



**UNIVERSITATEA NAȚIONALĂ DE
ȘTIINȚĂ ȘI TEHNOLOGIE
POLITEHNICA BUCUREȘTI**
Școala Doctorală de Ingineria Sistemelor Biotehnice



REZUMAT TEZĂ DE DOCTORAT

Dinamica sistemelor de corpuri în câmp gravitațional

**Conducător științific,
Prof.univ.dr.ing. Ion Stroe**

**Doctorand,
Ing. Sandra-Elena Nichifor**

BUCUREȘTI 2023

Cuprins

Introducere	3
Capitolul 1	5
Sisteme multicorp	5
Capitolul 2	6
Studiul cinematicii și dinamicii sistemelor de corpuri	6
Capitolul 3	7
Modelarea și simularea unui manipulator serial cu 6 grade de libertate	7
3.1. Cinematica directă	7
3.2. Cinematica inversă	8
3.3. Jacobianul	10
3.4. Modelul dinamic al unui manipulator serial cu șase grade de libertate	11
3.5. Planificarea traiectoriei unui manipulator serial	12
3.6. Studiu de caz	12
3.7. Concluzii	15
Capitolul 4	16
Modelarea dinamică a unui manipulator paralel	16
4.1. Analiza cinematică a platformei Stewart	16
4.2. Ecuațiile dinamice ale platformei Stewart	17
4.2.1. Analiza dinamică a actuatorilor	17
4.2.2. Analiza dinamică a platformei Stewart	19
4.3. Studiu de caz	20
4.4. Concluzii	23
Capitolul 5	24
Aterizarea unui vehicul aerian pe o platformă mobilă	24
5.1. Model dinamic vehicul aerian	24
5.2. Faza de aterizare	26
5.3. Concluzii	28
Capitolul 6	29
Analiza experimentală	29
Capitolul 7	30
Misiuni de rendezvous & docking	30
7.1. Traiectorii în sistem de referință inerțial	30
7.2. Traiectorii în sistem de referință neinerțial	31

7.3.	Aplicații numerice conform problemelor cunoscute de mecanică analitică.....	32
7.4.	Mișcarea în jurul unei stații orbitale	32
7.5.	Studiu de caz.....	33
7.6.	Concluzii.....	35
Capitolul 8.	36
	Concluzii și dezvoltări ulterioare	36
8.1.	Concluzii generale	36
8.2.	Contribuții originale	37
8.3.	Direcții viitoare de cercetare.....	38
Bibliografie (selectivă)		39

Introducere

Studiul cinematicii și al dinamicii sistemelor de corpuri rigide este de mare importanță pentru dezvoltarea tehnologiei, deoarece toate rezultatele acestor studii sunt direct aplicabile specialităților legate de mișcarea sistemelor de corpuri: domeniul aerospațial, transport. Cunoștințele de bază de cinematică și dinamică ajută la aproximarea și calcularea corectă a relațiilor dintre mișcările obiectelor din sistem, acestea putând face predicții adecvate despre modul în care sistemul va răspunde atunci când este supus forțelor externe.

Lucrarea de doctorat propune dezvoltarea unor modele matematice în ceea ce privește calculul cinematicii directe și inverse al unor manipolatoare de tip serial, robot industrial ABB 7600, respectiv de tip paralel, platforma Stewart. De asemenea, se testează modelul dinamic ale unui quadcopter pentru a se realiza aterizarea pe o platformă mobilă cu șase grade de libertate. În metoda de calcul se va utiliza formalismul Lagrange atât pentru sisteme de referință inerțiale, cât și neinerțiale. Pentru misiunile de rendezvous & docking se au în vedere problemele cunoscute de mecanică analitică și se urmărește studiul comparativ al mișcării relative al unui satelit în jurul unei stații orbitale, ce se mișcă pe o orbită circulară, respectiv eliptică. Teza de doctorat se încadrează în Domeniul Mecanic prin abordarea diferitelor probleme specifice acestui domeniu, astfel realizându-se studii sistematice bazate pe cunoștințe esențiale și rezultate experimentale. Pentru acest lucru s-au utilizat metode numerice și simulări ce s-au dovedit a fi instrumente deosebit de eficiente pentru calculele matematice din această lucrare. Scopul lucrării se concentrează pe modelarea dinamică a sistemelor multicorp, respectiv pe studii comparative în ceea ce privește mișcarea relativă a unui satelit față de o stație orbitală ce se mișcă pe o traiectorie definită.

Obiectivul general al tezei este reprezentat de contribuția originală la dezvoltarea și implementarea modelelor cinematice și dinamice ale sistemelor de corpuri, metodologia de cercetare necesitând anumite metode și instrumente, respectiv cercetări ale unui ample bibliografii, modelare conceptuală, simulări numerice și testare, limbaje de programare (Matlab, Simulink, RobotStudio). Pentru îndeplinirea obiectivelor propuse, structura tezei presupune șase capitole principale, un capitol de concluzii și dezvoltări ulterioare, respectiv bibliografie și anexe.

Primul capitol cuprinde o imagine de ansamblu în ceea ce privește sistemele multicorp, în care se definesc principalele concepte de bază ale dinamicii sistemelor de corpuri și modele cinematice ale manipuletoarelor.

În cadrul Capitolului 2 s-au exemplificat conceptele generale ale corpurilor rigide și s-au definit principalele modele dinamice utilizate în cadrul studiului următoarelor capitole.

În Capitolul 3 s-au calculat cinematica directă a unui manipulator serial utilizând parametrii Denavit-Hartenberg, respectiv cinematica inversă utilizând metode iterative, inclusiv prin abordare geometrică. Tot în cadrul acestui capitol s-a determinat modelul dinamic al robotului cu șase grade de libertate avându-se în vedere dinamica vitezei, respectiv jacobianul și s-a definit planificarea unei traiectorii în mediul de simulare RobotStudio.

Capitolul 4 prezintă modelarea dinamică a unui manipulator paralel cu șase grade de libertate și diferite studii de caz în care s-au impus mișcările platformei Stewart și s-a urmărit variația atât a lungimilor actuatorilor, cât și a forțelor acestora funcție de timp.

Importanța Capitolului 5 constă în dezvoltarea modelului dinamic al unui vehicul aerian și aterizarea acestuia pe o platformă mobilă, în cazul acesta este cea prezentată în cadrul Capitolului 4. De asemenea, s-a urmărit timpul de aterizare al vehiculului aerian pe platformă în funcție de mișcarea definită a acesteia și de legea de control adoptată.

Capitolul 6 are în vedere analiza experimentală ce presupune aterizarea unui modul electronic dronă atașat efectorului final al unui robot ABB7600 pe o platformă Stewart.

Conținutul Capitolului 7 se axează pe studiul mișcării relative a unui astronaut în jurul unei stații orbitale de dimensiuni mult mai mari. Cazul de simulare avut în vedere depinde de traiectoria impusă a stației orbitale, în acest sens aceasta având o traiectorie circulară.

Capitolul 8 este dedicat concluziilor, contribuțiilor personale, precum și direcțiilor viitoare de cercetare și dezvoltare. Diagrama de mai jos reprezintă capitolele definite în cadrul acestei lucrări.



Capitolul 1

Sisteme multicorp

În cadrul acestui capitol se subliniază importanța dezvoltării și diversificării mecanismelor în toate domeniile, prin intermediul cercetărilor științifice pentru perfecționarea sistemelor mecanice existente. Studiul cinematicii și dinamicii a avut contribuții semnificative în industria roboticii industriale, facilitând astfel adaptabilitatea roboților în medii în continuă schimbare și creșterea productivității. Robotica este prezentată ca un domeniu complex, care depășește granițele ingineriei tradiționale și necesită cunoștințe interdisciplinare în inginerie electrică, sisteme și inginerie industrială, inginerie mecanică, economie, informatică și matematică.

Importanța roboticii industriale constă în capacitatea roboților de a produce în mod constant produse de calitate într-un proces de producție de lungă durată, ușurând munca umană și îmbunătățind confortul oamenilor. Robotica are și aplicații în domenii precum explorarea spațiului și medicina, facilitând intervenții chirurgicale și operații, precum și producția farmaceutică.

Dezvoltările viitoare în domeniul roboticii implică extinderea în alte domenii teoretice, cum ar fi controlul neliniar, algebră computațională, geometrie computațională și inteligență în medii nestructurate.

Lucrarea de studiu analizează cinematica și dinamica sistemelor de corpuri rigide, cu accent pe optimizarea roboților și manipulatorilor paraleli, în vederea realizării unor mișcări complexe și a soluțiilor tehnologice avansate.

Capitolul de față prezintă conceptele fundamentale ale dinamicii sistemelor de corpuri pentru înțelegerea atât a mișcării, cât și a comportamentului corpurilor sub acțiunea forțelor externe. În cadrul acestui subcapitol se au în vedere definiții ale legăturilor, articulațiilor, lanțurilor, mecanismelor, respectiv ale gradelor de libertate. În acest context, o definiție ce sintetizează mecanismul este dată de către Franz Reuleaux ”mecanismul reprezintă un ansamblu de corpuri interconectate prin articulații mobile pentru a forma un lanț cinematic închis cu o legătură fixă, concepute cu scopul de a transforma mișcarea”.

Studiul de față are rolul de a evidenția toate conceptele de bază care intervin în dezvoltarea și diversificarea mecanismelor cu aplicații în tot mai multe domenii de interes, respectiv control, optimizare, simulare în timp real, planificare a traseului. În acest sens, robotica va prezenta unul dintre subiectele de interes în ceea ce privește abordarea noilor direcții de cercetare ale dinamicii și cinematicii sistemelor de corpuri.

Capitolul 2

Studiul cinematicii și dinamicii sistemelor de corpuri

Studiul mișcării unui sistem obiect poate fi realizat prin două tipuri de analiză distincte: analiza cinematică și analiza dinamică. Analiza cinematică se concentrează pe mișcarea sistemului fără a lua în considerare forțele care acționează asupra acestuia. Aceasta implică determinarea poziției, vitezei și accelerației componentelor sistemului. În analiza cinematică, se examinează interacțiunea dintre geometria și mișcarea sistemului, fără a lua în considerare forțele. Elementele care sunt antrenate necesită specificații suplimentare în cadrul analizei cinematice, în timp ce celelalte elemente pot fi obținute utilizând ecuații de constrângere cinematice care descriu topologia sistemului. Analiza dinamică a unui sistem de obiecte se concentrează pe relația și cauzalitatea mișcării componentelor sistemului, inclusiv forțele și momentele externe aplicate. În această analiză, mișcarea sistemului nu este predefinită și calculul acesteia este unul dintre principalele obiective. Analiza dinamică permite estimarea forțelor externe care depind de pozițiile relative ale componentelor sistemului, cum ar fi forțele exercitate de arcuri, amortizoare și actuatoare. De asemenea, se pot estima și forțele externe precum cele de contact și de frecare, rezultate din interacțiunea componentelor sistemului cu mediul înconjurător. În timpul analizei dinamice, se obțin și forțele și momentele interne de reacție generate în articulațiile cinematice, acestea împiedicând mișcarea relativă în direcțiile specificate între obiectele conectate.

Studiul cinematicii și dinamicii sistemelor de corpuri rigide are o importanță deosebită în dezvoltarea tehnologiei, deoarece rezultatele obținute sunt aplicate într-o varietate de domenii.

În cadrul acestui capitol se evidențiază conceptele generale ale corpurilor rigide, respectiv noțiunile de matrice de rotație, mărimi cinematice ale corpurilor rigide, calcul de cinematică directă, utilizând parametrii Denavit-Hartenberg, și inversă, utilizând decuplarea cinematică sau abordarea geometrică a poziției. De asemenea, s-a avut în vedere prezentarea formalismului Lagrange în ceea ce privește calculul dinamicii sistemelor de corpuri rigide, formulări care rezumă modul în care pot fi definite ecuațiile generale de mișcare.

