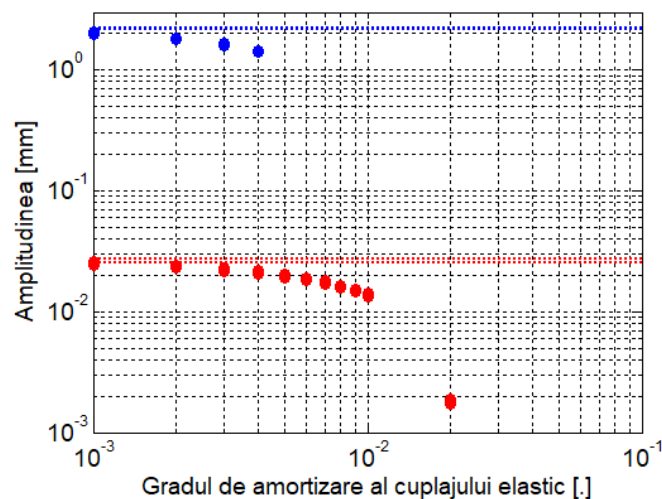
**Fig. 29. Variația forței de tracțiune - ciclul limită de recul; —, valoare instantanee; — —, valoarea medie.**

Existența ciclurilor limită se justifică prin faptul că se ajunge la un echilibru energetic dintre energia acumulată și cea disipată în timpul unei perioade de componenta dinamică a

forței de frecare care are efect de amortizare negativă sau pozitivă în funcție de ramura curbei forței de frecare pe care lucrează.



**Fig. 30. Bifurcația Hopf: (a) gradul de amortizare al cuplajului elastic; (b) gradul de amortizare al sistemului de conducere al osiei; ciclul limită de torsiune: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare; ciclul limită de recul: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare.**

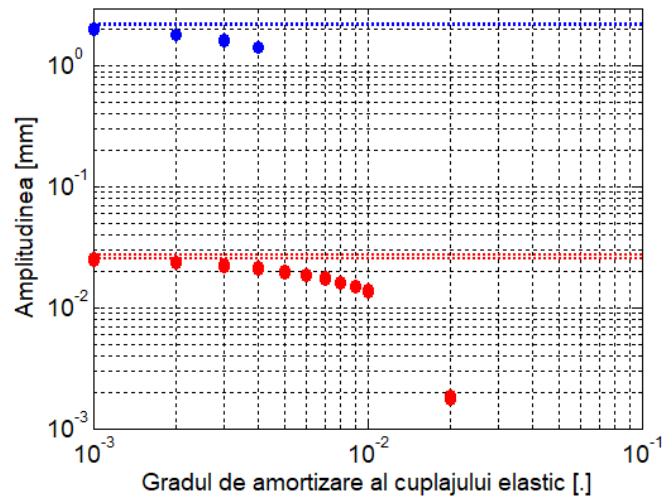


**Fig. 31. Bifurcația Hopf pentru gradele de amortizare egale; ciclul limită de torsiune: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare; ciclul limită de recul: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare.**

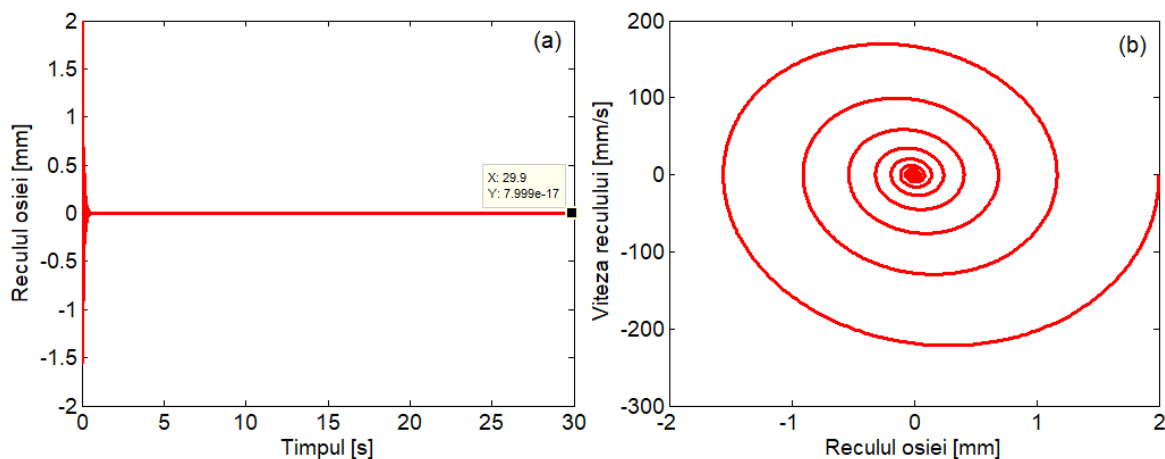
Amortizarea cuplajului elastic sau cea a sistemului de conducere al osiei limitează domeniile în care pot exista ciclurile limită așa cum arată diagramele de bifurcație Hopf din figura 30. În diagrama (a), este arătată configurația bifurcației în funcție de gradul de amortizare al cuplajului elastic, amortizarea sistemului de conducere al osiei fiind nulă, în timp ce în diagrama (b), este construită diagrama Hopf pentru mai multe valori ale gradului de amortizare al sistemului de conducere al osiei, neglijându-se amortizarea din cuplajul elastic. Pe cele două diagrame se regăsesc limitele ciclurilor limită calculate pentru sistemul neamortizat. Punctul de bifurcație al diagramei Hopf având ca parametru amortizarea cuplajului elastic corespunde valorii 0,01 în dreptul căreia evoluția sistemului de antrenare al osiei poate îmbrăca fie forma ciclului limită de recul, fie forma ciclului limită de torsiune (diagrama (a)). La valori mai mici ale gradului de amortizare a cuplajului elastic, nu se dezvoltă ciclul limită de recul, iar la valori



mai mari, dispare ciclul limită de torsiune. Diagrama Hopf în funcție de amortizarea sistemului de conducere al osiei arată diferit (diagrama (b)), în sensul că pe întregul domeniu de valori investigat, este posibilă existența ciclului limită de torsiune, dar ciclul limită de recul apare numai la valori mici ale amortizării.



**Fig. 32. Bifurcația Hopf pentru gradele de amortizare egale; ciclul limită de torsiune: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare; ciclul limită de recul: ..... , fără amortizare, • , cu amortizare.**



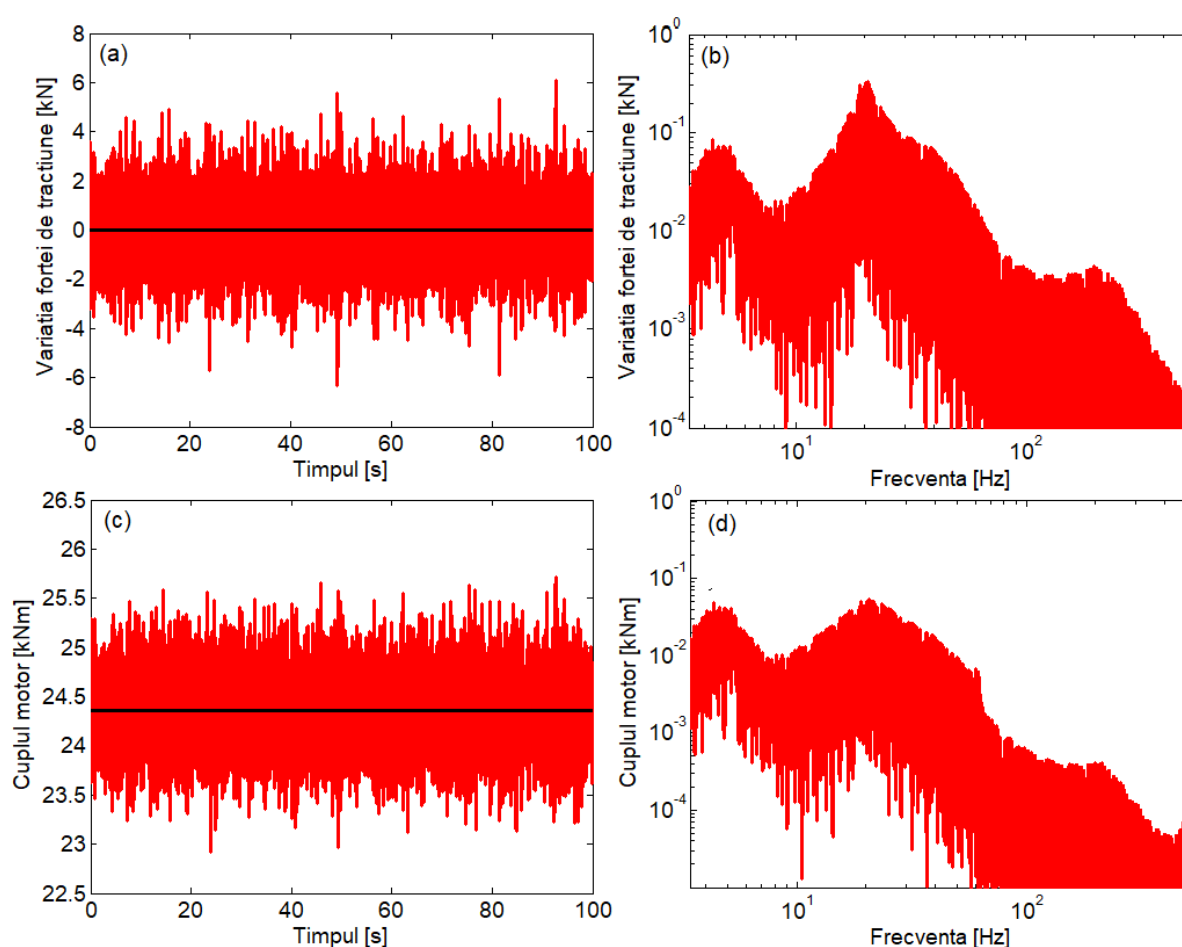
**Fig. 33 Demonstrativă pentru regimul staționar asimptotic stabil (gradele de amortizare 0,1): (a) reculul osiei; (b) traiectoria de fază.**

Mai mult, dacă sistemul de antrenare al osiei și cel de conducere sunt amortizate corespunzător, atunci regimul staționar instabil devine asimptotic stabil (v. fig. 32 și 33). Figura 32 prezintă diagrama Hopf considerând gradele de amortizare egale cu 0,1. Se observă că ciclul limită de recul apare la grade mici de amortizare, în timp ce ciclul limită de torsiune are un domeniu mult mai larg. Figura 33 prezintă evoluția reculului osiei motoare în raport cu regimul staționar pe o secvență de timp de 30. Se observă că reculul tinde la valoarea nulă, ceea ce semnifică caracterul asimptotic stabil al sistemului.

Ultima etapă a analizei vibrațiilor longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei are ca obiect regimul vibrațiilor forțate datorită variației forțelor verticale de contact roată-șină ca urmare a interacțiunii verticale dintre osia motoare și calea de rulare. Variația forței verticale

de contact modifică componenta dinamică a forței de frecare respectiv componenta care, în funcție de viteza de alunecare dintre roată și șină, generează amortizare pozitivă sau negativă. Datorită acestui aspect, excitația cauzată de variația forței verticale este o excitație de tip parametric.

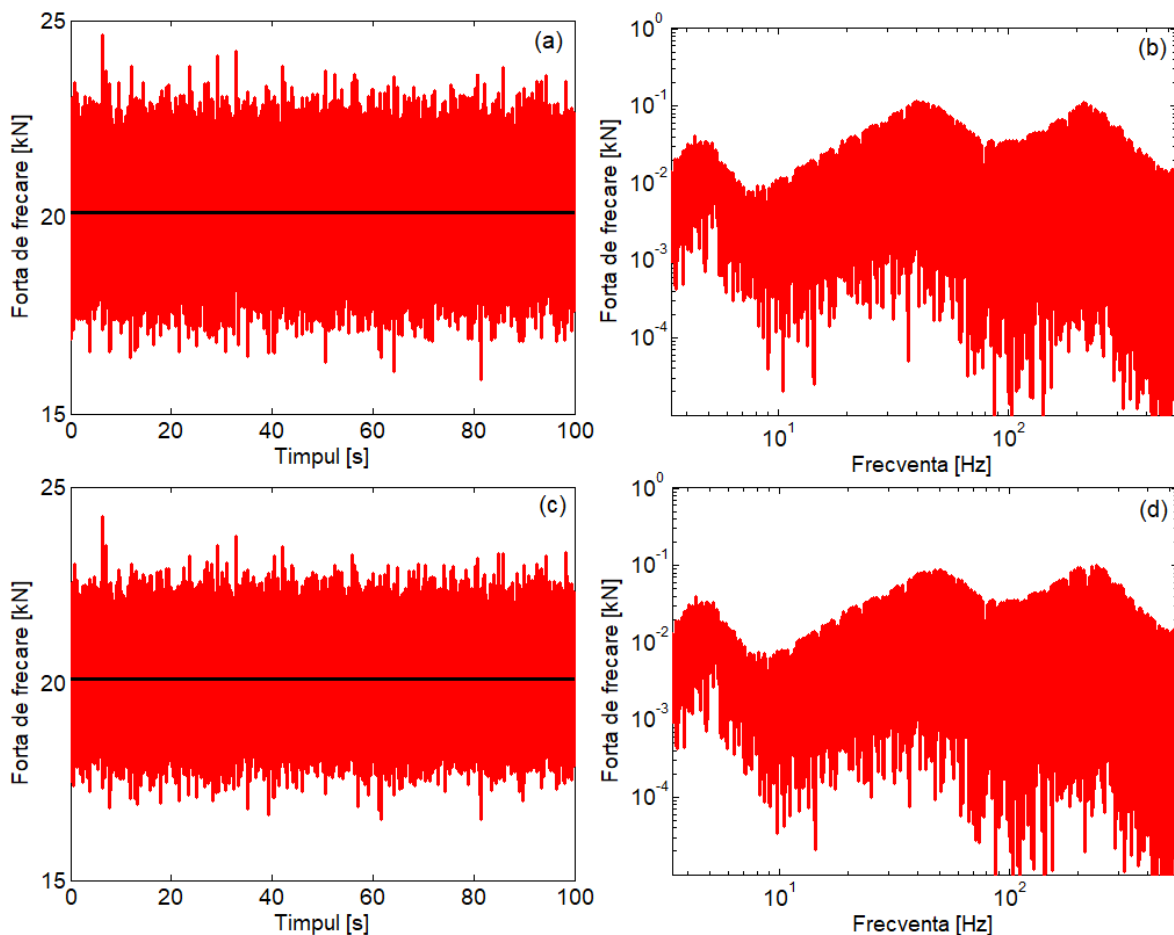
Interesează ce se întâmplă în zona limitei de aderență când motorul lucrează la cuplul nominal sau la valori apropiate. Așadar, se consideră regimul staționar analizat mai sus în condițiile în care variația forțelor verticale de contact sunt cele rezultate în cazul plăcuțelor de șină rigide; gradul de amortizare este egal cu 0,1 pentru cuplajul elastic și sistemul de conducere al osiei.