Capitolul 3

Modelarea și simularea unui manipulator serial cu 6 grade de libertate

În cadrul acestui capitol se au în vedere modelarea și simularea unui manipulator serial cu șase grade de libertate. semnificativ al diferitelor manipuloare robotice este de a ajunge la poziția, respectiv orientarea necesară a efectorului final pentru a îndeplini diferite sarcini predefinite. În capitolul de față se vor defini atât problema cinematicii directe, cât și problema cinematicii inverse. Problema cinematicii directe reprezintă ansamblul tuturor relațiilor ce permit definirea poziției efectorului final în funcție de variabilele articulațiilor. În schimb, problema cinematicii inverse asigură determinarea coordonatelor articulațiilor ce duc efectorul final în poziția și orientarea dorite. În acest sens, calculul va urmări mai mulți pași: planificarea traseului, generarea traiectoriei și proiectarea controlului, pornind de la schema de mai jos

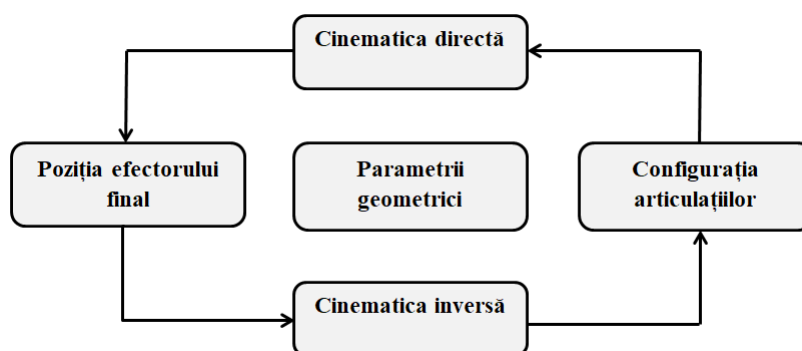


Figura 3.1 Relația dintre cinematica directă și cea inversă

3.1. Cinematica directă

Problema cinematicii directe are în vedere determinarea poziției și orientării efectorului final folosind valorile articulațiilor manipulatorului.

În acest sens au fost formulate mai multe posibilități de determinare a poziției efectorului final utilizând coordonate carteziane, coordonate cilindrice, coordonate sferice și coordonate articulate.

În lucrarea de față s-a avut în vedere determinarea poziției efectorului final unui manipulator ABB 7600, utilizând parametrii Denavit-Hartenberg. În acest sens s-au determinat matricele de transformare pentru fiecare legătură a manipulatorului folosind

$$[T_i] = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Cunoscându-se faptul că matricele de transformare omogene dintre bază și fiecare articulație în parte se calculează după formula

$$[T]_n^0 = [T]_1^0 [T]_2^1 [T]_3^2 \dots [T]_n^{n-1} \quad (3.2)$$

s-au obținut următoarele rezultate în ceea ce privește orientarea și poziția efectorului final

$$[R]_6^0 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} c_4 c_5 c_6 + c_5 s_1 s_4 c_6 - c_1 s_{23} s_5 c_6 + & s_1 c_4 c_6 - c_1 c_{23} s_4 c_6 - c_1 c_{23} c_4 c_5 s_6 - & c_1 s_{23} c_5 - c_1 c_{23} c_4 s_5 - s_1 s_4 s_5 \\ + s_1 c_4 s_6 - c_1 c_{23} s_4 s_6 & -c_5 s_1 s_4 s_6 + c_1 s_{23} s_5 s_6 & \\ s_1 c_{23} c_4 c_5 c_6 - c_1 c_5 s_4 c_6 - s_1 s_{23} s_5 c_6 - & -c_1 c_4 c_6 - c_{23} s_1 s_4 c_6 - c_{23} c_4 c_5 s_1 s_6 + & s_1 s_{23} c_5 - c_{23} c_4 s_1 s_5 + c_1 s_4 s_5 \\ -c_1 c_4 s_6 - c_{23} s_1 s_4 s_6 & +c_1 c_5 s_4 s_6 + s_1 s_{23} s_5 s_6 & \\ -s_{23} c_4 c_5 c_6 - c_{23} s_5 c_6 + s_{23} s_4 s_6 & s_{23} s_4 c_6 + c_4 c_5 s_{23} s_6 + c_{23} s_5 s_6 & c_{23} c_5 + c_4 s_{23} s_5 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$P_6^0 = \begin{bmatrix} c_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} - d_4 s_{23} - d_6 c_5 s_{23} - d_6 c_{23} c_4 s_5) - d_6 s_1 s_4 s_5 \\ s_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} - d_4 s_{23} - d_6 c_5 s_{23} - d_6 c_{23} c_4 s_5) + d_6 c_1 s_4 s_5 \\ -a_2 s_2 - a_3 s_{23} + d_6 c_4 s_{23} s_5 - d_4 c_{23} - d_6 c_{23} c_5 + d_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$s_x = \sin \theta_x, x = 1, 2 \dots 6$$

$$c_x = \cos \theta_x, x = 1, 2 \dots 6$$

în care s-au făcut următoarele notații:

$$c_{xy} = \cos(\theta_x + \theta_y), x = 1, 2 \dots 6, y = 1, 2 \dots 6$$

$$s_{xy} = \sin(\theta_x + \theta_y)$$

3.2. Cinematica inversă

Cinematica inversă reprezintă un domeniu esențial în robotică, care se ocupă de determinarea unghiurilor articulațiilor unui sistem robotizat pentru a obține o anumită poziție și orientare a efectorului final. Rezolvarea problemei cinematicii inverse poate fi uneori dificilă, deoarece implică determinarea soluțiilor matematice pentru un sistem non-liniar de ecuații. Deși există metode analitice pentru anumite tipuri de roboți și configurații, în multe cazuri, soluțiile exacte nu pot fi obținute într-un mod simplu. Astfel, metodele numerice și algoritmi iterativi sunt adesea utilizați pentru a găsi soluții aproximative.

În ceea ce privește metodele analitice de rezolvare a problemei de cinematică inversă, se au în vedere o serie de lucrări de specialitate ce evidențiază diferite abordări. O cercetare recentă a fost efectuată în cadrul lucrării de specialitate [19] în care s-a calculat cinematica inversă asupra unui manipulator ce a constat din mai multe legături interconectate prin șapte articulații revolute. În acest caz problema cinematicii inverse a fost rezolvată utilizând un coeficient unghiular al unei legături pentru a reprezenta redundanța manipulatorului serial. Cea de a patra articulație a fost derivată într-o expresie de formă închisă, ținând cont de configurația sferică a bazei, aceasta ducând la calcularea celorlalte articulații folosind ecuațiile cinematicii inverse.

Metoda iterativă a cinematicii inverse bazată pe geometria manipulatorului serial reprezintă una dintre abordările alese în cadrul acestei lucrări. Această metodă a fost aleasă datorită faptului că pot obține mai multe soluții, dacă acestea există, la orice poziție și orientare bine definite. În ceea ce privește determinarea primelor două unghiuri de îmbinare

ale configurației manipulatorului, expresiile cinematice ale acestora sunt derivate în două ecuații trigonometrice neliniare. Restul unghiurilor articulațiilor se determină prin înlocuirea succesivă a rădăcinilor obținute în expresiile cinematice.

Se consideră cunoscute atât poziția efectorului final, $\{P_6^0\} = \{P_x P_y P_z\}^T$, cât și parametrii de legătură, urmând să se determine unghiurile de îmbinare folosind cinematica inversă.

- Problema generală de cinematică inversă

Problema generală de cinematică inversă constă în impunerea poziției și orientării efectorului final, respectiv

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & P_x \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & P_y \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

unde s-a notat cu h_{ij} ($i, j = \overline{1,3}$) componentele matricei de rotație ale efectorului final, iar cu P_x, P_y, P_z componentele poziției efectorului final pe cele trei axe, toate acestea fiind cunoscute.

Astfel se poate scrie relația

$$[T]_6^0 = [T]_1^0 [T]_2^1 [T]_3^2 [T]_4^3 [T]_5^4 [T]_6^5 = [H] \quad (3.6)$$

Prin intermediul acestei relații se obține un sistem de 12 ecuații neliniare cu 6 necunoscute, iar pentru determinarea tuturor articulațiilor se are în vedere înmulțirea succesivă cu matricea inversă a unei anumite transformări în ambele părți ale ecuației cinematice ale robotului.

Prima articulație de determină înmulțind relația (3.6) cu $[T]_1^{0-1}$, obținându-se valoarea unghiului primei articulații

$$\theta_1 = \arctg \left(\frac{P_y - d_6 h_{23}}{P_x - d_6 h_{13}} \right) \quad (3.7)$$

Următoarea etapă este înmulțirea ecuației (3.6) cu inversa matricei $[T]_3^2$, obținându-se astfel valoarea celei de a patra articulații

$$\theta_4 = \arctg \left(\frac{h_{13} s_1 - h_{23} c_1}{(h_{13} c_1 + h_{23} s_1) c_{23} - h_{33} s_{23}} \right) \quad (3.8)$$

În ceea ce privește determinarea valorii celei de a cincea articulații, se înmulțește relația (3.6) cu $[T]_4^3$ și se obține

$$\theta_5 = \arctg \left(\frac{(h_{13} c_1 + h_{23} s_1) c_{23} c_4 - h_{33} s_{23} c_4 + (h_{13} s_1 - h_{23} c_1) s_4}{(h_{13} c_1 + h_{23} s_1) s_{23} + h_{33} c_{23}} \right) \quad (3.9)$$

Ultima etapă este înmulțirea relației (3.6) cu matricea $[T]_5^4$, iar prin calcule matematice se obține

$$\theta_6 = \arctg \left(\frac{-(h_{11} c_1 + h_{21} s_1) c_{23} s_4 + h_{31} s_{23} s_4 + (h_{11} s_1 - h_{21} c_1) c_4}{-(h_{12} c_1 + h_{22} s_1) c_{23} s_4 + h_{32} s_{23} s_4 + (h_{12} s_1 - h_{22} c_1) c_4} \right) \quad (3.10)$$

Având în vedere calculul matematic complex în ceea ce privește determinarea unghiurilor θ_2 și θ_3 , în continuare se va aborda problema geometrică pentru calculul celor două unghiuri.

- Abordarea geometrică a poziției pentru determinarea unghiurilor θ_2 și θ_3

O altă metodă simplă de rezolvare a cinematicii inverse este prin îndepărtarea ultimelor legăturii și prin păstrarea primelor trei articulații ale brațului robotic pentru determinarea valorilor unghiurilor θ_2 și θ_3 .

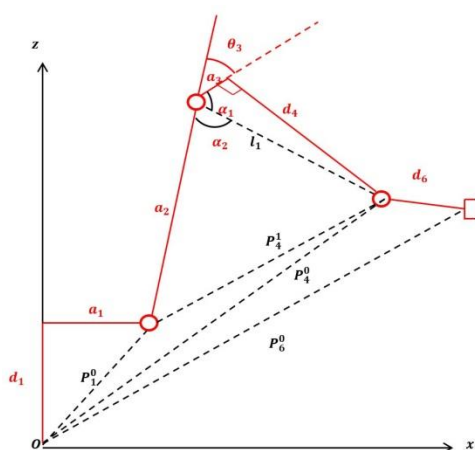


Figura 3.2 Vedere laterală simplificată a brațului robotic

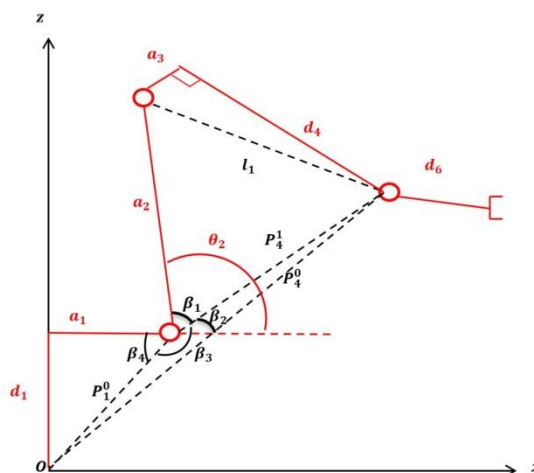


Figura 3.3 Vedere laterală braț robotic

După cum se poate observa în Figura 3.2, utilizând relații trigonometrice se pot determina anumite lungimi, spre exemplu l_1 , α_1 , unde P_0^4 reprezintă poziția articulației patru față de baza brațului robotic, P_0^1 este poziție articulației unu față de baza brațului robotic, iar P_4^1 reprezintă poziția articulației patru față de prima articulație.

În urma calculelor matematice cunoscute, s-a determinat valoarea unghiului celei de a treia articulații

$$\theta_3 = \pi - \arctg\left(\frac{d_4}{a_3}\right) - \arccos\left(\frac{a_2^2 + l_1^2 - P_{14}^2}{2a_2l_1}\right) \quad (3.11)$$

În ceea ce privește determinarea unghiului celei de a doua articulații, se vor identifica elementele geometrice din Figura 3.3. Într-o primă etapă se identifică lungimile corespunzătoare pozițiilor articulațiilor doi și patru față de poziția primei articulații a brațului robotic, obținându-se în final expresia unghiului celei de a doua articulații

$$\theta_2 = \pi - \arccos\left(\frac{a_2^2 + P_{14}^2 - l_1^2}{2a_2P_{14}}\right) - \arccos\left(\frac{P_{01}^2 + P_{14}^2 - P_{04}^2}{2P_{01}P_{14}}\right) - \arctg\left(\frac{d_1}{a_1}\right) \quad (3.12)$$

3.3. Jacobianul

În ceea ce privește modelarea și controlul roboților, Jacobianul reprezintă o parte esențială în planificarea și executarea traiectoriilor, determinarea unor configurații, executarea mișcărilor coordonate, derivarea ecuațiilor dinamice ale mișcării și transformarea forțelor și a cupurilor de la ectorul final la articulații.