**Fig. 34. Variația forței de tracțiune și cuplul motor la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină rigide (gradele de amortizare 0,1): (a) variația forței de tracțiune; (b) spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune; (c) cuplul motor la osie; (d) spectrul de amplitudine al cuplului motor la osie.**

Figurile 34 și 35 prezintă variația forței de tracțiune, cuplul motor la osie și evoluția forțelor de frecare pe cele două roți, precum și spectrele de amplitudinea ale acestor mărimi. Variația forței de tracțiune oscilează în jurul valorii nule, ceea ce semnifică faptul că forța de tracțiune medie ia valoarea corespunzătoare regimului staționar. Acest aspect este coroborat cu faptul că media cuplului motor la osie corespunde de asemenea valorii regimului staționar (24,36 kNm). Valorile eficace ale variației forței de tracțiune și cuplului motor la osie sunt: 1,337 kN și respectiv 0,351 kNm. Spectrele de amplitudine ale variației forței de tracțiune și

cuplului motor la osie sunt dominate de 3 vârfuri. Cel mai important este în jurul frecvenței de 20 Hz, domeniu în care se găsesc frecvența proprie a mișcării de recul (19,8 Hz) și frecvența proprie a sistemului rotorului și arborelui elastic cuplat cu osia motoare (22,5 Hz). În domeniul frecvențelor joase, vibrația este dominată de săltarea și ruliul părții suspendate a boghiului (4-5 Hz), în timp ce la frecvență înaltă, apare un maxim local al spectrului de frecvență la peste 200 Hz datorat regimului antirezonant al șinei care determină un vârf în spectrul de amplitudine al forței verticale de contact.

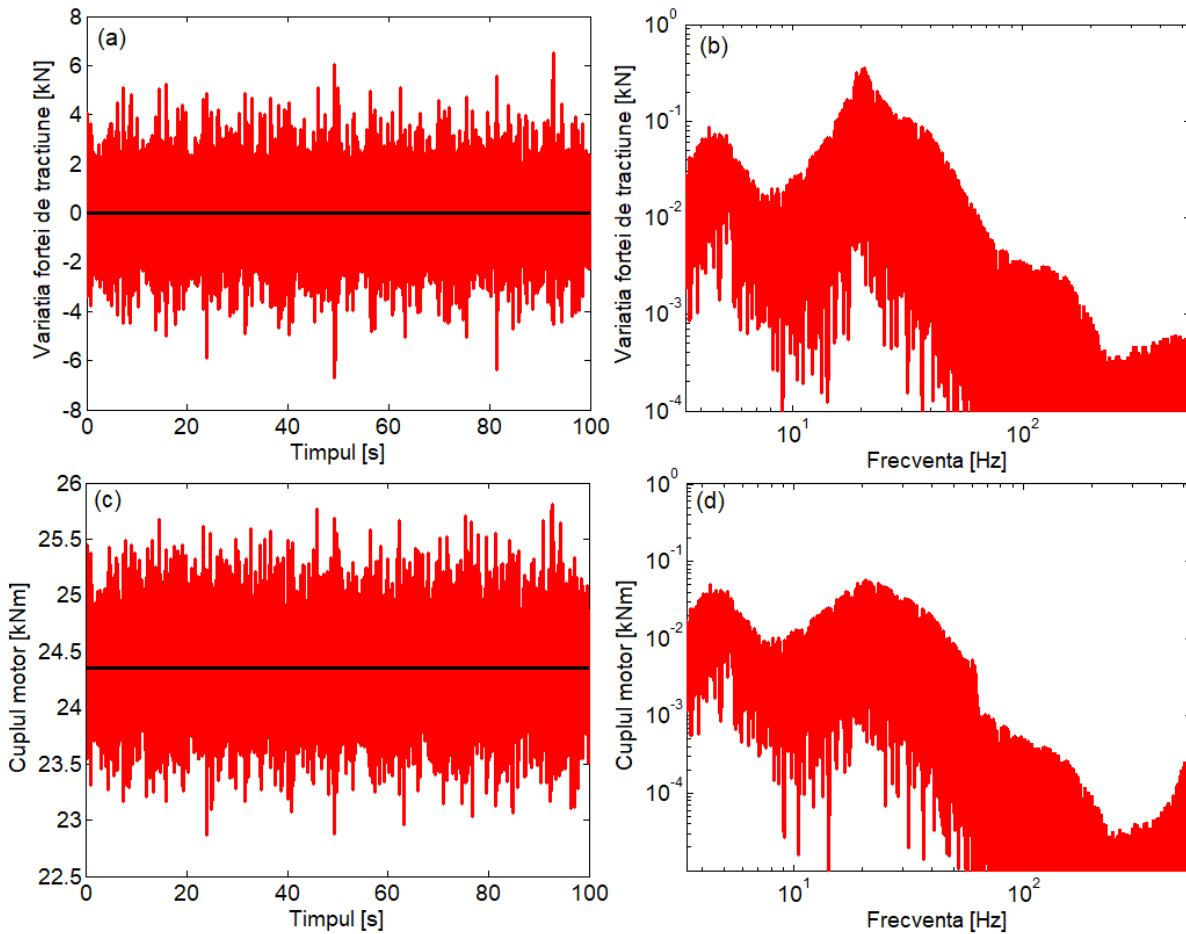


**Fig. 35. Forțele de frecare la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină rigide (gradele de amortizare, 0,1): (a) la roata 1; (b) spectrul de amplitudine; (c) la roata 2; (d) spectrul de amplitudine.**

Forțele de frecare de la periferia celor două roți prezintă practic aceeași valoare medie, însă valorile eficace sunt diferite, mai mare pe roata 1, 0,914 kN, și mai mică pe roata 2, 0,800 kN. Spectrul de amplitudine al forțelor de frecare reproduce la scară spectrul de amplitudine al forțelor verticale de contact (v. fig. 13, § 4). Astfel, se regăsesc maximele datorate săltării și ruliului masei suspendate a boghiului (4-5 Hz), rezonanței modului rigid de vibrație al osiei pe calea de rulare (cca. 40 Hz) și regimului antirezonant al șinei (aprox. 200 Hz).

Faptul că nu se observă niciun vârf în dreptul frecvenței proprii a primului mod de torsiune al osiei, dar, în schimb, se regăsesc vârfurile rezultate din interacțiunea verticală dintre osia motoare și calea de rulare arată că diferențele dintre forțele de frecare de la periferia celor

două roți se datorează asimetriei inerțiale verticale a osiei și nu datorită asimetriei inerțiale a osiei la torsiune.

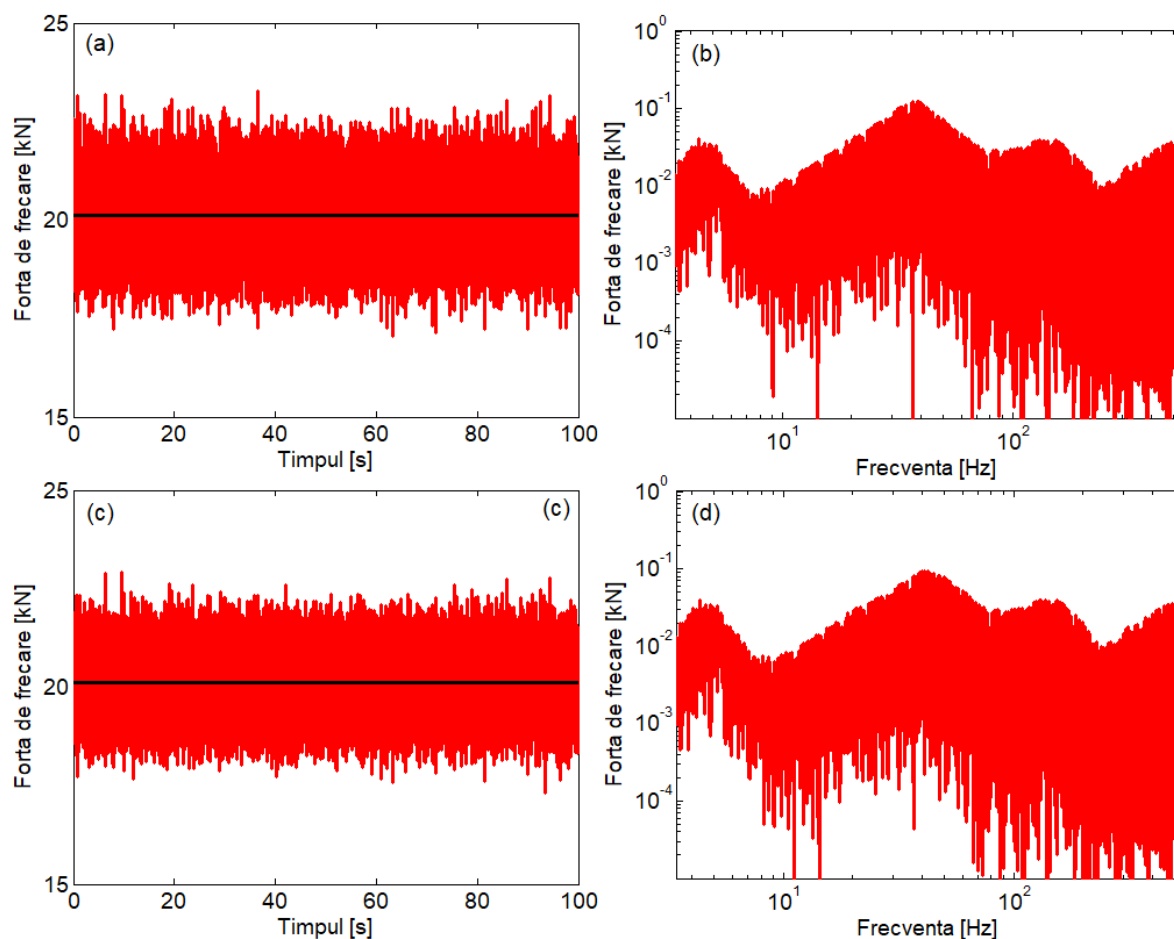


**Fig. 36. Variația forței de tracțiune și cuplul motor la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină elastice (gradele de amortizare 0,1): (a) variația forței de tracțiune; (b) spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune; (c) cuplul motor la osie; (d) spectrul de amplitudine al cuplului motor la osie.**

Figurile 36 și 37 prezintă rezultatele simulărilor numerice pentru cazul în care osia rulează pe o cale cu plăcuțe de șină elastice. Se reamintesc cele obținute în capitolul 4 și anume faptul că variația forțelor verticale de contact este mai mică comparativ cu situația în care plăcuțele de șină sunt rigide. Cu toate acestea, valoarea eficace a variației forței de tracțiune (diagrama (a) fig. 34) este mai mare decât valoarea calculată în cazul rulării osiei motoare pe calea cu plăcuțe de șină rigide respectiv 1,445 kN față de 1,337 kN. Și în ceea ce privește cuplul motor la osie (diagrama (c) fig. 36), se observă aceeași situație, valoarea eficace este 0,374 kNm comparativ cu 0,351 kNm. Desigur că diferențele nu sunt mari, dar aparent rezultatele sunt contradictorii.

Spectrele de amplitudine ale variației forței de tracțiune și a cuplului motor la osie (diagramele (b) și (c), fig. 37) sunt asemănătoare cu cele obținute în cazul precedent cu deosebirea că de data aceasta nu mai apare vârful local de la cca. 200 Hz, ci apare o atenuare a căderii amplitudinii spectrale la frecvența de 150 Hz care corespunde antirezonanței șinei atunci când are plăcuțe elastice.