În acest sens, robotul ABB7600 ce are 6 legături cinematice va avea Jacobianul sub forma unei matrici de 6x6 ce poate fi folosită atât pentru determinarea vitezei unghiulare și liniare a efectorului final, cât și pentru determinarea vitezei oricărui punct al manipulatorului. Atât viteza liniară cât și cea unghiulară se vor trata separat, viteza unghiulară a efectorului final fiind definită de matricea pătratică antisimetrică.

Utilizând matricea Jacobiană, J , cele două viteze pot fi descrise

$$\begin{aligned} \{v_k\} &= [J_{v_k}]\{\dot{q}_k\} \\ \{\omega_k\} &= [J_{\omega_k}]\{\dot{q}_k\}, \quad k = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (3.13)$$

unde v_k este viteza liniară, ω_k este viteza unghiulară, J_{v_k} și J_{ω_k} reprezintă matricele Jacobiene ale vitezei liniare și unghiulare, \dot{q}_k reprezintă coordonatele generalizate ale vitezei, respectiv

$$\{\dot{q}\} = \{\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_4 \ \dot{\theta}_5 \ \dot{\theta}_6\}^T \quad (3.14)$$

Având în vedere că modelul ABB7600 are șase articulații revoluate, formulele pentru determinarea matricelor jacobiene se definesc

$$\{J_{v_i}\} = \left\{ [R]_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (\{P\}_n^0 - \{P\}_{i-1}^0) \right\}, \quad n = 6, i = \overline{1,6} \quad (3.15)$$

$$\{J_{\omega_i}\} = \left\{ [R]_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad i = \overline{1,6} \quad (3.16)$$

În cadrul acestui subcapitol au fost determinate matricele jacobiene liniare și unghiulare pentru fiecare braț în parte al robotului, ținând cont de cele evidențiate anterior și de faptul că

$$[R]_0^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{P\}_0^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ și } \{P\}_6^0 = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}.$$

3.4. Modelul dinamic al unui manipulator serial cu șase grade de libertate

În acest capitol s-a avut în vedere modelarea dinamică a unui manipulator cu șase grade de libertate, fiind considerat în acest sens manipulatorul serial definit în cadrul acestui capitol. Având în vedere cinematica manipulatorului descrisă la punctul 3.1., în acest sens se utilizează notația axă/unghi pentru reprezentarea atitudinii efectorului final [5]. Astfel că, pentru orice matrice de rotație $[R]$, se consideră o singură rotație în jurul unei axe în spațiu printr-un unghi adecvat.

Studiul modelului dinamic al robotului ABB IRB 7600 are în vedere ecuațiile Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \tau, \quad k = \overline{1,6} \quad (3.17)$$

unde lagrangianul este definit ca diferența dintre energia cinetică și cea potențială.

De asemenea, sistemul mecanic al robotului ABB 7600 depinde de două ipoteze

- Sistemul este supus unor constrângeri holonomice

- Forțele de constrângere satisfac principiul lucrului mecanic virtual

Utilizând relația (3.17) se poate scrie forma generală a dinamicii robotului

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3.18)$$

unde $M(q)$ reprezintă matricea maselor și conține forțe inerțiale, $C(q, \dot{q})$ reprezintă vectorul forțelor Coriolis și forțelor centrifugale, $G(q)$ reprezintă vectorul forțelor gravitaționale.

În urma determinării energiilor cinetice și potențiale, a forțelor Coriolis și centrifugale și ale forțelor gravitaționale, s-a obținut următoarea ecuație a modelului dinamic al robotului

$$\left[\{J_{v_i}\}^T m_i \{J_{v_i}\} + \{J_{\omega_i}\}^T [I_i] \{J_{\omega_i}\} \right] \ddot{q} + \left[\dot{M}(q)\{\dot{q}\} - \frac{1}{2}\{\dot{q}\}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_k} \{\dot{q}\} \right] \dot{q} - \sum_{i=1}^6 J_{v_i}^T m_i g = \tau \quad (3.19)$$

$i = \overline{1,6}$.

3.5. Planificarea traiectoriei unui manipulator serial

Planificarea traiectoriei reprezintă un aspect crucial al controlului manipulatorilor seriali în robotică. Aceasta implică generarea de traiectorii fără coliziuni și eficiente pentru ca efectorul final al robotului să îndeplinească diferite sarcini. În ceea ce privește planificarea traiectoriei manipulatorului serial ABB7600, s-a avut în vedere un polinom de ordin patru pentru definirea traiectoriei, determinându-se deplasarea unghiulară, viteza unghiulară și accelerația unghiulară pentru o mișcare de tipul start-mișcare-stop. În acest sens au fost impuse unghiurile articulațiilor de început și de final.

3.6. Studiu de caz

În cadrul acestui studiu de caz s-au avut în vedere modelarea matematică și analiza cinematică a unui braț robotic ABB IRB7600. Acesta a fost modelat matematic folosind parametrii Denavit-Hartenberg, soluțiile de cinematică directă și inversă fiind generate și implementate cu ajutorul software-ului Matlab. În acest soft dezvoltat s-a testat cinematica mișcării și s-a determinat mișcarea relevantă.

Parametrii Denavit-Hartenberg ai manipulatorului se regăsesc în tabelul de mai jos

Legătura	d_i [m]	θ_i [grad]	a_i [m]	α_i [grad]
1	$d_1 = 0.78$	$\theta_1 = 45$	$a_1 = 0.41$	$\alpha_1 = -90$
2	0	$\theta_2 = 30$	$a_2 = 1.075$	0
3	0	$\theta_3 = 30$	$a_3 = 0.165$	$\alpha_3 = -90$
4	$d_4 = 1.056$	$\theta_4 = -45$	0	$\alpha_4 = 90$
5	0	$\theta_5 = 30$	0	$\alpha_5 = -90$
6	$d_6 = 0.25$	$\theta_6 = 0$	0	0

Tabel 1 Parametrii Denavit-Hartenberg definiți ai robotului ABB7600

Acest studiu de caz are în vedere verificarea și validarea relațiilor obținute ale valorile articulațiilor urmărind procedeul de cinematică inversă. Primul pas a fost identificarea orientării și poziției efectorului final

$$\{P_6^0\} = \begin{Bmatrix} 0.2586 \\ 0.1336 \\ -0.4601 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$[R]_6^0 = \begin{bmatrix} -0.5227 & 0.7500 & -0.4053 \\ 0.3433 & -0.2500 & -0.9053 \\ -0.7803 & -0.6124 & -0.1268 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Cel de al doilea pas a fost calculul de cinematică inversă descris la punctul 3.2., valorile articulațiilor astfel obținute fiind $\theta_1 = 45^\circ$; $\theta_2 = 29.9977^\circ$; $\theta_3 = 29.9993^\circ$; $\theta_4 = -44.9962^\circ$; $\theta_5 = 30.0036^\circ$; $\theta_6 = -0.0052^\circ$.

În urma studiului comparativ al valorilor calculate ale unghiurilor articulațiilor brațului robotic cu ajutorul cinematicii inverse, se observă că modelul matematic descris este aplicabil modelului ABB 7600.

Pentru cazul în care se folosește traiectoria polinomială de grad IV, valorile unghiurilor inițiale și finale ale articulației sunt următoarele

Articulație [grd]	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
Start	20	10	10	10	20	10
Stop	50	90	120	80	60	100

Tabel 2 Valorile inițiale și finale ale articulațiilor

La determinarea traiectoriei, pe baza modelului cinematic al robotului ABB7600, sunt luate în considerare două scenarii de simulare. Primul scenariu presupune că atât vitezele unghiulare, cât și accelerațiile unghiulare inițiale și finale sunt zero, în timp ce al doilea scenariu consideră o viteză unghiulară inițială de $1.5^\circ/s$. Simulările pentru cele două cazuri descrise mai sus au fost efectuate folosind mediul de simulare Matlab

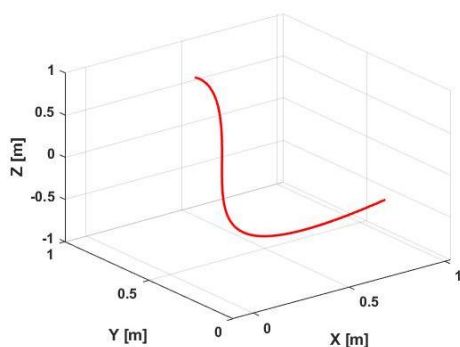


Figura 3.4 Traiectorie efector final caz 1

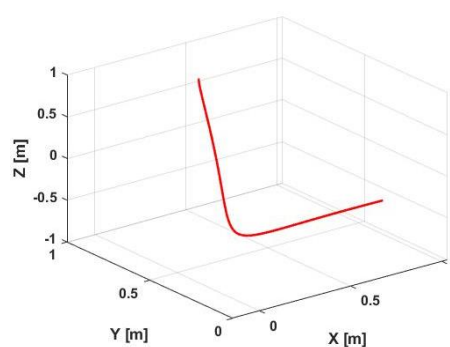


Figura 3.5 Traiectorie efector final caz 2

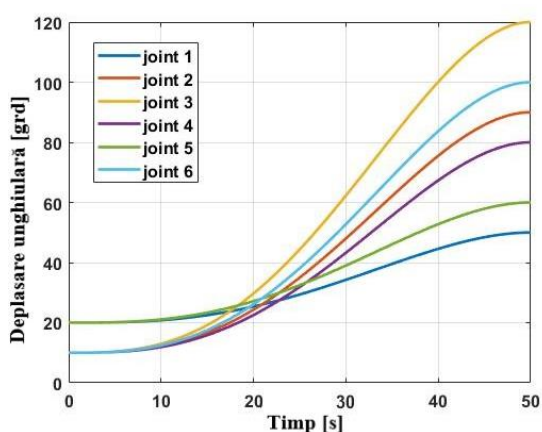


Figura 3.6 Deplasare unghiulară caz 1

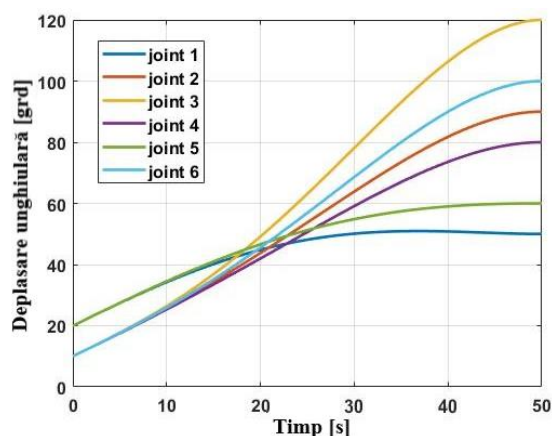


Figura 3.7 Deplasare unghiulară caz 2

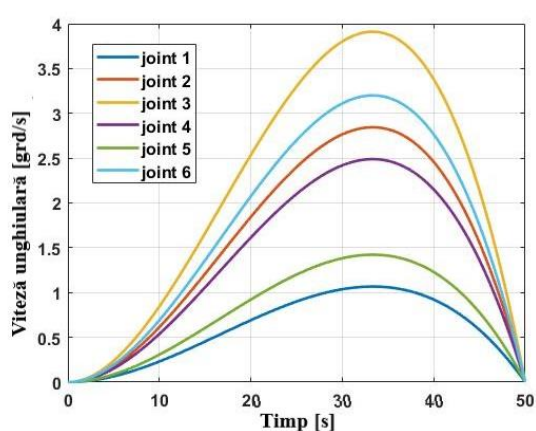


Figura 3.8 Viteză unghiulară caz 1

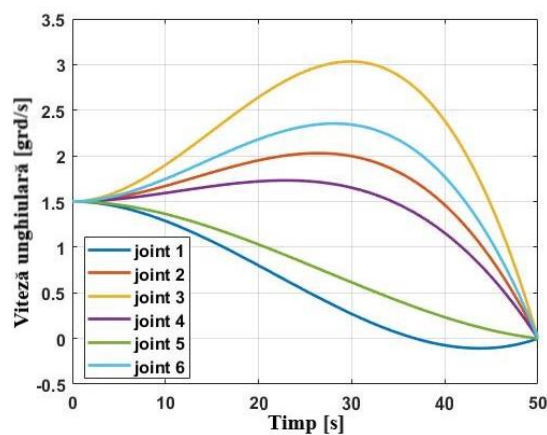


Figura 3.9 Viteză unghiulară caz 2

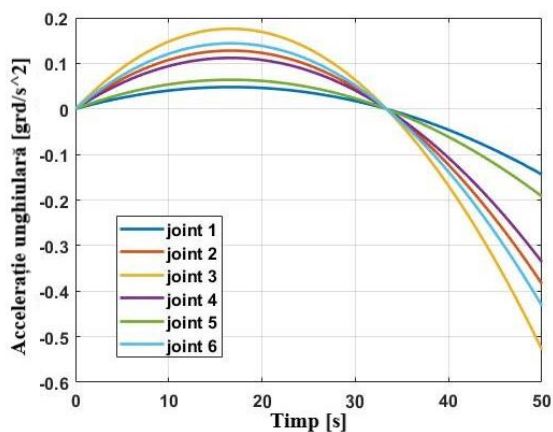


Figura 3.10 Accelerație unghiulară caz 1

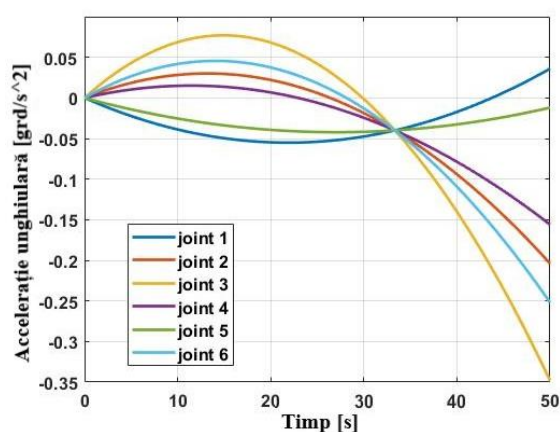


Figura 3.11 Accelerație unghiulară caz 2

După cum se observă în Fig. 3.4 și Fig. 3.5, există diferențe semnificative între traiectoriile efectorului final obținute, acestea fiind semnificative datorită modificării valorii vitezei inițiale. Este important de menționat că timpul de simulare a fost fixat la 50 de secunde pentru ambele cazuri. Datorită variațiilor de viteză și accelerație dintre cele două traiectorii, consumul de energie și cererea de la motoarele robotului pot varia, deoarece scopul este atingerea poziției finale. O traiectorie cu accelerație inițială și finală zero va impune

solicitări mai mici ale motoarelor, în timp ce o traiectorie cu o viteză inițială impusă poate împinge motoarele la capacitatea lor maximă.

Deoarece scopul este de a obține o mișcare lină și fără șocuri, alegerea metodei de interpolare de gradul patru duce la minimizarea variației accelerației. Acest studiu pune bazele teoretice pentru o simulare experimentală care să verifice validitatea rezultatelor obținute și să se asigure că acestea se mențin în limite acceptabile. Analiza experimentală, care va servi drept analiză pentru aterizarea într-un punct fix pe o platformă mobilă, va fi efectuată în Laboratorul SpaceSysLab Maneciu al Institutului Național de Cercetări Aerospațiale „Elie Carafoli”.

3.7. Concluzii

Acest capitol prezintă dezvoltarea modelului cinematic și dinamic al unui manipulator serial cu șase grade de libertate, pentru simulările prezentate utilizându-se mediul de simulare Matlab. Soluția obținută în cazul studiului cinematicii directe a robotului s-a bazat pe utilizarea parametrilor Denavit-Hartenberg, iar cea în cazul cinematicii inverse a utilizat o procedură de calcul iterativă. De interes a fost obținerea unui model matematic în ceea ce privește cinematica inversă pentru un manipulator serial cu șase grade de libertate, procedura utilizată luând în considerare toate constrângerile asupra variabilelor, precum și determinarea analitică a Jacobianului.

Dezvoltările ulterioare au în vedere îmbunătățirea controlului efectorului final al manipulatorului serial ce funcționează cu elemente flexibile, ce depinde de modelul cinematic și dinamic prezentat în cadrul acestui capitol. De asemenea, s-a realizat o traiectorie a efectorului final al robotului ABB7600 și s-a urmărit variația celor șase unghiuri ale articulațiilor acestuia, respectiv vitezele unghiulare și accelerațiile unghiulare în funcție de anumiți parametri de intrare.

Capitolul 4

Modelarea dinamică a unui manipulator paralel

O platformă generală Gough-Stewart este un manipulator paralel cu șase actuatore prismatiche, în mod obișnuit acestea sunt cricuri hidraulice sau actuatore electrice liniare, ce sunt atașate în perechi, în trei poziții pe placa de bază a platformei trecând peste trei puncte montate pe o placă superioară. Platforma are șase grade de libertate, iar problema cinematicii directe implică determinarea poziției (poziția și orientarea) platformei în mișcare față de bază, având în vedere lungimea picioarelor și coordonatele punctelor de atașare în cadrul său local de referință. [2]

4.1. Analiza cinematică a platformei Stewart

Cinematica inversă determină lungimile actuatorilor în funcție de poziția și orientarea platformei Stewart. Modelul de cinematică inversă este dezvoltat pe baza unor modele simplificate, după cum se regăsesc în lucrările [25], [32], [38]. De asemenea, cinematica inversă tratează problema matematică a descrierii poziției și orientării platformei în termenii variabilelor actuatorilor.

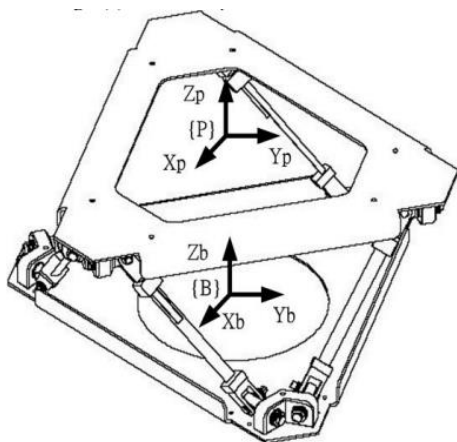


Figura 4.1 Cadre coordonate platforma Stewart [48]

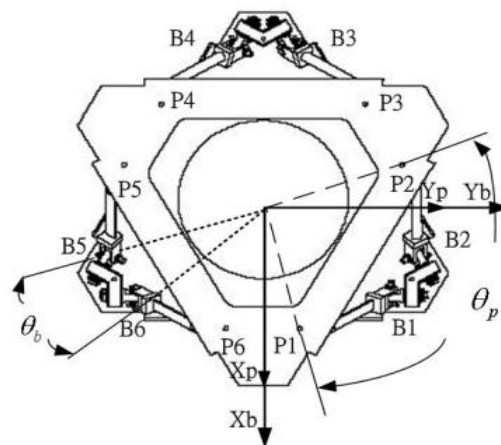


Figura 4.2 Poziționarea punctelor de pe platforma Stewart [48]

Prin adoptarea transformărilor de coordonate adecvate și prin determinarea punctelor de pe platforma inferioară și superioară, vectorul de acționare L_i corespunzător fiecărui actuator poate fi derivat

$$\{L_i\} = [R] \cdot \{P_i\} + \{P\} - \{B_i\}, i = 1, 2, 3 \dots 6 \quad (4.1)$$

unde vectorul $\{P\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$ reprezintă poziția sistemului de coordonate $\{P\}$.

Având în vedere că lungimea actuatorului este $l_i = |L_i|$, se obține o soluție a cinematicii inverse

$$\{L_i\} = \begin{Bmatrix} r_{11} \cdot P_{ix} + r_{12} \cdot P_{iy} + x - B_{ix} \\ r_{21} \cdot P_{ix} + r_{22} \cdot P_{iy} + y - B_{iy} \\ r_{31} \cdot P_{ix} + r_{32} \cdot P_{iy} + z \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$l_i = |L_i| = \sqrt{(r_{11} \cdot P_{i_x} + r_{12} \cdot P_{i_y} + x - B_{i_x})^2 + (r_{21} \cdot P_{i_x} + r_{22} \cdot P_{i_y} + y - B_{i_y})^2 + (r_{31} \cdot P_{i_x} + r_{32} \cdot P_{i_y} + z)^2} \quad (4.3)$$

$$l_i^2 = x^2 + y^2 + z^2 + r_P^2 + r_B^2 + 2(r_{11}P_{i_x} + r_{12}P_{i_y})(x - B_{i_x}) + 2(r_{21}P_{i_x} + r_{22}P_{i_y})(y - B_{i_y}) + 2(r_{31}P_{i_x} + r_{32}P_{i_y})z - 2(xB_{i_x} + yB_{i_y}) \quad (4.4)$$

Cinematica directă a platformei superioare a manipulatorului paralel cu șase grade de libertate joacă un rol important în ceea ce privește controlul sau vizualizarea mișcării platformei, însă aceasta este greu de definit din cauza neliniarității și complexității platformei. O metodă populară de rezolvare a problemei de derivație este metoda Newton Raphson, însă aceasta suferă de pași repetitivi înainte de convergența soluției și, prin urmare, nu poate deveni o soluție în timp real. De asemenea, prin impunerea unor valori greșite a condițiilor inițiale această metodă poate duce la o buclă infinită în ceea ce privește rezolvarea. Cu toate acestea, expresia generală poate fi exprimată

$$f(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = x^2 + y^2 + z^2 + r_P^2 + r_B^2 + 2(r_{11}P_{i_x} + r_{12}P_{i_y})(x - B_{i_x}) + 2(r_{21}P_{i_x} + r_{22}P_{i_y})(y - B_{i_y}) + 2(r_{31}P_{i_x} + r_{32}P_{i_y})z - 2(xB_{i_x} + yB_{i_y}) - l_i^2 \quad (4.5)$$

4.2. Ecuatiile dinamice ale platformei Stewart

Analiza dinamică a manipulatorului paralel este mult mai dificilă în comparație cu cea a manipulatorului în serie din cauza existenței mai multor lanțuri cinematice, toate conectate prin platforma mobilă. Astfel că în acest subcapitol se va utiliza formularea Lagrange, deoarece oferă o structură mult mai bună pentru a descrie dinamica manipulatorului. În ceea ce privește derivarea ecuațiilor dinamice ale platformei Stewart, întregul sistem va fi separat în două părți, platforma mobilă și actuatorii. De asemenea, energiile cinetice și potențiale vor fi calculate pentru ambele părți, ulterior ecuațiile dinamice fiind derivate folosind aceste energii.

4.2.1. Analiza dinamică a actuatorilor

Fiecare actuator al platformei Stewart este compus din două părți: partea mobilă (piston) și partea fixă (cilindru), după cum se observă în figura de mai jos. Componenta mobilă este conectată de platforma superioară printr-o articulație sferică, în timp ce componenta fixă este conectată la platforma de bază printr-o articulație Hooke.

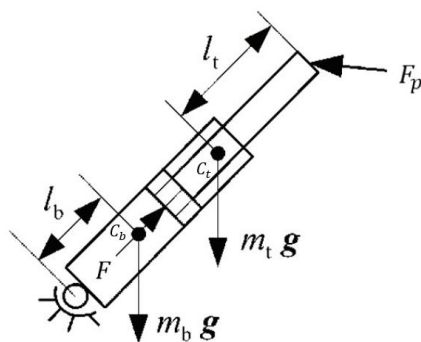
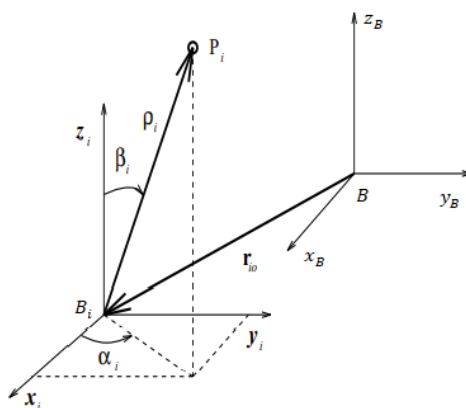


Figura 4.3 Actuator platforma Stewart

După cum se observă în Figura 4.3, se definesc centrele de greutate pentru fiecare componentă în parte, respectiv distanțele de la cele două articulații și până la centrele de greutate. De asemenea, pentru calculul poziției și orientării actuatorilor se va lua în considerare figura de mai jos, unde s-au evidențiat sistemele de coordonate ale centrului bazei $B(x_B, y_B, z_B)$, respectiv ale uneia din articulațiile punctelor platformei inferioare, $B_i(x_{B_i}, y_{B_i}, z_{B_i})$.