Spre deosebire de variația forței de tracțiune și de cuplul motor la osie, forțele de frecare de la periferia roților prezintă valori eficiente mai mici decât cele obținute în cazul plăcuțelor de șină rigide (diagramele (a) și (c), fig. 37). La prima roată, forța de frecare eficientă este 0,755 kN față de 0,914 kN cât a rezultat în cazul căii cu plăcuțe de șină rigide, iar la roata a doua, valoarea eficientă a forței de frecare este 0,634 kN, comparativ cu 0,800 kN.



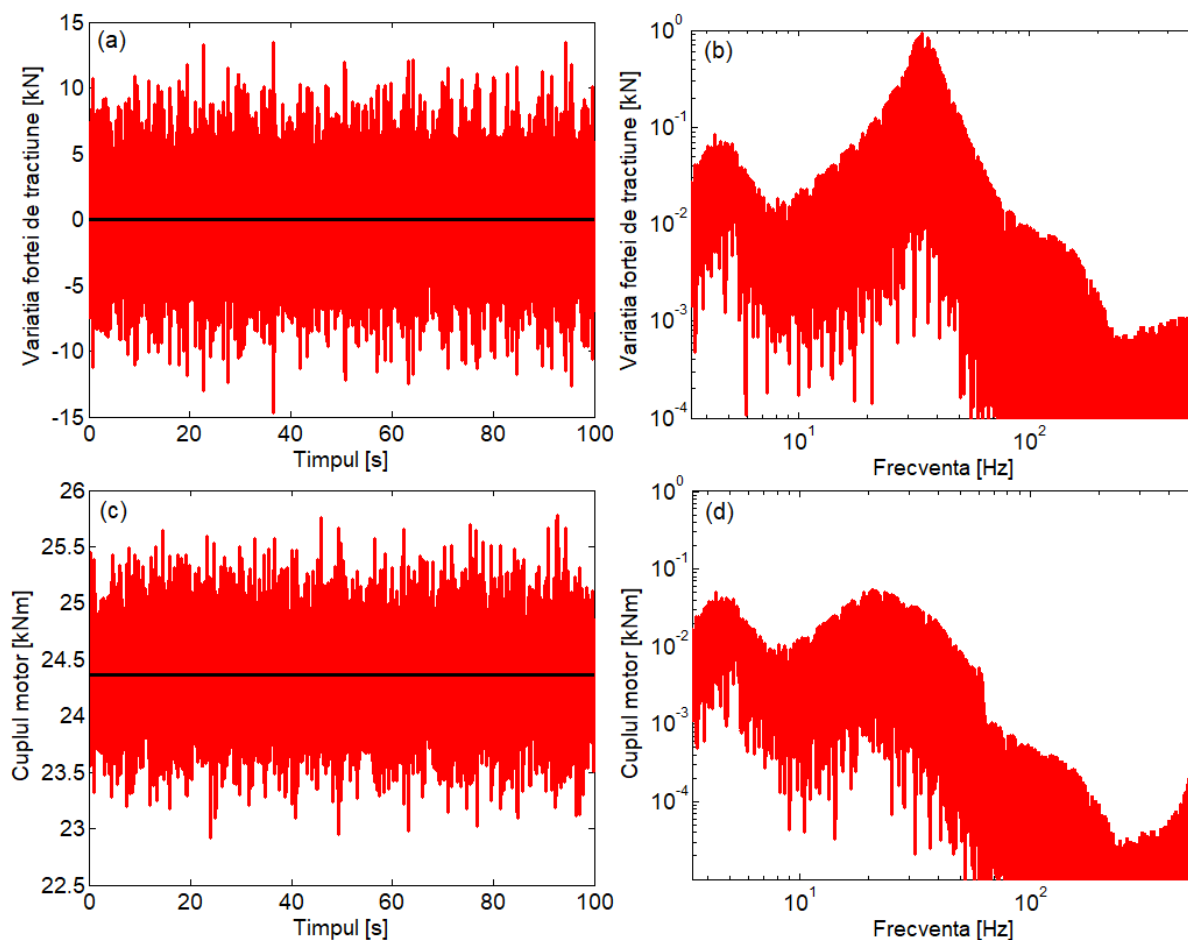
**Fig. 37. Forțele de frecare la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină elastice (gradele de amortizare, 0,1): (a) la roata 1; (b) spectrul de amplitudine; (c) la roata 2; (d) spectrul de amplitudine.**

Spectrele de amplitudine ale forțelor de frecare (diagramele (b) și (c) din fig. 54) prezintă valori maxime care corespund frecvenței de săltare-ruliu a masei suspendate a boghiului (4-5 Hz), frecvenței de rezonanță a modului rigid de vibrație al osiei pe cale (cca. 36 Hz) și frecvenței de antirezonanță a șinei (cca. 150 Hz).

Se observă așadar că frecvența de rezonanță a modului rigid de vibrația al osiei este mai mică decât în cazul în cazul plăcuțelor de șină rigide și deci este mai apropiată de frecvența naturală a reculului osiei. Ca urmare, eficacitatea cu care forțele de frecare excită reculul osiei este mai mare, ceea ce explică de ce, în ciuda faptului că forțele de frecare sunt mai mici, variația forței de tracțiune are o valoare eficientă mai mare așa cum s-a arătat mai sus.

Este foarte importantă diferența dintre frecvențele proprii ale vibrației de recul și cea a modului rigid de vibrație a osiei motoare pe cale pentru vibrația longitudinală a osiei motoare. Pentru a ilustra acest aspect, se simulează regimul de tracțiune al osiei luând pentru rigiditatea

sistemului de conducere al osiei valoarea  $k_y = 60$  kN/m. În acest mod, frecvența proprie a vibrației de recul ajunge la 34,4 Hz. Pentru plăcuțele de șină se adoptă rigiditatea corespunzătoare plăcuțelor de tip elastic.



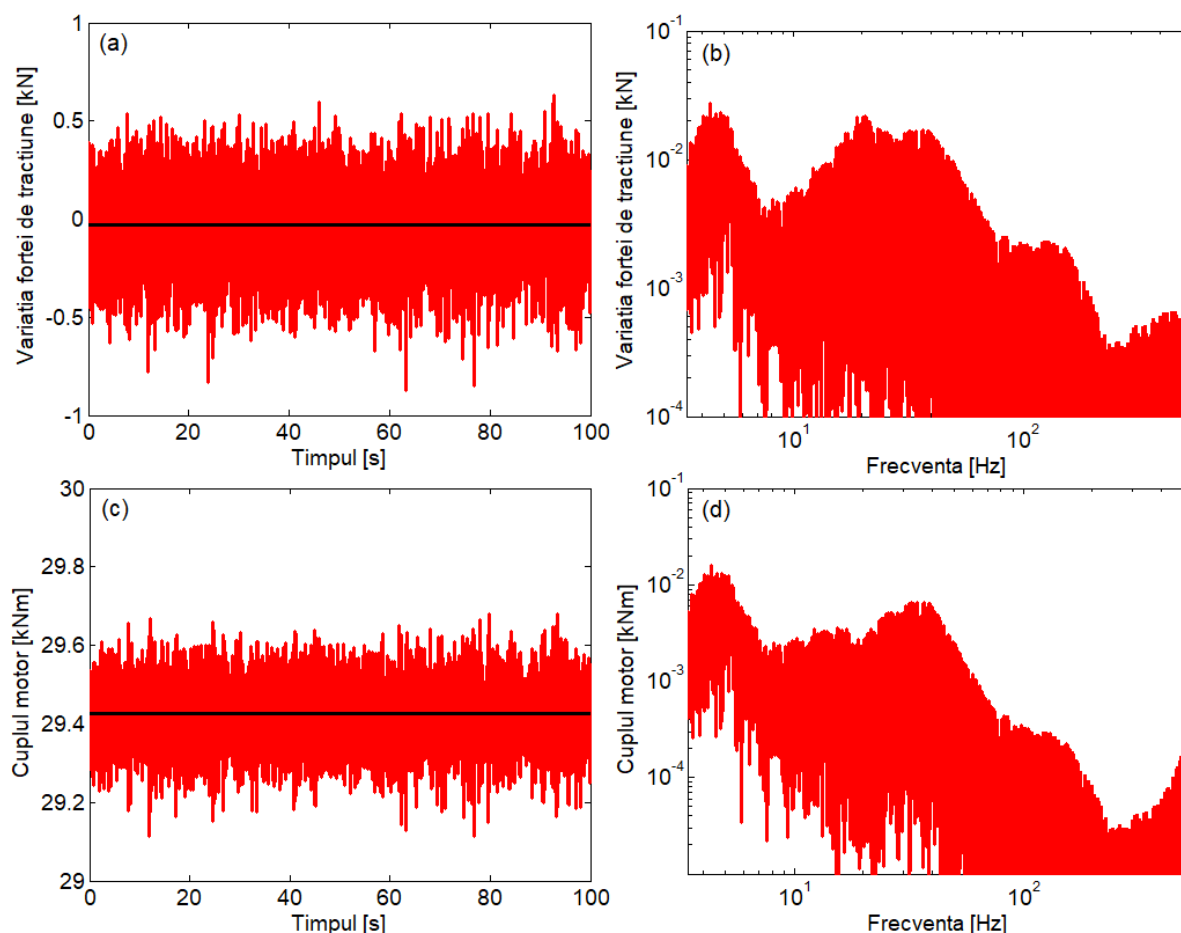
**Fig. 38. Variația forței de tracțiune și cuplul motor la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină elastice (gradele de amortizare 0,1 și  $k_y = 60$  kN/m): (a) variația forței de tracțiune; (b) spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune; (c) cuplul motor la osie; (d) spectrul de amplitudine al cuplului motor la osie.**

Figurile 38 prezintă rezultatele calcului numeric pentru acest caz. Variația forței de tracțiune (diagrama (a), fig. 38) atinge amplitudini de aproape 15 kN, valoare mult mai mare decât amplitudinile întâlnite în cazurile anterioare. Valoarea eficace a variației forței de tracțiune este de asemenea superioară valorii eficace obținute în varianta de bază respectiv 3,468 kN. Spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune este dominat de rezonanța de amplitudine de la cca. 36 Hz (diagrama (b), fig. 38). Comparând spectrul de amplitudine cu cel din diagrama (b) a fig. 36, se observă pe de o parte, deplasarea frecvenței ca urmare a rigidizării sistemului de conducere al osiei motoare, iar pe de altă parte, creșterea în amplitudine ca efect al apropierii de frecvența proprie a modului rigid de vibrație al osiei pe cale.

Este interesant faptul că rigidizarea sistemului de conducere al osiei este practic fără efect asupra cuplului motor la osie, așa cum se vede din diagramele (c) și (d) ale fig. 38 și din cele corespunzătoare ale fig. 36. Valoarea eficace a cuplului motor este foarte apropiată de cea obținută în varianta de bază, 0,369 kNm comparativ cu 0,374 kNm. Nici în ceea ce privește

spectrul cuplului motor nu sunt modificări. Rezonanța de amplitudine de la cca. 20 Hz indică în aceste condiții legătura dintre variația cuplului motor și frecvența de rezonanță a rotorului și arborelui elastic cuplate cu osia prin intermediul angrenajului.

Este important să se cunoască caracteristicile vibrațiilor longitudinale forțate când regimul staționar se află pe ramura ascendentă (stabilă) a curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare roată-șină. Figura 39 prezintă variația forței de tracțiune și cuplul motor atunci când osia motoare dezvoltă cuplul nominal (29,443 kNm) la circulația pe suprafețe de rulare uscate. Coeficientul de frecare static este  $\mu_s = 0,55$ , iar viteza de circulație este 71.2241 km/h, conform rezultatelor din figura 19. Valorile parametrilor sistemului de antrenare al osiei sunt cei de bază. Calea este prevăzută cu plăcuțe de șină elastice.