Figura 4.4 Vectorul $\vec{B_i P_i}$ în coordonate sferice

După cum se observă în Figura 4.4, vectorul de poziție al punctului P_i poate fi definit și cu ajutorul coordonatelor sferice, unde

$$\begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{Bmatrix} = \{r_{i_0}\} + \{\rho_i\}, \quad i = \overline{1,6} \quad (4.6)$$

cu

- $\{r_{i_0}\} = \begin{Bmatrix} x_{i_0} \\ y_{i_0} \\ z_{i_0} \end{Bmatrix}$ reprezentând vectorul $\vec{B B_i}$
- $\{\rho_i\} = \begin{Bmatrix} \rho_i \cos \alpha_i \sin \beta_i \\ \rho_i \sin \alpha_i \sin \beta_i \\ \rho_i \cos \beta_i \end{Bmatrix}$ reprezentând $\vec{B_i P_i}$ scris în coordonate sferice.

În ceea ce privește calcularea vitezelor liniare și unghiulare ale tuturor legăturilor, acestea vor fi deduse cu ajutorul vitezelor carteziane independente ale platformei $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z]$.

Odată ce s-a determinat vectorul de poziție al punctului P_i , se poate determina și viteza legăturii astfel

$$\{\lambda_i\} = [C_i^{-1}] \begin{Bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \\ \dot{z}_P \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Accelerațiile liniare și unghiulare ale legăturilor se determină în funcție de accelerațiile carteziane ale platformei $[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\omega}_x \ \ddot{\omega}_y \ \ddot{\omega}_z]$, obținându-se

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_P \\ \ddot{y}_P \\ \ddot{z}_P \end{Bmatrix} = \{\dot{\rho}_{i_r}\} + \{\omega_i\} \times \{\rho_i\} + \{\omega_i\} \times (\{\dot{\rho}_{i_r}\} + \{\omega_i\} \times \{\rho_i\}), \quad i = \overline{1,6} \quad (4.8)$$

unde

$$\{\dot{\rho}_{i_r}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\rho}_i \cos \alpha_i \sin \beta_i \\ \dot{\rho}_i \sin \alpha_i \sin \beta_i \\ \dot{\rho}_i \cos \beta_i \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\{\omega_i\} = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta}_i \sin \alpha_i - \dot{\beta}_i \dot{\alpha}_i \cos \alpha_i \\ \dot{\beta}_i \cos \alpha_i - \dot{\beta}_i \dot{\alpha}_i \sin \alpha_i \\ \ddot{\alpha}_i \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

Având în vedere că $\{\lambda_i\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\rho}_i \\ \ddot{\alpha}_i \\ \ddot{\beta}_i \end{Bmatrix}$ s-a obținut

$$\{\mathbf{h}_i\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_P - 2\dot{\rho}_i \dot{\beta}_i c_{\alpha_i} c_{\beta_i} + 2\dot{\rho}_i \dot{\alpha}_i s_{\alpha_i} s_{\beta_i} + 2\rho_i \dot{\alpha}_i \dot{\beta}_i s_{\alpha_i} c_{\beta_i} + \rho_i \dot{\alpha}_i^2 c_{\alpha_i} s_{\beta_i} + \rho_i \dot{\beta}_i^2 c_{\alpha_i} s_{\beta_i} \\ \ddot{y}_P - 2\dot{\rho}_i \dot{\beta}_i s_{\alpha_i} c_{\beta_i} - 2\dot{\rho}_i \dot{\alpha}_i c_{\alpha_i} s_{\beta_i} - 2\rho_i \dot{\alpha}_i \dot{\beta}_i c_{\alpha_i} c_{\beta_i} + \rho_i \dot{\alpha}_i^2 s_{\alpha_i} s_{\beta_i} + \rho_i \dot{\beta}_i^2 s_{\alpha_i} s_{\beta_i} \\ \ddot{z}_P + c_{\beta_i} + 2\dot{\rho}_i \dot{\beta}_i s_{\beta_i} + \rho_i \dot{\beta}_i^2 c_{\beta_i} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

unde s-au făcut notațiile $c_{\alpha_i} = \cos \alpha_i$, $c_{\beta_i} = \cos \beta_i$, $s_{\alpha_i} = \sin \alpha_i$, $s_{\beta_i} = \sin \beta_i$.

4.2.2. Analiza dinamică a platformei Stewart

Analiza dinamică a platformei Stewart se poate realiza prin aplicarea ecuațiilor Lagrange [60], [70]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_k} + \frac{\partial U}{\partial q_k} = Q_k \quad (4.12)$$

În cazul de față q_k reprezintă coordonatele generalizate, respectiv $q_k = [x \ y \ z \ \varphi \ \theta \ \psi]^T$, Q_k sunt forțele generalizate, iar E și U reprezintă energia cinetică respectiv energia potențială a platformei superioare.

Energia cinetică de translație ce apare datorită mișcării de translație a centrului de masă este definită

$$E_t = \frac{1}{2} m_p (\dot{P}_x^2 + \dot{P}_y^2 + \dot{P}_z^2) \quad (4.13)$$

unde m_p este masa platformei superioare, iar $\dot{P}_x^2, \dot{P}_y^2, \dot{P}_z^2$ sunt vitezele pe cele trei axe ale centrului de masă.

În ceea ce privește mișcarea de rotație a platformei mobile în jurul centrului său de masă, energia cinetică de rotație poate fi scrisă

$$E_r = \frac{1}{2} \omega_p^T I_p \omega_p \quad (4.14)$$

unde I_p și ω_p sunt masa de inerție de rotație și viteza unghiulară a platformei mobile.

Energia cinetică totală a platformei superioare scrisă într-o formă compactă este

$$E = E_t + E_c = \frac{1}{2} [\dot{P}_x \ \dot{P}_y \ \dot{P}_z \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}] [M] \begin{Bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

unde M este o matrice diagonală 6x6 a platformei superioare.

De asemenea, energia potențială a platformei superioare este

$$U = [0 \ 0 \ m_p g \ 0 \ 0 \ 0] \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ \varphi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} = m_p g P_z \quad (4.16)$$

iar g reprezintă accelerația gravitațională.

Formularea ecuației utilizând coordonate redundante (ecuațiile folosesc mai multe coordonate decât grade de libertate ale sistemului de bază) ale cinematicii mecanismului este

$$M(X)\ddot{X} + C(X, \dot{X})\dot{X} + G(X) = J^T(X)\tau \quad (4.17)$$

Unde $M(X)$ este matricea masică, $C(X)$ este termenul forțelor coriolis și centrifugale, $G(X)$ este forța gravitațională, iar J este matricea jacobiană .

Matricea forțelor Coriolis, $C(q, \dot{q})$, se definește

$$C(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \{M(\dot{q}) + U_M^T - U_M\} \quad (4.18)$$

unde U_M se determină cu ajutorul produsului Kronecker.

4.3. Studiu de caz

În cadrul acestei secțiuni s-au realizat câteva simulări dinamice pentru a scoate în evidență efectul de inerție al actuatorilor și ale părților componente ale acestora asupra dinamicii întregului sistem.

Au fost luate în considerare șase cazuri de simulare, unul dintre acestea reprezentând o traiectorie sinusoidală de-a lungul axei z , în timp ce orientarea platformei în mișcare se menține constantă.

$$[\varphi, \theta, \psi]^T = [0, 0, 0]^T$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.3 \\ -0.08 * \cos(\omega * t) \end{bmatrix}$$

Tabel 3 Caz de simulare traiectorie sinusoidală predefinită

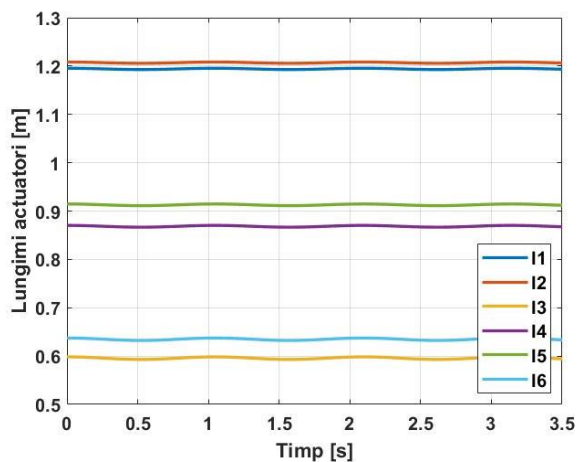


Figura 4.5 Lungimi actuatori funcție de timp

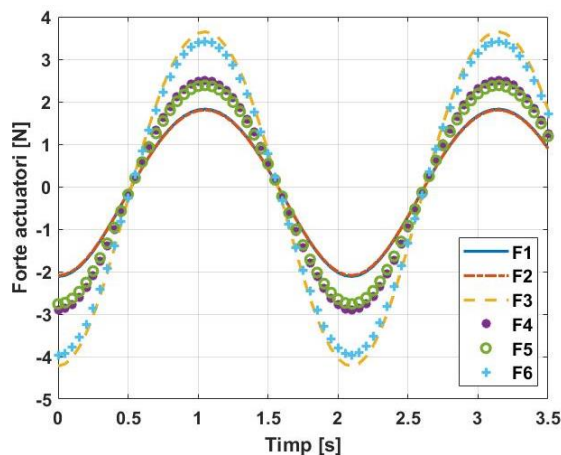


Figura 4.6 Forțe actuatori funcție de timp

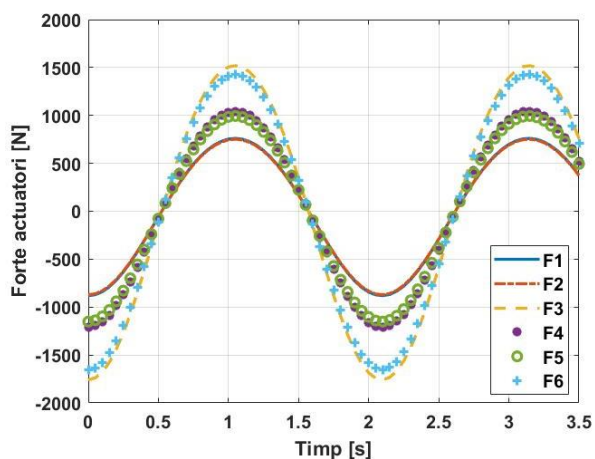


Figura 4.7 Forțe actuatori funcție de timp cu masa utilă de 1250kg

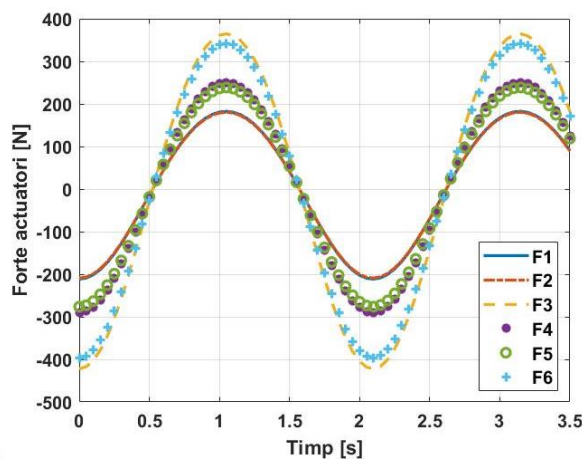


Figura 4.8 Forțe actuatori funcție de timp cu masa utilă de 300kg

De asemenea s-a studiat analiza de sensibilitate, ce reprezintă o metodă utilizată pentru a examina modul în care modificările în parametrii sau variabilele de intrare influențează rezultatul sau eficacitatea unui sistem. Procedura de analiză de sensibilitate implică identificarea parametrilor esențiali pentru performanța platformei Stewart, aceștia fiind parametrii așteptați să exercite cea mai semnificativă influență asupra sistemului. Ulterior, se

consideră o modificare sistematică a anumitor parametri, menținând constanți alții, în acest caz fiind luate în considerare trei simulări.

În prima fază, parametrii de intrare ai platformei Stewart au fost menținuți aceiași ca în cel de al șaselea caz de simulare, ulterior a fost modificat doar unghiul θ , iar în ultima simulare, s-a modificat unghiul ϕ . Parametrii specifici celui de al șaselea caz de simulare sunt următorii

$$[\varphi, \theta, \psi]^T = [0, 0, 20]^T$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3 + 0.25 * \sin(\omega * t) \\ -0.4 * \sin(\omega * t) \\ 0.7 + 0.5 * \sin(\omega * t) \end{bmatrix}$$

Tabel 4 Caz de simulare modificare unghi ψ

În figurile de mai jos, variațiile forțelor au fost identificate pe baza schimbărilor parametriilor de intrare.