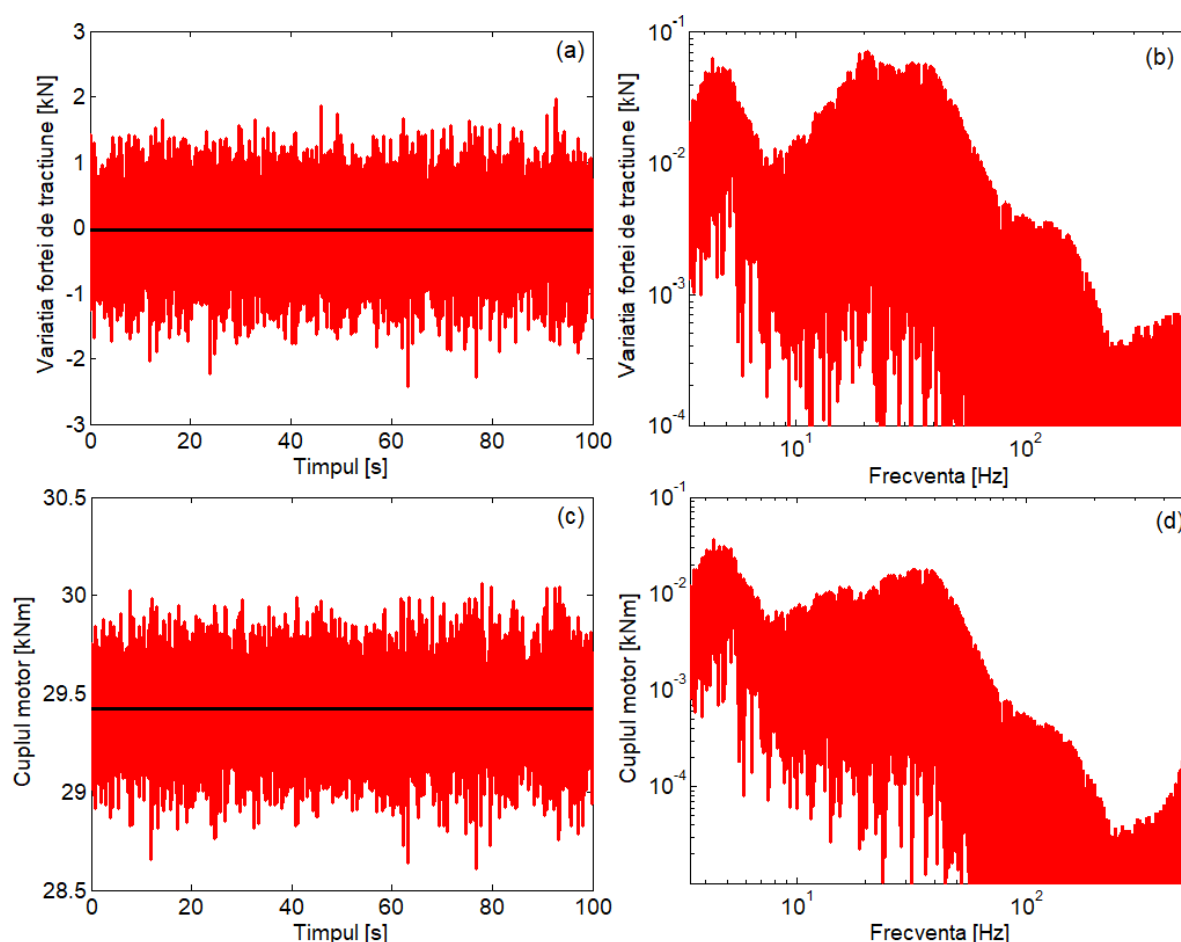
**Fig. 39. Variația forței de tracțiune și cuplul motor la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină elastice, suprafețe de rulare uscate,  $\mu_s = 0,55$ ,  $V = 71,2241$  km/h (gradele de amortizare: 0,1): (a) variația forței de tracțiune; (b) spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune; (c) cuplul motor la osie; (d) spectrul de amplitudine al cuplului motor la osie.**

Caracteristic regimurilor staționare aflate pe ramura stabilă a curbei forței de frecare este faptul că variația forței de frecare are numai efect de amortizare pozitivă, ceea ce contribuie la atenuarea regimului de vibrații al osiei. Astfel, valorile eficace ale variației forței de tracțiune și ale cuplului motor la osie ajung la numai 0,177 kN și respectiv 0,073 kNm. Comparând aceste valori cu cele obținute în condiții similare de circulație, dar la regimul staționar situat pe ramura

instabilă a curbei forței de frecare, se constată o scădere de peste 8 ori a variației forței tracțiune și o reducere de peste 5 ori a variației cuplului motor.

Datorită creșterii amortizării ca urmare a poziționării regimului staționar pe ramura stabilă a curbei forței de frecare, spectrele de amplitudine (diagramele (b) și (d) ale figurii 39) se modifică sensibil, prezentând forme diferite în raport cu cele obținute anterior (v. fig. 36 diagramele (b) și (d)).

Pe de o parte, amplitudinile componentelor spectrale sunt mult reduse comparativ cu situația precedentă când regimul staționar era poziționat pe ramura instabilă a curbei forței de frecare. Acest fapt este în concordanță cu micșorările valorilor eficace prezentate mai sus. Pe de altă parte, se constată o modificare a ‘ierarhiei’ rezonanțelor de amplitudine în sensul diminuării importanței rezonanței de amplitudine a reculului osiei și creșterii ca pondere a rezonanței de amplitudine datorată săltării-ruliului masei suspendate a boghiului și rezonanței modului rigid de vibrație verticală a osiei pe cale.



**Fig. 40. Variația forței de tracțiune și cuplul motor la circulația pe o cale cu plăcuțe de șină elastice, suprafețe de rulare umede,  $\mu_s = 0,55$ ,  $V = 70,7122$  km/h (gradele de amortizare: 0,1): (a) variația forței de tracțiune; (b) spectrul de amplitudine al variației forței de tracțiune; (c) cuplul motor la osie; (d) spectrul de amplitudine al cuplului motor la osie.**

Dacă suprafețele de rulare sunt umede, atunci efectul de amortizare pozitivă pe care-l induc variația forțelor de frecare este mai redus întrucât panta curbei forței de frecare în funcție



de viteza de alunecare este mai mică așa cum s-a văzut în figura 15. Ca urmare, regimul vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare este mai intens așa cum se poate observa în figura 40 în care sunt prezentate variația forței de tracțiune și cuplul motor la osie la circulația pe suprafețe de rulare umede ( $\mu_s = 0,55$ ). Viteza de circulație este 70,7122 km/h și asigură realizarea cuplului nominal al motorului, 29,443 kNm. Valoarea eficace a variației forței de tracțiune este 0,515 kN, iar valoarea eficace a cuplului motor este 0,186 kNm, valori mult mai mari decât cele obținute în cazul suprafețelor de rulare uscate în aceleași condiții ( $\mu_s = 0,55$  și cuplul motor = cuplul nominal): de 2,9 ori mai mare pentru variația forței de tracțiune și de 2,5 ori mai mare pentru valoarea eficace a cuplului motor la osie.

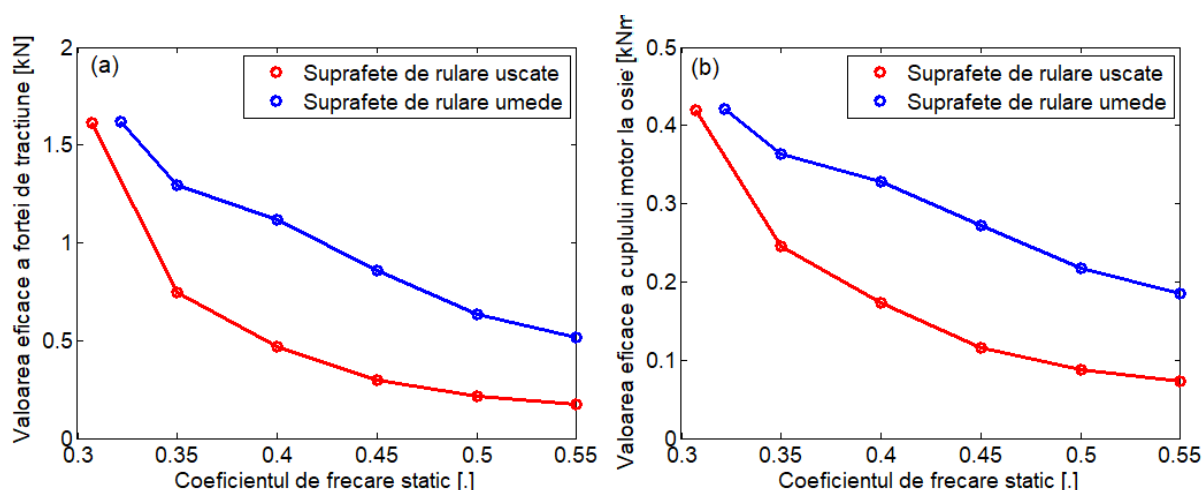


Fig. 41. Valorile eficace ale variației forței de tracțiune și cuplului motor la osie:

Modul în care starea suprafețelor de rulare influențează regimul de vibrații longitudinale la limita de aderență este prezentat în figura 41. Au fost considerate condițiile care permit dezvoltarea cuplului motor nominal pentru suprafețe de rulare uscate și umede. Se observă că pe măsură ce coeficientul de frecare static scade și osia motoare ajunge la limita de aderență, valorile eficace care descriu intensitatea regimului de vibrații cresc foarte mult, de peste 3 ori în cazul variației forței de tracțiune pe suprafețe umede și de 9 ori în cazul suprafețelor de rulare uscate. Valorile eficace ale cuplului motor cresc de peste 2 ori la rularea pe suprafețe umede și de aproape 6 ori pentru a suprafețe de rulare uscate.

Este interesant faptul că la limita de aderență, starea suprafețelor de rulare nu influențează intensitatea regimului de vibrații longitudinale. Explicația rezidă în faptul că indiferent de starea suprafețelor de rulare (uscate/umede), efectul variației forței de frecare este același întrucât panta la curba forței de frecare este nulă.

## 6. Determinări experimentale

În acest capitol sunt prezentate trei determinări experimentale, două fiind realizate pe standuri aflate în dotarea departamentului de Material Rulant de Cale Ferată din Facultatea de

Transporturi, Universitatea Politehnică din București, iar cea de-a treia determinare s-a realizat cu o locomotivă electrică LE 5100 kW aflată în parcurs. Aceste determinări au rolul de a valida modelele folosite în cadrul acestei lucrări.

Un prim set de încercări au avut ca scop validarea modelului de studiu a vibrațiilor de torsiune ale osiei. Pentru aceasta, s-au determinat eforturile unitare în corpul unei machete de osie supusă la solicitări de torsiune datorate amorsării fenomenului de stick slip. Pe această bază s-a determinat frecvența proprie la torsiune a machetei de osie și s-a comparat aceasta cu rezultatul teoretic obținut prin aplicarea modelului elaborat în capitolul 3 la caracteristicile machetei de osie.

Al doilea set de încercări au avut ca obiect validarea modelului caracteristicii mecanice a unui motor electric asincron trifazat. A fost proiectat și elaborat de către autorul lucrării un stand pentru determinarea caracteristicii mecanice a unui motor electric trifazat. Rezultatele experimentale au fost comparate cu cele teoretice obținute cu ajutorul relației de calcul a cuplului motor ținând seama de valorile parametrilor motorului experimental.

Al treilea set de încercări a fost efectuat la circulația unei locomotive electrice în timpul tractării unui tren de marfă și a constat în măsurarea accelerațiilor la nivelul aparatului de rulare al locomotivei. Scopul acestor încercări este validarea modelului de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea de rulare.

## 6.1. Determinarea vibrațiilor de torsiune la osia motoare

Determinările experimentale pentru validarea modelului pentru studiul vibrațiilor de torsiune ale unei osii motoare au fost realizate pe un stand aflat în laboratorul de Dinamică și Structuri Portante al departamentului de Material Rulant de Cale Ferată din Facultatea de Transporturi, Universitatea Politehnică din București, standul fiind ilustrat în figura 41.



Fig. 42. Stand experimental pentru determinarea torsiunii osiei motoare

Standul este format dintr-o machetă de osie motoare antrenată de un motor asincron trifazat dispus longitudinal, cuplul motor fiind transmis la osie printr-un angrenaj cu roți conice cu dantură dreaptă și un arbore de transmisie care face legătura dintre motor și angrenaj. Viteza de antrenare a osiei poate fi variată în două trepte prin modificarea conexiunii fazelor motorului

(conexiune stea-triunghi). Încărcarea osiilor se realizează prin intermediul a două șine mobile prevăzute cu elemente de fricțiune care sunt puse în contact cu suprafața roților. Forța de apăsare se modifică printr-un sistem de strângere cu șurub acționat manual. Forța de apăsare a șinelor pe cele două roți se măsoară pe cale tensometrică. Măsurarea momentului de torsiune din osia motoare se realizează printr-o punte tensometrică completă formată din patru mărci tensometrice dispuse pe direcții care fac un unghi de  $45^\circ$  cu axa mediană a osiei.

Excitația și măsurarea propriu-zisă a punții tensometrice se face prin modulul NI 9219 destinat măsurătorilor de tensiune și curent în aplicațiile de tensometrie electrică rezistivă, măsurătorile de temperatură prin intermediul traducătoarelor cu termocuplu și măsurătorilor de rezistență electrică. Modulul este conectat la calculator prin intermediul șasiului NI cDAQ 9174. Controlul echipamentelor, înregistrarea și prelucrarea ulterioară a rezultatelor se realizează cu un program dezvoltat în Matlab.

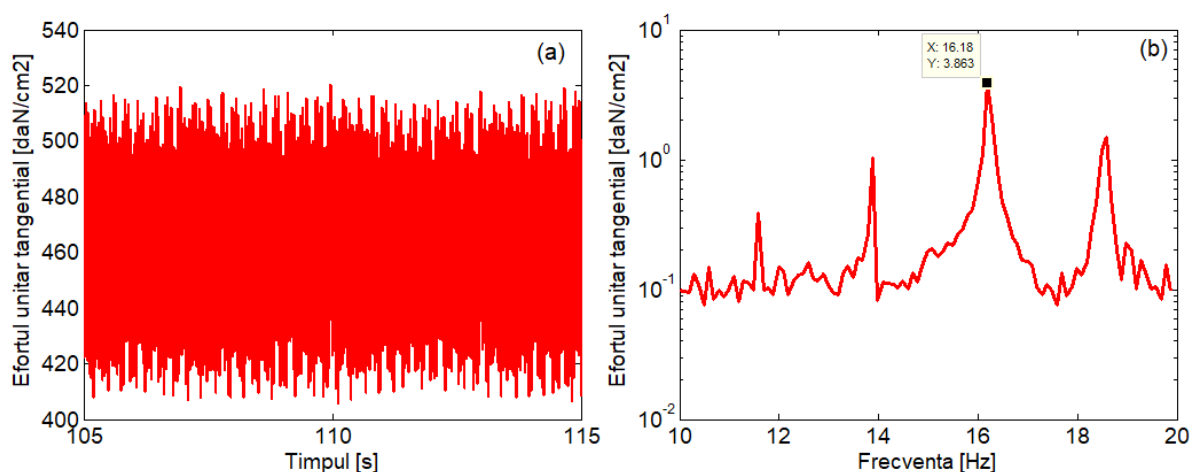


Fig. 43. Efortul unitar tangențial din macheta de osie: (a) variația în timp; (b) spectrul de amplitudine.

Cu standul și sistemul de măsurare prezentate mai sus au fost efectuate determinări pentru mai multe valori ale încărcării machetei de osie motoare și s-a înregistrat tensiunea de ieșire de la puntea de măsurare. Aceasta este proporțională deformația specifică care la rândul ei este proporțională cu efortul unitar tangențial din a căruia înregistrare este prezentată o secvență în figura 43 (a).

Se observă că vibrația are un aspect relativ regulat caracteristic unui ciclu limită. Pentru a afla componenta cea mai importantă a acestui ciclu limită se poate aplica analiza Fourier în vederea construirii spectrului de amplitudine (v. fig. 43 (b)). Spectrul de amplitudine al eforturilor unitare tangențiale prezintă cea mai importantă componentă spectrală la frecvența de 16,18 Hz.

Pentru validarea modelului și a programului de simulare prezentat în capitolul 3 al lucrării este necesară realizarea simulării numerice utilizând de această dată parametrii geometrici și inerțiali ai machetei osiei și compararea rezultatelor obținute pe cale numerică cu cele obținute pe cale experimentală.

Receptanța la torsiune a machetei de osie motoare a standului este prezentată în figura 44, din care se observă că frecvența de rezonanță obținută este de 16,8 Hz. Această valoare este apropiată de valoarea frecvenței determinată experimental (16,18 Hz).

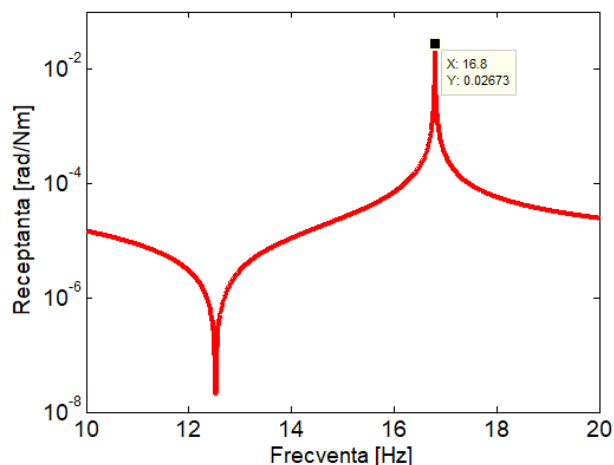


Fig. 44. Receptanța osiei motoare a standului obținută pe cale numerică

Diferența provine din erorile de măsurare ținând cont de faptul că parametrii geometrici ai osiei standului au fost mășurați cu un anumit grad de aproximație, iar parametrii inerțiali au fost determinați cu ajutorul programului Ansys prin modelarea tridimensională aproximativă a osiei. În procente, diferența dintre rezultatele teoretice și cele experimentale este de 3,7 % ceea ce permite validarea modelului elaborat pentru studiul vibrațiilor de torsiune ale osiei motoare.

## 6.2. Determinarea caracteristicii mecanice a motorului asincron trifazat

Pentru determinarea caracteristicii mecanice a motorului asincron trifazat se utilizează un stand format dintr-un motor asincron trifazat cu 4 poli a cărui caracteristică mecanică se dorește a fi determinată, ce antrenează o mașină de curent continuu care lucrează în regim de generator de curent continuu pentru încărcarea motorului studiat (fig. 45).



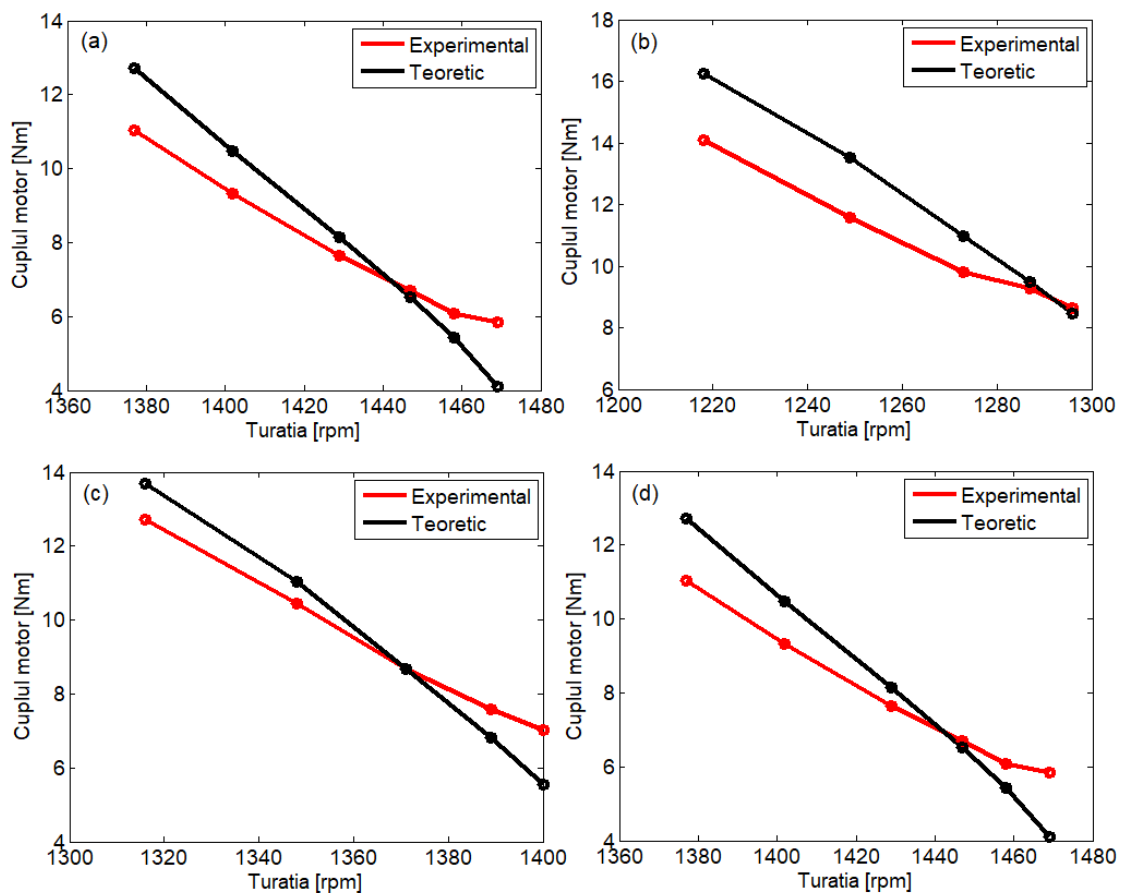
Fig. 45. Stand mașină asincronă – mașină de curent continuu.

Pentru funcționarea și reglarea mașinii asincrone se utilizează un convertizor static de frecvență, iar reglarea generatorului de încărcare se realizează prin varierea curentului de excitație de la o sursă de curent variabilă.

Măsurarea parametrilor de funcționare se realizează astfel: măsurarea parametrilor electrici stabiliți utilizând multimetre, turația se măsoară cu ajutorul unui tahometru digital fără contact, temperatura se măsoară cu un termometru cu infraroșu, iar factorul de putere se măsoară cu un cosfimetru. Totodată se înregistrează tensiunea și curentul de linie cu un osciloscop. Instrumentele de măsură utilizate sunt ilustrate în figura 46.



**Fig. 46. Instrumentele de măsură utilizate pentru determinarea parametrilor electrici de funcționare ai mașinilor electrice.**



**Fig. 47. Comparația dintre rezultatele experimentale și cele teoretice privind cuplul motor în funcție de frecvența tensiunii de alimentare: (a) la 25 Hz; (b) la 45 Hz; (c) la 48 Hz; (d) la 50 Hz.**

Măsurarea parametrilor de funcționare se realizează astfel: măsurarea parametrilor electrici stabiliți utilizând multimetre, turația se măsoară cu ajutorul unui tahometru digital fără contact, temperatura se măsoară cu un termometru cu infraroșu, iar factorul de putere se măsoară cu un cosfimetru. Totodată se înregistrează tensiunea și curentul de linie cu un osciloscop. Instrumentele de măsură utilizate sunt ilustrate în figura 46.

În figura 47 sunt prezentate cu titlu de exemplu o parte din rezultatele obținute pe cale experimentală privind determinarea cuplului motorului asincron trifazat în funcție de turație la mai multe frecvențe ale tensiunii de alimentare. Sunt prezentate și curbele corespondente calculate cu ajutorul modelului teoretic.

Analizând rezultatele obținute se poate observa o concordanță satisfăcătoare: toate rezultatele au aceeași tendință, iar valorile sunt relativ apropiate. Diferențele dintre cuplurile calculate și cuplurile determinate se datorează erorilor de măsură - toate instrumentele utilizate pentru măsurarea mărimilor electrice au un grad de eroare de până la 3%. Mai mult, cuplul efectiv dezvoltat de către motorul electric nu a fost determinat direct, ci indirect pe baza calculului puterii electrice absorbite de motor de la convertizorul de frecvență și pe baza curbei de randament al motorului (pornind de la valoarea nominală a randamentului și de la caracteristica universală a randamentului unui motor asincron trifazat de putere mică).

În concluzie, pe baza celor prezentate, modelul teoretic al motorului asincron trifazat este validat de rezultatele obținute experimental.

### 6.3. Măsurarea accelerațiilor verticale ale osiilor motoare la locomotiva electrică LE 5100 kW

În continuare sunt prezentate rezultatele măsurării accelerațiilor verticale la nivelul cutiilor de osie ale unei locomotive electrice LE 5100 kW, determinare realizată în condiții reale de exploatare, locomotiva fiind în parcurs și realizând serviciul de remorcare a unui tren de marfă.



Fig. 48. Accelerometru amplasat pe cutia osiei 4 a locomotivei.



Fig. 49. Accelerometru amplasat pe cutia osiei 6 a locomotivei.

Scopul acestor determinări experimentale este acela de a valida modelul de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea de rulare, model prezentat în capitolul 4.

Echipamentul utilizat pentru măsurătorile de accelerații este cel prezentat în cadrul determinării experimentale a vibrațiilor de torsiune ale osiei motoare, cu diferența că modulul NI utilizat de această dată este specific măsurării accelerometrelor piezoelectrice, iar măsurarea efectivă a accelerațiilor a fost realizată utilizând accelerometre piezoelectrice.

În vederea efectuării măsurătorilor, s-au montat accelerometre la osiile 4 și 6 ale locomotivei așa cum se poate observa în figurile 48 și 49.



**Fig. 50. Vedere de ansamblu din cabina postului 2 de conducere**

Semnalele accelerometrelor sunt preluate de către sistemul de achiziție National Instruments (șasiul NI cDAQ 9174 și modulele NI 9234 atașate), sistem ce se află amplasat în interiorul locomotivei. Controlul și înregistrarea datelor se realizează cu ajutorul unui laptop aflat în postul II al locomotivei (post neactiv pe parcursul deplasării – v. fig. 50).

Înregistrarea vitezei cu care se deplasează locomotiva s-a realizat cu ajutorul unui terminal mobil ce rulează sistemul de operare Android și a aplicației BasicAirData GPS Logger (aplicație disponibilă în mod gratuit în Magazinul Play), datele fiind utilizate pentru a corela înregistrările accelerometrelor cu viteza de deplasare a locomotivei, corelare realizată ulterior înregistrării.

Traseul parcurs de locomotivă în timpul determinărilor însumează o distanță de 157 de kilometri și pornește din zona Teleajen – Ploiești până în Roșiorii Nord, via Ploiești Sud, Ploiești Triaj, Chitila, Chiajna, Grădinari, Videle. Traseul parcurs este prezentat în figura 34. Viteza maximă de deplasare a fost de 70 km/h.

Au fost efectuate mai multe măsurări ale accelerațiilor la diferite viteze de circulație pe diferite tronsoane ale traseului menționat.

Spre exemplu, în figura 51 sunt prezentate accelerațiile măsurate la nivelul cutiilor de osie și pe cadrul de boghiu în dreptul osiilor 4 și 6 în timpul circulației cu viteza de 66 km/h, valoare apropiată de cea luată în calcul în această lucrare.

Se observă faptul că accelerația la nivelul cadrului de boghiu este sensibil mai mică decât cea de la nivelul cutiilor de osie, aspect care poate fi explicat prin efectul de filtrare datorat suspensiei primare. Într-adevăr, valorile eficace ale accelerațiilor sunt după cum urmează: 2,02 m/s<sup>2</sup> la osia 4, 1,48 m/s<sup>2</sup> la osia 6 și respectiv 0,38 pe cadrul de boghiu, deasupra osiei 4 și 0,21 m/s<sup>2</sup> în dreptul osiei 6.