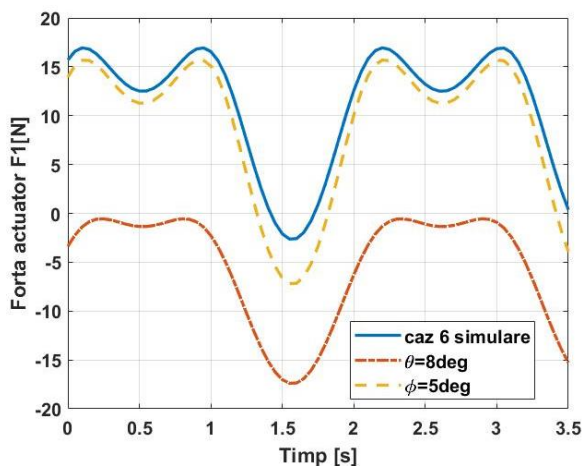


Figura 4.9 Analiză sensibilitate F1

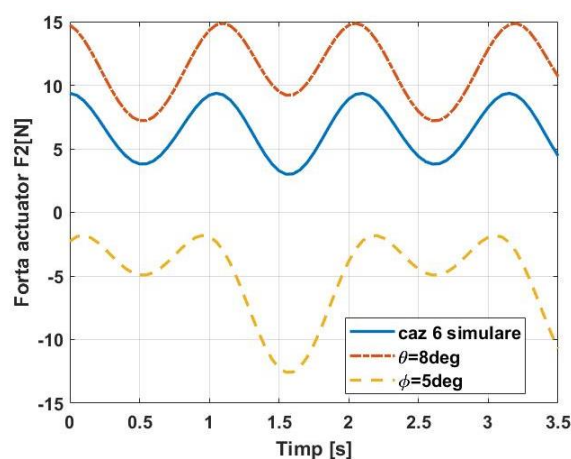


Figura 4.10 Analiză sensibilitate F2

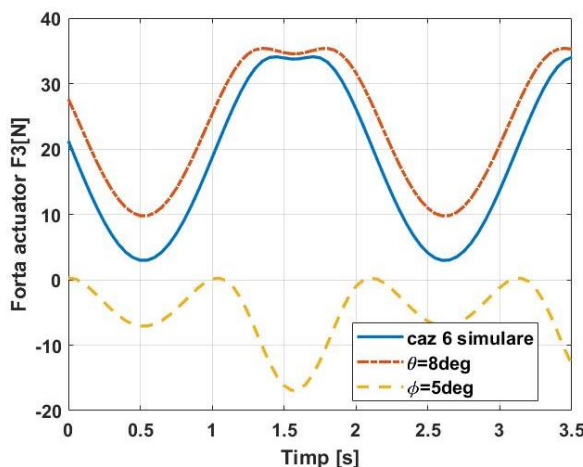


Figura 4.11 Analiză sensibilitate F3

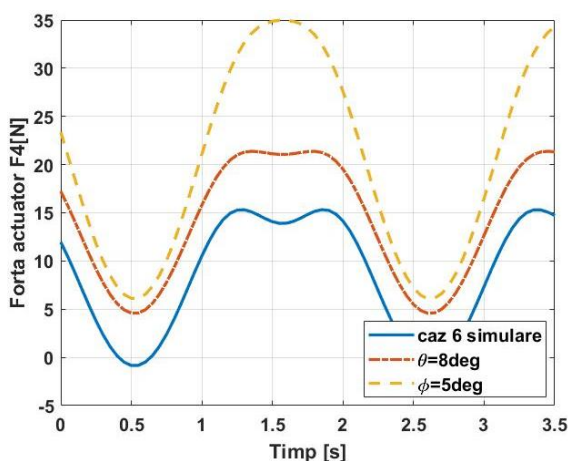


Figura 4.12 Analiză sensibilitate F4

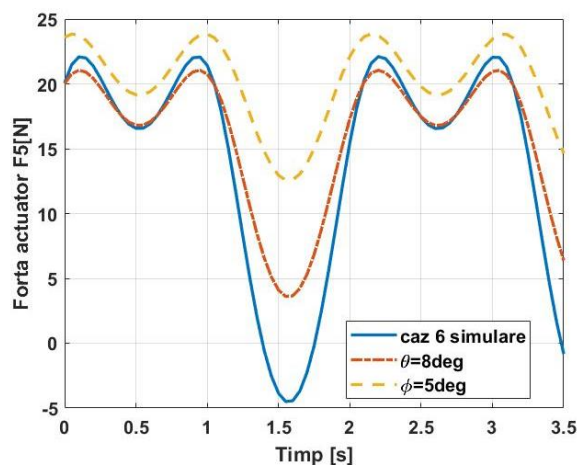


Figura 4.13 Analiză sensibilitate F5

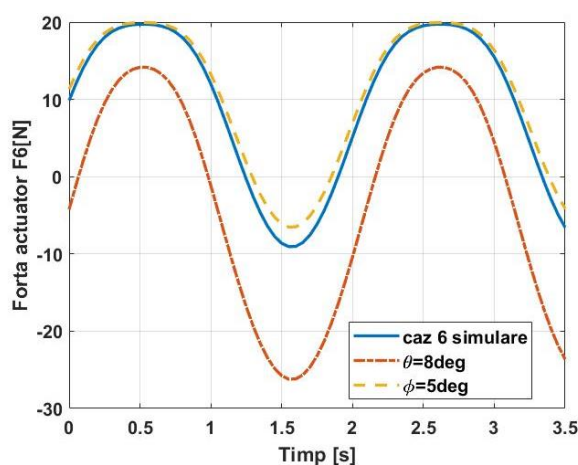


Figura 4.14 Analiză sensibilitate F6

4.4. Concluzii

În capitolul de față a fost prezentat sistemul de ecuații dinamice în formă închisă ale unui manipulator paralel utilizându-se formalismul Lagrang, această abordare utilizând o configurație a platformei Stewart cu șase grade de libertate.

Algoritmul a fost implementat folosindu-se mediul de simulare Matlab, iar rezultatele numerice au fost studiate pentru validarea formulării dinamice prezentate în cadrul capitolului. Rezultatele simulărilor demonstrează faptul că este disponibilă derivarea ecuațiilor dinamice explicite în spațiul sarcinilor pentru un manipulator cu șase grade de libertate, obținându-se astfel forțele de acționare asupra actuatorilor platformei mobile. Studiile de caz prezentate anterior definesc o mișcare impusă a platformei mobile, pe o singură axă, x, y, z , sau în funcție de unghiurile de atitudine, φ, θ, ψ , urmărindu-se variația forțelor de acționare asupra actuatorilor și a mișcării acestora în timpul simulării.

Capitolul 5

Aterizarea unui vehicul aerian pe o platformă mobilă

În literatura de specialitate există un interes din ce în ce mai mare pentru vehiculele aeriene autonome cu decolare și aterizare verticală pentru o varietate de aplicații, inclusiv imagini aeriene sau supraveghere. O funcție importantă a unor astfel de vehicule aeriene este aterizarea autonomă pe platforme fixe sau mobile, aceasta fiind adesea dificilă din cauza constrângerilor stricte de siguranță, evitarea coliziunilor, cerințele de contact ușor și timpul limitat de aterizare. Prin urmare, o traiectorie de aterizare adecvată poate minimiza timpul total de aterizare și pentru satisfacerea constrângerilor de siguranță ar trebui să fie generată în timp real înainte de manevra de aterizare [72].

Capitolul de față își propune determinarea diferitelor traiectorii de aterizare ale unui vehicul spațial ce este poziționat în capătul final al unui manipulator serial cu șase grade de libertate, respectiv în efectorul final al acestuia, pe o platformă Stewart cu șase grade de libertate. Manipulatele utilizate în acest sens sunt cele definite în cadrul capitolelor 3 și 4, cunoscându-se că odată ce tipul de mișcare este definit, robotul este în mod obișnuit optimizat pentru timpi de ciclu rapizi, prin urmare această mișcare necesită o traiectorie optimă în timp funcție de constrângerile cinematice.

5.1. Model dinamic vehicul aerian

În ceea ce privește aterizarea autonomă a unui vehicul spațial pe o platformă în mișcare sunt necesare estimarea corectă a poziției vehiculului și a platformei de aterizare. În această lucrare se presupune ca vehiculul spațial este un corp rigid cu distribuție uniformă a masei, masa este constantă, iar centrul de greutate coincide cu centrul geometric.

Modelul dinamic al vehiculului spațial se obține utilizând formalismul Lagrange, unde sistemul de coordonate inerțial și cel al vehiculului sunt prezentate în figura de mai jos

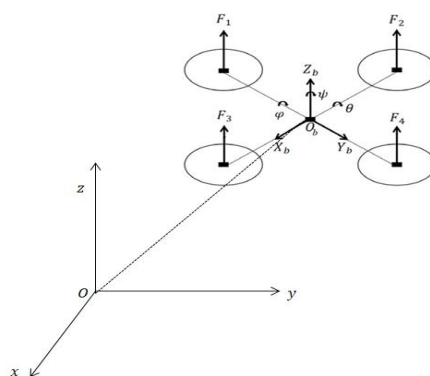


Figura 5.1 Sistemul de coordonate al vehiculului spațial

În Figura 5.1 s-a reprezentat un sistem de referință inerțial $Oxyz$ și un sistem de referință al corpului $O_b x_b y_b z_b$, având în vedere că acest corp este considerat rigid, iar centrul de greutate coincide cu originea sistemului de referință al corpului, au fost luate în considerare

variabilele de stare ale sistemului, poziția, viteza liniară, viteza unghiulară, orientarea quadrotorului.

În cadrul acestui capitol s-a avut în vedere formalismul Lagrange în ceea ce privește determinarea ecuațiilor de stare, respectiv

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} &= \tau_{\varphi} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \tau_{\theta} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} &= \tau_{\psi}\end{aligned}\quad (5.1)$$

unde $L = E_c - E_p$, E_c este energia cinetică, E_p este energia potențială, iar τ reprezintă momentele totale care acționează în jurul axelor x, y, z .

Având în vedere simetria mecanică a quadrotorului, atât momentele de inerție cât și produse de inerție sunt considerate neglijabile, energia cinetică a quadrotorului rescriindu-se

$$E_c = \frac{1}{2}I_{xx}(\dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2}I_{yy}(\dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \varphi \cos \theta)^2 + \frac{1}{2}I_{zz}(\dot{\theta} \sin \varphi - \dot{\psi} \cos \varphi \cos \theta)^2 \quad (5.2)$$

Energia potențială a quadrotorului se definește

$$E_p = mgr_z = mg(-x \sin \theta + y \cos \theta \sin \varphi + z \cos \theta \cos \varphi) \quad (5.3)$$

De asemenea, momentele totale care acționează asupra celor trei axe se definesc

$$\begin{aligned}\tau_x &= b \cdot l \cdot (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) + J_r \omega_y (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) \\ \tau_y &= b \cdot l \cdot (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + J_r \omega_x (-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4) \\ \tau_z &= d \cdot (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)\end{aligned}\quad (5.4)$$

Pentru determinare ecuațiilor de mișcare ale corpului rigid sub acțiunea unor forțe externe aplicate centrului de masă și exprimate în sistemul de coordonate al corpului, se va utiliza formalismul Newton-Euler.

Ecuațiile de mișcare ale quadrotorului se pot deriva utilizând a doua lege a mișcării a lui Newton, ce este exprimată în sistemul de referință inerțial. Cele două ecuații vectoriale exemplificate sunt

$$F = \frac{d}{dt}(mV) \quad (5.5)$$

$$M = \frac{d}{dt}(H) \quad (5.6)$$

Forțele de tracțiune care acționează asupra quadrotorului, scrise în sistem de referință inerțial

$$\begin{aligned}F_x &= (\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi)U_1 \\ F_y &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi)U_1 \\ F_z &= \cos \psi \cos \varphi U_1\end{aligned}\quad (5.7)$$

unde $U_1 = \sum_{i=1}^4 T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$, reprezentând suma celor patru forțe ale mișcării de translație generată de elice pe fiecare rotor, iar acestea se definesc $T_i = b\Omega_i^2$, cu $i = \overline{1,4}$.

Forțele care acționează asupra quadrotorului sunt cele ale mișcării de tracțiune generată de elice, F_t și forțele de rezistență la înaintare, F_r .

Prin extinderea ecuațiilor de mai sus se obțin se obține dinamica quadrotorului

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= (\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} - \frac{1}{2m} C_D \rho A \dot{x}^2 \\
\ddot{y} &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} - \frac{1}{2m} C_D \rho A \dot{y}^2 \\
\ddot{z} &= \cos \psi \cos \varphi \frac{U_1}{m} - g - \frac{1}{2m} C_D \rho A \dot{z}^2 \\
\ddot{\varphi} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r \dot{\theta} \Omega_r}{I_{xx}} + \frac{U_2}{I_{xx}} \\
\ddot{\theta} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{J_r \dot{\varphi} \Omega_r}{I_{yy}} + \frac{U_3}{I_{yy}} \\
\ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\varphi} \dot{\theta} + \frac{U_4}{I_{zz}}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

5.2. Faza de aterizare

Modelul dinamic al platformei Stewart se consideră cel prezentat în cadrul capitolului 4. De asemenea, se impune ca platforma să aibă o mișcare pe axa z , z_p , după cum se observă

$$z_p = \sum_{i=1}^4 A_i \sin(\omega_i t) \tag{5.9}$$

unde A_i reprezintă amplitudinea, iar ω_i reprezintă viteza unghiulară.