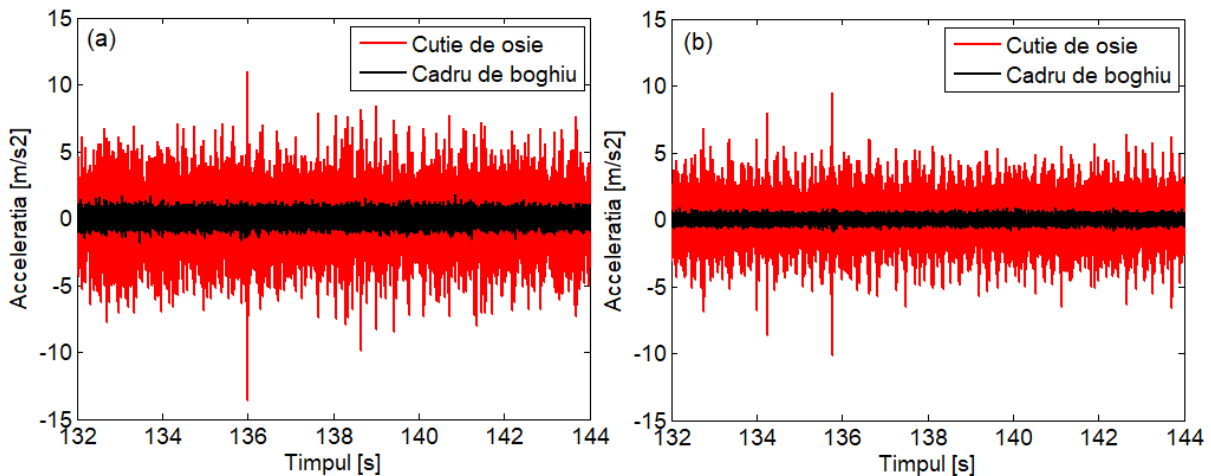


Fig. 51. Accelerația măsurată la viteza de 66 km/h: (a) la osia 4; (b) la osia 6.

Pentru studiul prezentat în această lucrare, mărimea care interesează în cel mai înalt grad este accelerația roților care a fost măsurată la nivelul cutiilor de osie. Întrucât modelul teoretic ia în considerare o singură osie motoare, comparația dintre rezultatele teoretice și cele experimentale va viza media accelerațiilor măsurate la nivelul celor două osii.

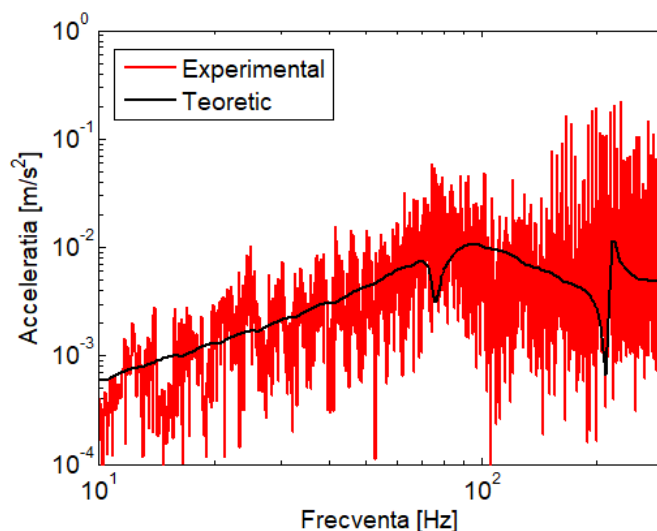


Fig. 52. Ilustrativă pentru comparația dintre accelerația roții măsurată și cea calculată.

Figura 52 prezintă spectrul accelerației medii măsurate la cele două osii și spectrul accelerației obținut cu ajutorul modelului de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea



de rulare prezentat în capitolul 4. Rezultatele teoretice au fost obținute în urma calibrării parametrilor modelului și ai excitației prin metoda analizei în frecvență.

Se observă că există o concordanță calitativă între rezultatele teoretice și cele măsurate. În aprecierea acestei comparații trebuie să se țină seama că nu există date experimentale privind proprietățile căii de rulare și nici în ceea ce privește nivelul neregularităților suprafețelor de rulare.

În concluzie, se poate aprecia că modelul teoretic prezentat în această lucrare descrie satisfăcător fenomenele interacțiunii verticale dintre osia motoare și calea de rulare.

## **7. Concluzii, contribuții originale și direcții viitoare de cercetare**

Osiile motoare de la vehiculele feroviare de tracțiune electrică sunt expuse vibrațiilor verticale cauzate de interacțiunea cu calea de rulare în prezența neregularităților suprafețelor de rulare, vibrații care sunt de natură să excite parametric vibrațiile longitudinale ale sistemului de antrenare al osiilor motoare și ale sistemului de conducere elastică al acestora.

Luarea în considerare a influenței vibrațiilor verticale asupra comportamentului osiei motoare oferă o imagine mai clară a ceea ce se întâmplă atunci când vehiculul de tracțiune circulă pe cale.

Efectele acestor vibrații se răsfrâng asupra performanțelor de tracțiune, mai ales când vehiculul circulă la viteza nominală, motorul electric funcționează la puterea nominală, iar frecarea dintre roți și șine este la limita de aderență. Acesta este cel mai important regim de funcționare al unui vehicul de tracțiune conform caracteristicii limită de tracțiune.

Studierea vibrațiilor sistemului de antrenare al osiei motoare și a sistemului de conducere al acesteia la regimul nominal al caracteristicii limită de tracțiune pune în evidență modul în care principalii parametri constructivi și funcționali pot să influențeze performanțele de tracțiune ale osiei motoare și permite, ca pe această bază, să fie identificate posibilitățile de îmbunătățire a acestor performanțe.

Teza de doctorat ‘Studiul interacțiunii osie – cale de rulare la vehiculele feroviare de tracțiune’ propune un model suplu și cuprinzător în același timp pentru investigarea fenomenelor specifice circulației în condiții reale a osiei motoare la regimul nominal al caracteristicii limită de tracțiune și aduce contribuții importante prin mai buna cunoaștere a modalităților de perfecționare a aparatului de rulare al vehiculelor de tracțiune.

### **7.1. Concluzii**

La circulația cu viteză constantă pe o cale în aliniament și palier, vibrațiile longitudinale ale unei osii motoare antrenată de un motor electric care funcționează în regim staționar pot fi excitate de variațiile cuplului motor cauzate de armonicile superioare ale câmpului electro-

magnetic sau de variația forțelor verticale de contact dintre roți și șine ca urmare a interacțiunii cu calea de rulare. Considerând în continuare numai al doilea mecanism de excitație, rezultă că studiul interacțiunii dintre osia motoare și calea de rulare necesită luarea în considerare a vibrațiilor de încovoiere și a celor de torsiune ale osiei motoare.

Interacțiunea dintre osia motoare și calea de rulare este condiționată de proprietățile mecanice ale celor două subsisteme care determină răspunsul în frecvență al acestora.

### **Concluzii privind răspunsul dinamic al osiei motoare.**

Osiile motoare care echipează vehiculele feroviare de tracțiune sunt, de regulă, prevăzute cu transmisie unilaterală și sunt antrenate de motoare electrice asincrone cu rotorul în scurt circuit. Transmisia unilaterală determină asimetria inerțială a osiei motoare atât din punctul de vedere al vibrațiilor de încovoiere, cât și din punctul de vedere al celor de torsiune.

Receptanța la încovoiere a osiei motoare este diferită în dreptul celor două roți atât în cazul excitației simetrice, cât și în cazul excitației antisimetrice, receptanța la încovoiere fiind mai mică în dreptul roții lângă care este montată coroana dințată datorită contribuției acesteia.

Receptanța la torsiune a osiei motoare în dreptul roții de lângă coroana dințată este mai mică decât receptanța în dreptul celeilalte roți la frecvențe inferioare celei a primului mod elastic de torsiune și mai mare, în rest.

Prin uzarea roților, frecvențele proprii ale modurilor elastice de vibrație cresc, iar receptanțele în dreptul roților se reduc pentru că inerția osiei, indiferent de tipul de vibrație, este mai mică în cazul roților semiuzate sau uzate.

Modurile de vibrație ale osiei motoare sunt simetrice și antisimetrice, iar datorită asimetriei inerțială a osiei, cele două tipuri de moduri de vibrație sunt cuplate între acestea.

Modificarea poziției coroanei dințate are ca efect modificarea frecvențelor de rezonanță ale osiei motoare. Dacă coroana este la mijlocul distanței dintre roți, structura osiei motoare devine simetrică, iar modurile simetrice se decuplează de cele antisimetrice.

Vibrațiile de săltare și rului ale masei suspendate a boghiului care revine osiei motoare sunt cuplate cu modurile rigide ale osiei (săltare și rului), și determină reducerea frecvențelor proprii ale modurilor elastice de încovoiere ale osiei datorită inerției introduse de masa suspendată a boghiului. Amortizarea suspensiei primare reduce răspunsul osiei atât la frecvențele proprii de săltare și rului rezultate din cuplajul masei suspendate cu osia motoare, cât și la frecvența primului mod elastic de încovoiere. De aceea, se recomandă ca, în general, modelul de studiu al interacțiunii osie-cale de rulare să includă efectul masei suspendate a boghiului și al suspensiei primare.

### **Concluzii privind răspunsul dinamic al căii de rulare.**

Răspunsul în frecvență al căii de rulare exprimat prin receptanța șinei în intervalul 0 – 6-700 Hz prezintă două frecvențe de rezonanță, una joasă, la care șina și traversele vibrează în fază, iar cealaltă înaltă, unde șina și traversele vibrează în antifază. Între cele două frecvențe de rezonanță, există o frecvență de antirezonanță datorită efectului de absorbitor dinamic al

traverselor în raport cu șina. La frecvențe mai mari de 6-700 Hz, receptanța șinei este influențată de distanța dintre traverse.

Plăcuțele de șină joacă un rol foarte important în ceea ce privește răspunsul dinamic al căii de rulare prin caracteristicile de rigiditate și amortizare ale acestora. În practica curentă, se utilizează plăcuțe de șină elastice sau rigide, confecționate din cauciuc sau alte materiale cu proprietăți vâsco-elastice.

Utilizarea plăcuțelor de șină rigide conduce la rigidizarea căii care se traduce prin reducerea receptanței șinei la frecvențe joase și medii. În plus, crește frecvența de antirezonanță și frecvența de rezonanță înaltă a căii, ceea ce face ca în intervalul de frecvență luat în considerare, receptanța șinei să fie mai mare comparativ cu situația în care plăcuțele de șină sunt elastice.

Răspunsul dinamic al șinei depinde de amortizarea componentelor căii respectiv de amortizarea introdusă de plăcuțele de șină și de prisma de piatră spartă. Rezultatele simulărilor numerice arată însă importanța pe care tipul de model de amortizare o are în ceea ce privește valoarea teoretică a receptanței șinei. Cele mai uzuale modele de amortizare sunt modelul amortizării proporționale și modelul amortizării histeretice. Primul model poate fi folosit atât pentru analiza în frecvență, cât și pentru analiza în timp însă rezultatele au un domeniu limitat de acuratețe întrucât lucrul mecanic disipat crește proporțional cu frecvența, ceea ce contrazice experimentele care arată o dependență limitată în funcție de frecvență. Rezultatele obținute cu ajutorul amortizării histeretice sunt mai apropiate de cele experimentale, dar acest model, fiind un model pur matematic în sensul că descrie defazajul dintre forță și deplasare în cazul armonic, poate fi aplicat numai în domeniul frecvență.

Utilizarea în paralel a celor două modele de amortizare arată că rezonanțele de amplitudine se produc la frecvențe ușor diferite de la un model al altul, însă se modifică în mod semnificativ mărimea receptanțelor, ceea ce duce la distorsionarea răspunsului în frecvență.

### **Concluzii privind interacțiunea verticală osie motoare – cale de rulare**

Sistemul format din masa suspendată a boghiului, osia motoare, contactul elastic dintre roți și șine și calea de rulare are următoarele rezonanțe: două rezonanțe datorate mișcărilor de săltare și ruliu ale masei suspendate pe suspensia primară, două rezonanțe care corespund vibrației osiei ca și corp rigid pe calea de rulare (săltare – ruliu) și trei rezonanțe cuprinse între frecvența de antirezonanță a șinei și frecvența de rezonanță înaltă, corespunzătoare modurilor elastice de încovoiere ale osiei pe calea de rulare.

Funcțiile de răspuns în frecvență ale mărimilor de interes, deplasările roților și ale șinelor în secțiunile de contact, precum și forțele verticale de contact, sunt diferite de la o roată la alta datorită asimetriei osiei motoare. Amortizarea transformă rezonanțele în rezonanțe de amplitudine, iar dacă frecvențele de rezonanță sunt apropiate, atunci vârfurile rezonanțelor de amplitudine sunt contopite (ex. săltarea și ruliul masei suspendate pe suspensia primară sau săltare și ruliul osiei pe calea de rulare).

Efectul rugozităților asupra regimului de vibrație verticală al osiei motoare și al căii de rulare a fost studiat în corelație cu rigiditatea plăcuțelor de șină și cu starea de uzură a roților.

Pentru tema acestei lucrări, mărimea de interes cea mai importantă este forța verticală de contact și de aceea se face referire în continuare numai la aceasta.

Spectrul de amplitudine al forței verticale de contact prezintă maxime și minime locale după cum urmează. Maximele locale ale forței verticale de contact corespund săltării și ruliul masei suspendate a boghiului pe suspensia primară, modurilor rigide de vibrație a osiei pe calea de rulare și regimului antirezonaant al șinei, frecvența acestuia din urmă fiind influențată de rigiditatea plăcuțelor de șină. Minimele locale ale forței verticale de contact sunt în dreptul frecvențelor de rezonanță ale mișcărilor de săltare - ruliul ale masei suspendate care sunt cuplate cu cele ale osiei motoare și frecvențelor de rezonanță joasă și înaltă ale șinei.

În domeniul frecvențelor joase, inferioare frecvenței de rezonanță a modurilor rigide de vibrație a osiei pe calea de rulare, forța verticală de contact este mai mare dacă în cale sunt montate plăcuțe de șină elastice. La frecvențe mai mari însă, situația se inversează în sensul că forța verticală de contact este mai mică în cazul plăcuțelor de șină elastice.

Starea de uzură a roților osiei motoare are o influență mai redusă asupra forțelor verticale de contact. Se poate menționa totuși faptul că la frecvențe inferioare frecvenței de rezonanță a modurilor rigide de vibrație a osiei pe cale, rularea cu roți noi este însoțită de forțe verticale de contact relativ mai mari.

### **Concluzii privind vibrațiile longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare și a sistemului de conducere**

Fiind date condițiile de aderență (coeficientul de frecare static și starea suprafețelor de rulare), și având în vedere faptul că alunecarea motorului depinde de pseudoalunecarea roților pe șine, rezultă că, la o anumită viteză de circulație, regimul staționar se stabilește la acea valoare a pseudoalunecării la care se obține echilibrul dintre cuplul motor la osie și cuplul forțelor de frecare.

Analiza regimului staționar al osiei motoare la circulația cu viteza nominală conform caracteristicii de tracțiune arată că nu este posibilă atingerea valorii nominale a cuplului motor din cauza efectului pseudoalunecării roților pe șine asupra alunecării motorului. Cuplul motor efectiv dezvoltat depinde de starea suprafețelor de rulare în sensul că dacă suprafețele de rulare sunt uscate atunci cuplul efectiv este mai mare decât în situația în care suprafețele sunt umede. Pentru ca totuși motorul să dezvolte cuplul nominal este nevoie ca viteza de circulație să fie redusă în raport cu valoarea nominală, iar această reducere devine semnificativă dacă suprafețele de rulare sunt umede.

S-a demonstrat că pentru un anumit regim staționar, randamentul osiei motoare depinde exclusiv de pseudoalunecarea corespunzătoare aceluși regim staționar în sensul că reducerea randamentului este egală cu creșterea pseudoalunecării. Cum mărimea pseudoalunecării depinde de starea suprafețelor de rulare, fiind mai mare dacă suprafețele de rulare sunt umede, rezultă că pentru aceste condiții randamentul osiei motoare este afectat. Totodată, randamentul scade pe măsură ce se înrăutățesc condițiile de aderență respectiv osia se apropie de limita de aderență. Ca urmare, se recomandă evitarea circulației la limita de aderență, mai ales în condițiile în care suprafețele de rulare sunt umede, pentru că scade eficiența tracțiunii. Existența sistemului de antipatinare al locomotivei evită depășirea limitei de aderență și apariția

vibrațiilor de stick slip, dar nu poate micșora pseudoalunecarea osiei motoare pentru aceasta depinde exclusiv de forța de aderență și de starea suprafețelor de rulare.

Analiza liniară a stabilității arată că, neglijându-se amortizarea cuplajului elastic dintre arborele de torsiune și angrenajul reductor, precum și amortizarea sistemului de conducere al osiei, la limita de aderență, osia motoare se află la limita de stabilitate, indiferent dacă suprafețele de rulare sunt uscate sau umede; regimul de la limita de aderență este simplu stabil. În aceleași condiții, regimurile staționare aflate pe ramura ascendentă (stabilă) a curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare sunt asimptotic stabile, iar cele de pe ramura descendentă (instabilă) sunt instabile. Caracterul stabil/instabil al regimurilor staționare se explică prin contribuția componentei dinamice a forței de frecare care poate introduce amortizare pozitivă sau negativă în funcție de ramura pe care se află regimul staționar.

Analiza stabilității neliniare a regimurilor staționare instabile (aflate pe ramura instabilă) a arătat că, în absența oricărei amortizări, sunt posibile două cicluri limită stabile denumite cicluri limită de torsiune și de recul.

Ciclul limită de torsiune are frecvența apropiată de frecvența de rezonanță a primului mod elastic de torsiune al osiei motoare. Acesta se caracterizează prin faptul că este însoțit de componente armonice semnificative ale cuplului motor și ale cuplului forțelor de frecare care pot afecta rezistența mecanică a osiei.

Ciclul limită de recul se dezvoltă practic la frecvența de rezonanță a mișcării de recul a osiei legată prin sistemul de conducere elastică de cadrul de boghiu și se manifestă prin oscilații foarte mari ale forței de tracțiune.

Existența ciclurilor limită se justifică prin faptul că se ajunge la un echilibru energetic dintre energia acumulată și cea disipată în timpul unei perioade de componenta dinamică a forței de frecare care are efect de amortizare negativă sau pozitivă în funcție de ramura curbei forței de frecare pe care lucrează.

Amortizarea cuplajului elastic sau cea a sistemului de conducere al osiei limitează domeniile în care pot exista ciclurile limită. Mai mult, dacă sistemul de antrenare al osiei și cel de conducere sunt amortizate corespunzător, atunci regimul staționar instabil devine asimptotic stabil. În consecință, se pot îmbunătății performanțele de tracțiune când osia circulă la limita de aderență prin asigurarea amortizării necesare în sistemul de antrenare și în cel de conducere.

Analiza vibrațiilor longitudinale întreținute de variațiile forțelor de frecare induse de variațiile forțelor verticale de contact conduce la următoarele concluzii.

Dacă osia motoare circulă la limita de aderență, atunci variațiile forței de tracțiune și ale cuplului motor sunt aproape insensibile la tipul de plăcuțe de șină (elastice/rigide) cu care este prevăzută calea de rulare.

Variația forței de tracțiune este puternic influențată de poziționarea relativă a frecvenței proprii de recul a osiei în raport cu frecvența de rezonanță a modurilor rigide de vibrație a osiei pe cale, în sensul că valoarea eficace a forței de tracțiune poate crește și de 2-3 ori dacă cele două frecvențe sunt apropiate.

Ca urmare, se recomandă ca la proiectarea sistemului de conducere elastică al osiei motoare să se efectueze un calcul de verificare a poziționării frecvențelor de rezonanță.

Dacă parametrii de circulație ai osiei motoare corespund regimurilor staționare aflate pe ramura stabilă a curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare, regimul dinamic se îmbunătățește substanțial datorită efectului amortizării pozitive.

Rularea pe suprafețe de rulare umede este net defavorabilă în comparație cu circulație pe suprafețe de rulare uscate din cauza faptului că efectul de amortizare pozitivă este mai slab, panta curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare este sensibil mai mică.

Cu toate acestea, la limita de aderență, starea suprafețelor de rulare nu influențează intensitatea regimului de vibrații longitudinale, deoarece indiferent de faptul că suprafețele de rulare sunt uscate sau umede, efectul variației forței de frecare este același întrucât panta la curba forței de frecare este nulă.

Pentru validarea modelelor utilizate în această lucrare a fost elaborat un program consistent de încercări experimentale axat pe trei direcții de interes: vibrațiile torsionale ale osiei motoare, caracteristica mecanică a motorului asincron și vibrațiile verticale ale osiei.

Comparația dintre rezultatele experimentale și cele teoretice au permis validarea următoarelor modele: modelul pentru studiul vibrațiilor torsionale ale osiei motoare, modelul caracteristicii mecanice a motorului asincron și modelul de interacțiune verticală dintre osia motoare și calea de rulare.

## 7.2. Contribuții originale

În raport cu rezultatele analizei stadiului actual al cercetărilor în domeniul tezei respectiv interacțiunea dintre osia motoare și calea de rulare în condiții nominale de circulație conform caracteristicii de tracțiune, în cele ce urmează sunt prezentate cele mai importante contribuții personale.

- elaborarea modelului mecanic de interacțiune dintre osia motoare și calea de rulare cuprinzând următoarele aspecte originale: (a) structura modelului incluzând modelul vibrațiilor verticale osie motoare-cale de rulare și modelul vibrațiilor longitudinale care cuprinde sistemul de antrenare al osiei motoare și sistemul de conducere al acesteia; (b) mecanismul de excitație parametrică indus de variația forțelor de frecare datorită variației forțelor verticale de contact care permite evaluarea performanțelor de tracțiune ale osiei motoare în condiții de circulație apropiate de cele reale; (c) aplicarea modelului amortizării histeretice pentru a îmbunătăți calculul spectrelor de amplitudine și de fază ale variației forțelor verticale de contact și transformarea acestora într-o funcție pseudoaleatoare de timp reprezentând factorul de excitație parametrică al vibrațiilor longitudinale ale osiei motoare și utilizarea ca atare la integrarea ecuațiilor de mișcare;
- elaborarea modelelor matematice care a constat în deducerea ecuațiilor de mișcare asociate modelelor mecanice prin aplicarea principiilor mecanicii clasice;
- elaborarea modelelor numerice derivate din modelele matematice care au permis efectuarea aplicațiilor numerice ale tezei;

- analiza răspunsului în frecvență al unei osii motoare cu tracțiune unilaterală pentru vibrațiile de torsiune și de încovoiere și evidențierea influenței asimetriei inerțiale și a stării de uzură a roților asupra receptanțelor calculate în dreptul roților;
- analiza vibrațiilor verticale ale osiei motoare la circulația pe calea de rulare în prezența neregularităților suprafețelor de rulare în corelație cu modelul de amortizare al căii, asimetria inerțială a osiei motoare și starea de uzură a roților;
- elaborarea unei metode de obținere a spectrului de amplitudine al neregularităților suprafețelor de rulare plecând de la spectrul nivelului de rugozitate;
- analiza regimului staționar al sistemului de antrenare al osiei când motorul dezvoltă cuplul nominal, în funcție de coeficientul de frecare roată-șină ținând seama de starea suprafețelor de rulare; motorul electric poate dezvolta cuplul nominal numai dacă se reduce viteza în raport cu viteza nominală a caracteristicii de tracțiune la alunecarea pentru a se compensa efectul pseudoalunecării roților asupra alunecării motorului;
- calculul randamentului mecanic al osiei motoare în funcție de coeficientul de frecare dintre roți și șine în corelație cu starea suprafețelor de rulare; randamentul mecanic al osiei motoare acuză scăderi importante în cazul suprafețelor de rulare umede și/sau dacă se circulă la limita de aderență;
- analiza stabilității liniare a regimului staționar al sistemului de antrenare al osiei motoare corespunzător regimului nominal de funcționare a motorului electric în conformitate cu caracteristica de tracțiune a locomotivei și în funcție de variația coeficientului de frecare dintre roți și șine;
- analiza stabilității neliniare a regimurilor staționare instabile și punerea în evidență a existenței a două cicluri limită stabile, unul de torsiune de amplitudini mici și frecvența apropiată de frecvența de rezonanță a primului mod elastic de torsiune al osiei motoare, iar celălalt, de recul cu amplitudini mai mari la frecvența de rezonanță a mișcării de recul a osiei legată prin sistemul de conducere elastică de cadrul de boghiu;
- determinare influenței amortizării cuplajului elastic și a sistemului de conducere al osiei asupra existenței ciclurilor limită cu ajutorul diagramei de bifurcație Hopf și demonstrarea posibilității de eliminare a instabilității regimurilor staționare aflate pe ramura instabilă a curbei forței de frecare în funcție de viteza de alunecare prin asigurarea unei amortizări corespunzătoare a cuplajului elastic și a sistemului de conducere elastică al osiei;
- analiza regimului vibrațiilor longitudinale ale sistemului de antrenare al osiei motoare și a sistemului de conducere întreținute de variațiile forței verticale de contact ca urmare a interacțiunii dintre osie și calea de rulare în prezența neregularităților suprafețelor de rulare; s-a arătat că variația cuplului motor și a forței de tracțiune depind de starea suprafețelor de rulare (uscate/umede) cu excepția cazului în care osia circulă la limita de aderență;
- validarea pe cale experimentală a modelului mecanic al osiei motoare pentru studiul vibrațiilor de torsiune utilizând un stand didactic și de cercetare;

- proiectarea și realizarea unui stand experimental pentru determinarea caracteristicii mecanice a mașinii de curent alternativ asincron trifazată și validarea prin experimentări a caracteristicii mecanice teoretice utilizată în lucrare pentru a simula cuplul motor dezvoltat de motorul asincron; standul realizat permite desfășurarea de activități didactice și de cercetare;
- validarea pe cale experimentală a modelului de interacțiune verticală a osiei motoare cu calea de rulare pe baza măsurărilor de accelerație la nivelul cutiei de osie efectuate cu o locomotivă electrică (LE 5100 kW) în serviciu de tracțiune în linie curentă a unui tren de marfă.

### 7.3. Direcții viitoare de cercetare

Tema de cercetare poate fi dezvoltată după următoarele direcții de cercetare:

- regimul de demaraj al vehiculului de tracțiune, în special când demarajul are loc la limita de aderență;
- influența armonicelor cuplului motor induse de sistemul de alimentare și reglaj al motorului asincron (convertizorul static);
- circulația pe curbele de racordare și pe curbele circulare.