Cu ajutorul ecuațiilor de mișcare ale modelului prezentat în subcapitolul anterior se extrag expresiile constrângerilor neolonome astfel

$$\varphi_{dorit} = \arcsin\left(\frac{\dot{x} \sin \psi - \dot{y} \cos \psi}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + (\ddot{z} + g)^2}}\right) \tag{5.10}$$

$$\theta_{dorit} = \arctg\left(\frac{\dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi}{\ddot{z} + g}\right) \tag{5.11}$$

În ceea ce privește aterizarea s-a considerat că modelul de quadrotor este situat deasupra platformei, iar partea de control a aterizării s-a efectuat utilizând metoda Backstepping, conform [13]. Variabilele de stare utilizate în cadrul acestui proces de aterizare sunt $[\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]$, iar variabilele de comandă se definesc $[U_1, U_2, U_3, U_4]$.

Sistemul liniarizat obținut

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} x_4 x_6 + \frac{1}{I_{xx}} U_2 - \frac{J_r \Omega_r}{I_{xx}} x_4 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} x_2 x_6 + \frac{1}{I_{yy}} U_3 - \frac{J_r \Omega_r}{I_{yy}} x_2 \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} x_2 x_4 + \frac{1}{I_{zz}} U_4 \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{1}{m} U_1 [\cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_5) + \sin(x_1) \sin(x_5)] \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \frac{1}{m} U_1 [\cos(x_1) \sin(x_3) \sin(x_5) - \sin(x_1) \cos(x_5)]
\end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{11} &= x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= -g + \frac{1}{m}U_1 \cos(x_1) \cos(x_3)\end{aligned}$$

În continuare au fost considerate două studii de caz, primul în care platforma are o mișcare lină, iar cel de al doilea în care platforma mobilă are o mișcare rapidă, conform relației (5.9). Parametrii de intrare considerați sunt $m_{quad} = 40kg$; $x_{quad} = x_{platf} = 12 m$; $y_{quad} = y_{platf} = 7 m$; $z_{quad} = 10 m$; $\varphi_{quad} = 3^\circ$, $\theta_{quad} = 8^\circ$, $\psi_{quad} = 5^\circ$.

- Cazul I

$$A_1 = 0.2; A_2 = 0.6; A_3 = 0.5; A_4 = 0.3; \omega_1 = \frac{3\pi}{10}; \omega_2 = \frac{2\pi}{5}; \omega_3 = \frac{\pi}{5}; \omega_4 = \frac{\pi}{4}$$

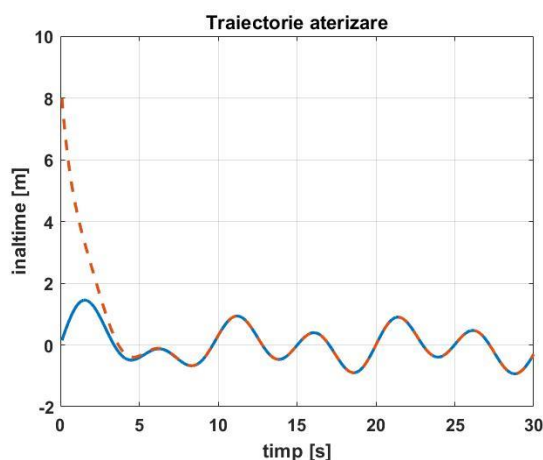


Figura 5.2 Traiectorie quadcopter caz I

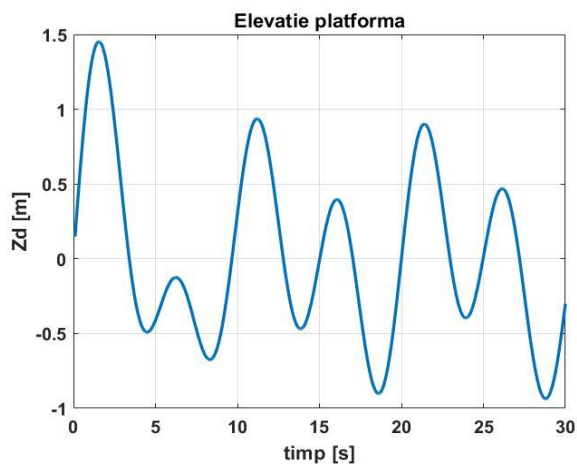


Figura 5.3 Elevatie platformă caz I

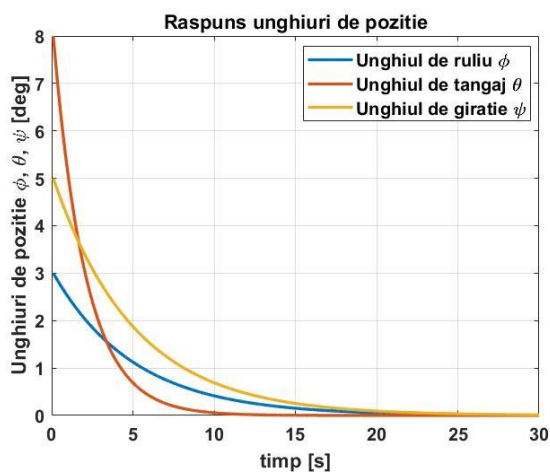


Figura 5.4 Unghiuri atitudine quadcopter caz I

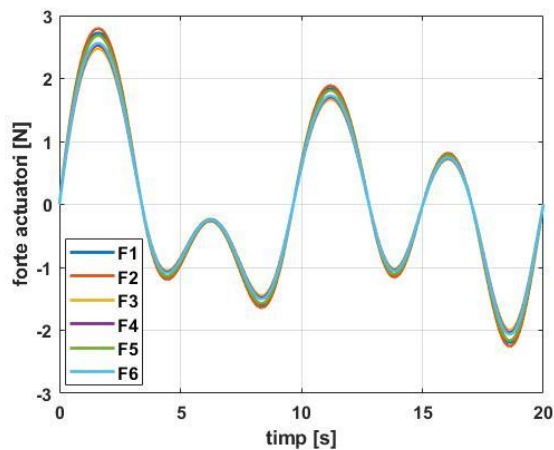


Figura 5.5 Variatie forte actuatori caz I

- Cazul II

$$\omega_1 = \frac{6\pi}{5}; \omega_2 = \pi; \omega_3 = \frac{\pi}{2}; \omega_4 = \frac{3\pi}{4}$$

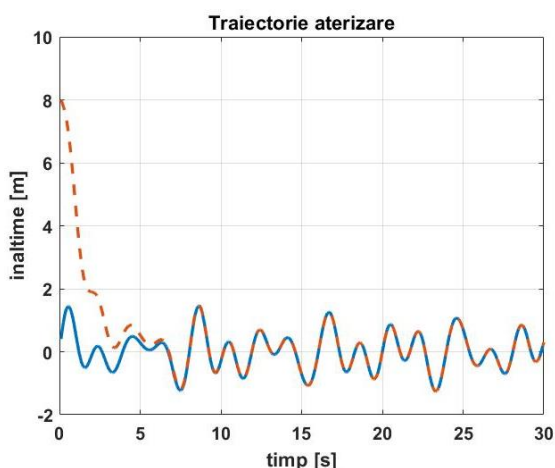


Figura 5.6 Traiectorie quadcopter caz II

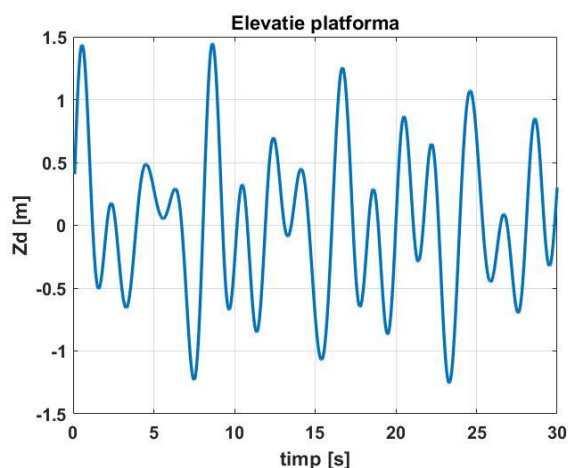


Figura 5.7 Elevatie platformă caz II

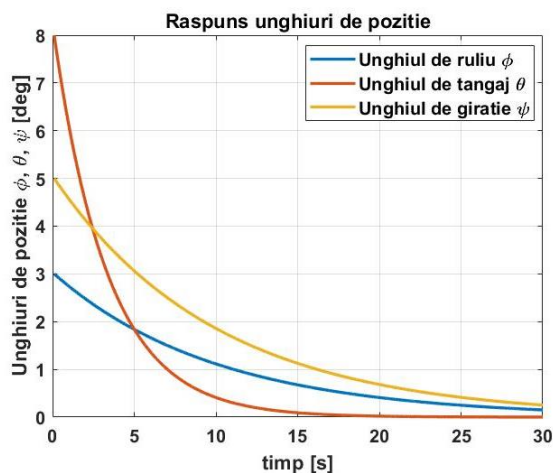


Figura 5.8 Unghiuri atitudine quadcopter caz II

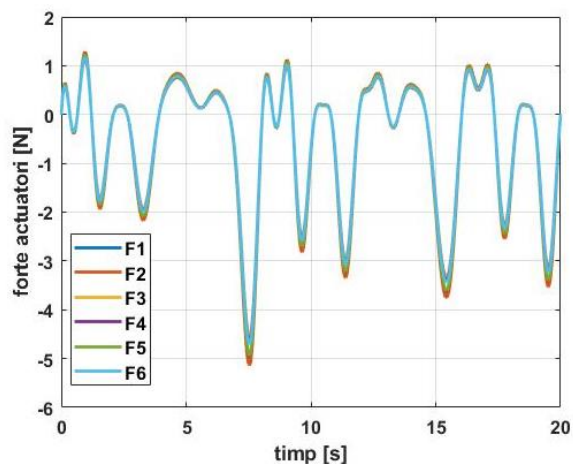


Figura 5.9 Variație forțe actuatori caz II

5.3. Concluzii

Capitolul de față prezintă simularea a două cazuri de aterizare pe verticală a unui quadcopter pe o platformă Stewart. După cum se poate observa din diagramele experimentale, controlerul de backstepping introdus dovedește o capacitate ridicată de control al unghiurilor de poziție în prezența diferitelor perturbații. Scopul acestui capitol este de a prezenta mișcarea relativă a vehiculului față de platforma mobilă, fiecare dintre aceste două modele având șase grade de libertate. După cum se observă în figurile prezentate anterior, cu cât elevația platformei este mai dinamică, cu atât controlul quadcopterului în ceea ce privește atitudinea este mai greu, el stabilindu-se într-un timp mai îndelungat.

În acest studiu a fost propusă faza de aterizare pe verticală a unui vehicul aerian pe o platformă Stewart, modelul dinamic al mișcării relative dintre cele două fiind derivat ținându-se cont de incertitudinile modelului și de efectul locului de aterizare.

Rezultatele acestei analize teoretice și a simulărilor prezentate pot sta la baza unor dezvoltări ulterioare, ce se concentrează pe proiectarea controlului, respectiv analizarea performanțelor unui quadrotor ce efectuează procese de tranziție dinamice de la faza de apropiere autonomă la faza de aterizare autonomă pe platforme mobile.

Capitolul 6

Analiza experimentală

Testarea și validarea în etapele premergătoare operațiunilor de aterizare pentru vehicule aeriene sunt esențiale pentru asigurarea performanței optime a dronelor în misiuni complet automatizate. Dezvoltarea unei facilități experimentale noi a avut ca scop extinderea spectrului de misiuni posibile, iar analiza și controlul mișcării robotului ABB7600-500 implică evaluarea capabilităților acestuia și a performanțelor pe o șină de rulare lungă de peste 22m. Acest lucru a fost posibil în cadrul Laboratorului INCAS SpaceSysLab, unde s-a integrat o platformă de tip Stewart pentru controlul mișcării robotului în concordanță cu intențiile automate ale utilizatorului.

Studiul algoritmilor de control pentru apropieri și aterizări autonome ale platformei aeriene pe platforme mobile/marine implică dezvoltarea unui model matematic al vehiculului și controlul autonom al aterizării cu ajutorul unei camere video. Implementarea și programarea algoritmilor de control pentru platforma marină, ținând cont de perturbațiile atmosferice și cele din mediu marin, se bazează pe un model dinamic cu patru grade de libertate.