### Bibliografie selectivă

- 1 Aster, R. C., Borchers, B., Thurber, C. H., *Parameter estimation and inverse problems*, Elsevier, 2018.
- 2 Ayasse, J. B., Chollet, H., Wheel-rail contact. *Handbook of railway vehicle dynamics*, 85-120, 2006
- 3 Baeza, L., Vila, P., Xie, G., Iwnicki, S. D., *Prediction of rail corrugation using a rotating flexible wheelset coupled with a flexible track model and a non-Hertzian/non-steady contact model*, Journal of Sound and Vibration, 330(18-19), 4493-4507, 2011.
- 4 Bosso, N., Zampieri, N., *Experimental and numerical simulation of wheel-rail adhesion and wear using a scaled roller rig and a real-time contact code*, Shock and Vibration, 2014.
- 5 Chen, H., Ishida, M., Namura, A., Baek, K. S., Nakahara, T., Leban, B., Pau, M., *Estimation of wheel/rail adhesion coefficient under wet condition with measured boundary friction coefficient and real contact area*, Wear, 271(1-2), 32-39, 2011.
- 6 De Pancorbo, S. M., Ugalde, G., Poza, J., Egea, A., *Comparative study between induction motor and synchronous reluctance motor for electrical railway traction applications*, 5th international electric drives production conference (EDPC) (pp. 1-5). IEEE, 2015.



- 7 Doi, H., Miyamoto, T., Nishiyama, Y., Ohe, S., Kamachi, H., *A new experimental device to investigate creep forces between wheel and rail*, *Wear*, 271(1-2), 40-46, 2011
- 8 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *Evaluation of the vertical vibrations behaviour of the bogie at failure of the dampers in the primary suspension of the railway vehicle*, *MATEC Web of Conferences - Vol. 178*, 2018, Numărul articolului 06001.
- 9 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *Cross-correlation analysis of the vertical accelerations of railway vehicle bogie*, *Engineering, Procedia Manufacturing*, Vol. 32, 2019, pp. 114-120.
- 10 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, Cruceanu, I.C., *Experimental analysis of the vertical vibration of the railway bogie during braking*, *Procedia Manufacturing*, Vol. 46, 2020, pp. 49-54.
- 11 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *Influence of the interference of bounce and pitch vibrations upon the dynamic behaviour in the bogie of a railway vehicle*, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, Vol. 400.
- 12 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *Numerical study on the influence of primary suspension damping upon the dynamic behaviour of railway vehicles*, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 444, 2018.
- 13 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *Numerical study on the influence of suspension damping on the bogie vertical vibration*, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 564, 2019
- 14 Dumitriu, M., **Gheți, M.A.**, *On the longitudinal vibration of the railway bogie*, *MATEC Web of Conferences*, Vol. 290, 2019, Numărul articolului 08008.
- 15 Dwyer-Joyce, R. S., Yao, C., Lewis, R., Brunskill, H., *An ultrasonic sensor for monitoring wheel flange/rail gauge corner contact*, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 227(2), 188-195, 2013.
- 16 Dwyer-Joyce, R. S., Yao, C., Zhang, J., Lewis, R., Drinkwater, B. W., *Feasibility study for real time measurement of wheel-rail contact using an ultrasonic array*, 2009.
- 17 **Gheți, M.A.**, Mazilu, T., *Torsion frequency response function of a train driving wheelset*, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 997, 2020, Numărul articolului 012044.
- 18 Hussain, I., Mei, T. X., *Multi Kalman filtering approach for estimation of wheel-rail contact conditions*, *UKACC International Conference on Control 2010* (pp. 1-6), 2010.
- 19 Hussain, I., Mei, T. X., Ritchings, R. T., *Estimation of wheel-rail contact conditions and adhesion using the multiple model approach*, *Vehicle System Dynamics*, 51(1), 32-53, 2013.
- 20 Iwnicki, S., Spiryagin, M., Cole, C., McSweeney, T., *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, Second Edition, CRC Press, Taylor& Francis Group, Boca Raton, 2020.

- 21 Iwnicki, S., *The Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*, Routledge, 2017.
- 22 Kalker, J. J., *A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact*, *Vehicle System Dynamics* 11, 1-13, 1982.
- 23 Kim, M. S., *Study on the adhesion characteristic between wheel and rail using the scaled test-bench*, *Int J Mechanics*, 9, 198-205, 2015.
- 24 Kouroussis, G., Connolly, D. P., Verlinden, O., *Railway-induced ground vibrations—a review of vehicle effects*, *International Journal of Rail Transportation*, 2(2), 69-110, 2014.
- 25 Lewis, R., Olofsson, U., *Wheel-rail interface handbook*, Elsevier, 2009.
- 26 Lohninger, R., Grabner, H., Weidenholzer, G., Silber, S., Amrhein, W. *Modeling, simulation, and design of a permanent-magnet-assisted synchronous reluctance machine*, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 51(1), 196-203, 2014.
- 27 Malvezzi, M., Pugi, L., Papini, S., Rindi, A., Toni, P, *Identification of a wheel–rail adhesion coefficient from experimental data during braking tests*, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of rail and rapid transit*, 227(2), 128-139, 2013.
- 28 Martínez-Casas, J., Giner-Navarro, J., Baeza, L., Denia, F. D., *Improved railway wheelset–track interaction model in the high-frequency domain*, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 309, 642-653, 2017.
- 29 Mazilu, T., Dumitriu, M., *On the steady state interaction between an asymmetric wheelset and track*, *Thirteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* , 2011.
- 30 Mazilu, T., *Analysis of infinite structure response due to moving wheel in the presence of irregularities via Green’s functions method*, *Proceedings of the Romanian Academy, Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science*, 10(2), 139-150, 2009.
- 31 Mazilu, T., *Confortul la materialul rulant*, Ed. Matrixrom, București, 2003.
- 32 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, Leu, M.C., *Influence of elastic supports on the dynamic response of two rails connected with joint bars*, *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, Vol. 83, Iss. 3, 2021.
- 33 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, *Modelul mecanic al osiei motoare pentru studiul interacțiunii cu calea de rulare*, *Simpozionul Național de Material Rulant de Cale Ferată – XVI*, București, 2017, Editura MatrixRom, București, ISSN 1843-9888, ISSN 1843-9888, pp. 20-29.
- 34 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, *On the bending vibration of a train driving wheelset*, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, Vol. 591, Numărul articolului 012059.

- 35 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, *Regimurile staționare de tracțiune ale locomotivelor electrice*, Simpozionul Național de Material Rulant de Cale Ferată – XVII, București, 2019, Editura MatrixRom, București, ISSN 1843-9888, pp. 2-11.
- 36 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, *Theoretical assessment of vertical interaction between a wheelset and track: Influence of the track damping model*, Proceedings of the International Conference on Structural Dynamic, EURODYN 2020, Vol. 2, 2020, pp. 2667 - 2679.
- 37 Mazilu, T., **Gheți, M.A.**, *Vibrațiile torsionale ale osiei motoare*, Simpozionul Național de Material Rulant de Cale Ferată – Ediția XVII, București, 2018, Editura MatrixRom, ISSN 1843-9888, pp. 2-11.
- 38 Mazilu, T., *Green's functions for analysis of dynamic response of wheel/rail to vertical excitation*, Journal of Sound and vibration, 306(1-2), 31-58, 2007.
- 39 Mazilu, T., Răcănel, I.R., **Gheți, M.A.**, *Vertical interaction between a driving wheelset and track in the presence of the rolling surfaces harmonic irregularities*, Romanian Journal of Transport Infrastructure, Vol. 9, Numărul 2, 2020, pp. 38 – 52.
- 40 Mazilu, T., *Some aspects about Driving wheel/rail contact in steady state interaction*, 10th International Conference on Tribology, Bucharest, Romania (pp. 33-38), 2007.
- 41 Mazilu, T., *Vibrații roată-șină*, Ed. MatrixRom, București, 2008.
- 42 Mazilu, T., *Vibrații*, Ed. MatrixRom, București, 2012.
- 43 Mazilu, T., *Wheel/rail interaction due to parametric excitation*, Scientific Bulletin Series D: Mechanical Engineering, 69(3), 23-38, 2007.
- 44 Meymand, S. Z., Craft, M. J., Ahmadian, M., *On the application of roller rigs for studying rail vehicle systems*, Rail Transportation Division Conference (Vol. 56116, p. V001T01A015). American Society of Mechanical Engineers, 2013.
- 45 Moghaddam, R. R., Magnussen, F., Sadarangani, C. *Theoretical and experimental reevaluation of synchronous reluctance machine*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 57(1), 6-13, 2009.
- 46 Nategh, S., Lindberg, D., Brammer, R., Boglietti, A., Aglen, O., *Review and trends in traction motor design: Electromagnetic and cooling system layouts*, XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM) (pp. 2600-2606). IEEE, 2018.
- 47 Onat, A., Voltr, P., *Swarm intelligence based multiple model approach for friction estimation at wheel-rail interface*, Proceedings of the 5th International Symposium on Engineering, Artificial Intelligence and Applications (ISEAIA 2017), Kyrenia, Cyprus (pp. 8-10), 2017.
- 48 Pau, M., Aymerich, F., Ginesu, F., *Ultrasonic measurements of nominal contact area and contact pressure in a wheel-rail system*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 214(4), 231-243, 2000.

- 49 Pichlík, P., Zděnek, J., *Extended Kalman filter utilization for a railway traction vehicle slip control*, 2017 International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM) & 2017 Intl Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP) (pp. 869-874). IEEE, 2017.
- 50 Piotrowski, J., Chollet, H., *Wheel–rail contact models for vehicle system dynamics including multi-point contact*, *Vehicle System Dynamics*, 43(6-7), 455-483, 2005.
- 51 Polach, O., *A fast wheel-rail forces calculation computer code*, *Vehicle System Dynamics*, 33(sup1), 728-739, 1999.
- 52 Polach, O., *Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit*, *Wear*, 258(7-8), 992-1000, 2005.
- 53 Popa, G. *Tracțiune feroviară cu motoare asincrone trifazate*, Ed. Matrixrom, București, România, 2005.
- 54 Remington, P. J., *Wheel/rail rolling noise, I: Theoretical analysis*, *The journal of the Acoustical Society of America*, 81(6), 1805-1823, 1987,
- 55 Sebeșan, I., *Tratat de dinamica vehiculelor feroviare*, Ed. Academiei Române, București, România, 2020.
- 56 Sichani, M., Enblom, R., Berg, M., *An alternative to FASTSIM for tangential solution of the wheel–rail contact*, *Vehicle System Dynamics*, 54(6), 748-764, 2016.
- 57 Spiriyagin, M., Cole, C., Sun, Y. Q., McClanachan, M., Spiriyagin, V., McSweeney, T. *Design and simulation of rail vehicles*, CRC press, 2014.
- 58 Strano, S., Terzo, M., *On the real-time estimation of the wheel-rail contact force by means of a new nonlinear estimator design model*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 105, 391-403, 2018.
- 59 Sugiyama, H., Tanii, Y., Suda, Y., Nishina, M., Komine, H., Miyamoto, T., Chen, H., *Wheel/rail contact geometry on tight radius curved track: simulation and experimental validation*, *Multibody system dynamics*, 25(2), 117-130, 2011.
- 60 Thompson, D. J., Latorre Iglesias, E., Liu, X., Zhu, J., Hu, Z., *Recent developments in the prediction and control of aerodynamic noise from high-speed trains*, *International Journal of Rail Transportation*, 3(3), 119-150, 2015.
- 61 Thompson, D. J., *Noise and Vibration Mechanisms Modelling and Means of Control*, Elsevier, Oxford, UK, 2008.
- 62 Vollebregt, E. A. H., Iwnicki, S. D., Xie, G., Shackleton, P., *Assessing the accuracy of different simplified frictional rolling contact algorithms*, *Vehicle System Dynamics*, 50(1), 1-17, 2012.
- 63 Ward, C. P., Goodall, R. M., Dixon, R., Charles, G. A., *Adhesion estimation at the wheel–rail interface using advanced model-based filtering*, *Vehicle System Dynamics*, 50(12), 1797-1816, 2012.

- 64 Wu, W., Zhu, X., Quan, L., Du, Y., Xiang, Z., Zhu, X., *Design and analysis of a hybrid permanent magnet assisted synchronous reluctance motor considering magnetic saliency and PM usage*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 28(3), 1-6, 2017.
- 65 Yu, D., Huang, X. Y., Fang, Y. T., Zhang, J., *Design and comparison of interior permanent magnet synchronous traction motors for high speed railway applications*, IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD) (pp. 58-62). IEEE, 2017.
- 66 Zaazaa, K. E., Schwab, A. L., *Review of Joost Kalker's wheel-rail contact theories and their implementation in multibody codes*, International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (Vol. 49019, pp. 1889-1900), 2009.
- 67 Zhai, W., *Vehicle-Track Coupled Dynamics Theory and Application*, Springer, Singapore, 2019.
- 68 Zhai, W., Wei, K., Song, X., Shao, M., *Experimental investigation into ground vibrations induced by very high speed trains on a non-ballasted track*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 72, 24-36, 2015.
- 69 Zhao, Y., Liang, B., *Re-adhesion control for a railway single wheelset test rig based on the behaviour of the traction motor*, Vehicle system dynamics, 51(8), 1173-1185, 2013.