Tehnologia aterizării verticale pe platforme fixe sau mobile reprezintă un avans semnificativ în performanța misiunilor de apropiere și andocare pentru vehiculele aeriene, iar sistemul de control joacă un rol central în aterizarea pe platformă mobilă, eliminând necesitatea unor spații speciale de aterizare. De asemenea, senzorii IMU și laser-altimetru sunt esențiali pentru a asigura o aterizare precisă. În acest sens, senzorul IMU furnizează date precise despre poziție, orientare și viteză, iar altimetru laser-ul oferă avertizări precise privind apropierea de sol. Integrarea acestor tehnologii contribuie la îmbunătățirea eficienței și preciziei aterizării.

Analiza experimentală a implicat testarea sistemului într-un mediu controlat, identificând provocări și riscuri, ajustând algoritmi pentru o aterizare stabilă și precisă. Această abordare integrată între teorie, simulare și experimentare a contribuit la dezvoltarea tehnologiei de aterizare pe platforme mobile, îmbunătățind eficiența și fiabilitatea operațiunilor vehiculelor aeriene fără pilot.

Dezvoltările ulterioare pot include îmbunătățiri ale algoritmilor pentru aterizarea în condiții complexe, utilizarea de senzori avansați, precum și capacitatea de a ateriza autonom pe suprafețe nepregătite sau în medii variate, integrarea cu sistemele GPS putând permite aterizări precise și autonome în locații specifice.

Capitolul 7

Misiuni de rendezvous & docking

Tehnologia de apropiere și andocare („rendezvous&docking”) se referă la manevre tipice în spațiu între două vehicule, misiuni definite sub forma a trei faze ale mișcărilor. Prima parte a acestui scenariu de zbor, numită „phasing”, este efectuată după lansare și este concepută pentru a reduce unghiul de fază în plan și diferența de altitudine dintre satelitul de urmărire și țintă. Odată ce următorul a capturat ținta și se află în spatele acesteia, de obicei la zeci de kilometri mai jos și în spatele acesteia, se poate face primul contact între cei doi sateliți și se poate obține poziția relativă a acestuia față de țintă. Această fază se numește „homing”, urmată de faza de închidere, care își propune să aducă următorul la o gamă între zeci și sute de metri (în funcție de misiune). Etapa finală reprezintă andocarea în sine, în timpul căreia starea relativă dintre porturile de andocare ale țintei și ale următorului este de obicei necesară. Obținerea preciziei de control ce este necesară pentru o misiune de andocare de succes între două nave spațiale cooperante necesită o soluție de navigație robustă și eficientă.

Mecanica orbitală, așa cum a fost descrisă anterior, se bazează pe mecanica corpurilor cerești, în studierea sateliților fiind necesare principii elementare. În acest sens, Kepler a oferit trei legi empirice de bază, ce descriu mișcarea pe orbite neperturbate.

De asemenea, în cadrul mecanicii orbitale se urmărește mișcarea particulelor printr-un spațiu euclidian, astfel că este necesară definirea unui cadru de referință, cunoscut și ca sistem de referință, în care se urmărește mișcarea între următor și țintă. Cele două tipuri de sisteme de referință sunt sistemul inerțial și sistemul neinerțial, în subcapitolele prezentate ulterior fiind observate o serie de mișcări corespunzătoare acestor sisteme de referință.

7.1. Traiectorii în sistem de referință inerțial

Cadrul de referință inerțial este acela care se mișcă cu o viteză constantă, neexistând nicio accelerație sau rotație a acestuia. Având în vedere acest lucru, orice obiect cu o mișcare în sistem de referință inerțial va respecta prima lege a lui Newton, respectiv acesta își va menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă, atâta timp cât asupra lui nu va acționa alte forțe exterioare.

Pentru un sistem neolonom, ecuațiile Lagrange ce corespund unui sistem cu h coordonate generalizate sunt definite

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_k} = Q_k + \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{i_k}, \quad k = \overline{1, h} \quad (7.1)$$

Aceste ecuații sunt completate cu anumite constrângeri

$$\sum_{i=1}^n a_{i_k} \dot{q}_k + b_i = 0, \quad i = \overline{1, p} \quad (7.2)$$

Formalismul Lagrange în sistemul de referință inerțial se rescrie

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_k} = Q_k + \frac{\partial U_\Phi}{\partial q_k}, \quad k = \overline{1, h} \quad (7.3)$$

unde s-a notat funcția $U_\Phi = \sum_{i=1}^p \lambda_i \Phi_i$.

7.2. Traiectorii în sistem de referință neinertial

În ceea ce privește mecanica cadrului de referință neinertial, acesta este o generalizare a legilor lui Newton la orice cadru de referință. Astfel că, în cadrul acestui capitol se va avea în vedere prezentarea relațiilor Lagrange în acest sistem de referință.

Mișcarea unui sistem de puncte materiale situate în sistemul de referință (T) este caracterizată de coordonatele generalizate $q_1, \dots, q_k, \dots, q_h$.

În cazul în care energia de transport, precum și vitezele, nu depinde de vitezele generalizate și de coordonatele generalizate, ecuațiile Lagrange pot fi scrise cu privire la sistemul de referință mobil, astfel

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_e}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E_e}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = \overline{1, h} \quad (7.4)$$

Energia de transport se definește

$$E_t = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m} \left(\frac{v_{iC}}{v_0} \right)^2 + 2 \frac{\bar{v}_0 \bar{v}_{C_c}}{v_0^2} \right] \quad (7.5)$$

Dacă $\frac{v_{iC}}{v_0} \ll 1$ și $\frac{v_{C_c}}{v_0} \ll 1$ energia de transport poate fi exprimată cu energia din origine

$$E_t \approx \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 \quad (7.6)$$

Utilizând această aproximare, ecuațiile Lagrange pot fi scrise în forma următoare, cu energia echivalentă $E_e = E_r + \bar{v}_0 \bar{H}_r + \bar{\omega}_0 \bar{K}_{O_r}$, calculate în raport cu un sistem de referință mobil. În ipoteza că \bar{v}_0 și $\bar{\omega}_0$ nu depind de \dot{q}_k și q_k , forțele generalizate Q_k pot fi calculate în raport cu sistemul de referință mobil, prin intermediul lucrului mecanic virtual.

În cadrul acestui subcapitol sunt descrise ecuațiile de mișcare rezultate în urma mișcării unui sistem de referință neinertial în raport cu un alt sistem de referință inertial, conform [33]. Având în vedere cele două sisteme de coordonate, un cadru de referință neinertial $Oxyz$ coincide cu sistemul de coordonate $O_1x_1y_1z_1$ inertial, în timpul mișcării.

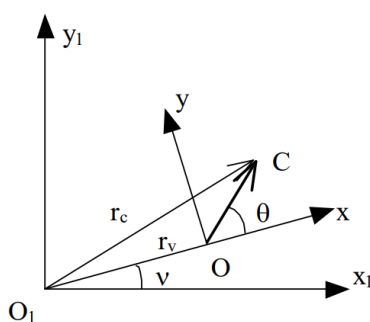


Figura 7.1 Sistem de coordonate

Așa cum a fost exemplificat și în lucrarea de specialitate [33], pentru a obține ecuațiile de mișcare se utilizează ecuații specifice analizei matematice, spre exemplu ecuațiile Lagrange. Sistemul de ecuații Lagrange este descris în subcapitolul anterior, astfel că, o primă etapă în determinarea ecuațiilor de mișcare este definirea coordonatelor centrului de masă C

în sistemul de referință inerțial, în cazul de față utilizându-se coordonate polare r_v, v pentru sistemul de referință inerțial, respectiv coordonate cilindrice ρ, θ, z pentru sistemul de referință mobil. Cea de a doua etapă este determinarea vitezei, în care s-a utilizat notația $\Phi = \dot{r}_v \cos \theta + r_v \dot{v} \sin \theta$ pentru simplificarea calculului, obținându-se

$$v^2 = \dot{r}_v^2 + r_v^2 \dot{v}^2 + \dot{\rho}^2 + \rho^2 (\dot{\theta} + \dot{v})^2 + \dot{z}^2 + 2\dot{\rho}\Phi + 2\rho(\dot{\theta} + \dot{v}) \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad (7.7)$$

Calculând energia cinetică și funcția de forță, s-au determinat ecuațiile

$$\frac{1}{m} Q_\rho = \ddot{\rho} - \rho(\dot{\theta} + \dot{v})^2 + \frac{d\Phi}{dt} - (\dot{\theta} + \dot{v}) \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad (7.8)$$

$$\frac{1}{m} Q_\theta = \frac{d}{dt} \left[\rho^2 (\dot{\theta} + \dot{v}) + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right] - 2\dot{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + 2\rho(\dot{\theta} + \dot{v})\Phi \quad (7.9)$$

$$\frac{1}{m} Q_z = \ddot{z} \quad (7.10)$$

7.3. Aplicații numerice conform problemelor cunoscute de mecanică analitică

În cadrul acestui capitol s-au avut în vedere două dintre cele mai cunoscute probleme ale mecanicii analitice, problema celor două corpuri, respectiv problema restrânsă a celor trei corpuri. În acest sens au fost definite ecuațiile de mișcare dintre corpuri în sisteme de referință inerțial, utilizând formalismul Lagrange.

Simularea numerică în cele două cazuri a fost realizată utilizând mediul de simulare Matlab/Simulink. În ceea ce privește mișcarea a două corpuri în spațiu față de un cadru de referință inerțial s-au obținut mișcarea celor două corpuri în sistem de referință inerțial față de baricentru, respectiv mișcarea unui corp față de celălalt.

Una dintre cele mai cunoscute probleme ale dinamicii clasice o reprezintă problema restrânsă a celor trei corpuri, importanța practică a acesteia provenind din aplicarea ei în mecanica cerească. Obținându-se ecuațiile de mișcare s-au simulat în acest caz mișcarea relativă a planetoidului, respectiv constanta Jacobi.

7.4. Mișcarea în jurul unei stații orbitale

În cadrul acestui subcapitol se dorește obținerea unor simulări numerice rezultate în urma mișcării relative dintre un satelit și o stație orbitală în cazul în care este definită tipul de orbită, în acest caz circulară. Figura de mai jos prezintă formularea problemei de modelare a dinamicii relative, în care ținta se mișcă pe o orbită definită.

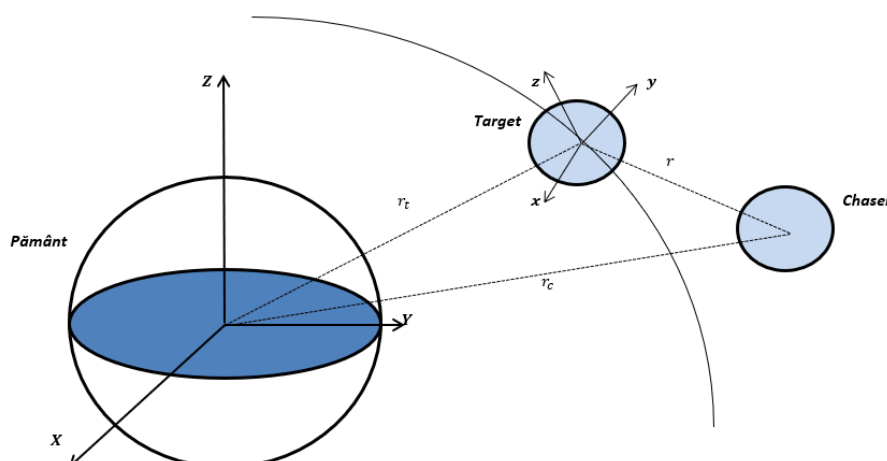


Figura 7.2 Sistem de coordonate mișcare relativă

Astfel că, după cum se observă în Figura 7.2, se vor determina ecuațiile de mișcare considerând un sistem de referință neinertial al țintei și pornind de la identificarea poziției chaserului utilizând coordonate cilindrice (r, θ, z) în sistemul de referință neinertial și coordonate sferice (r_t, ν) în sistemul de referință inerțial.

Conform formalismului Lagrange s-au obținut ecuațiile de mișcare

$$\begin{cases} \ddot{r} + \frac{d\phi}{dt} - r(\dot{\nu} + \dot{\theta})^2 - (\dot{\nu} + \dot{\theta}) \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = - \frac{GM(r+r_t \cos \theta)}{(r_t^2 + r^2 + 2r_t r \cos \theta + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{Gm_t}{r^2} \\ \frac{d}{dt} [r^2(\dot{\nu} + \dot{\theta})] + r \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) - \dot{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + r(\dot{\nu} + \dot{\theta}) \phi = \frac{GM r_t r \sin \theta}{(r_t^2 + r^2 + 2r_t r \cos \theta + z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{z} = - \frac{GMz}{(r_t^2 + r^2 + 2r_t r \cos \theta + z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{cases} \quad (7.11)$$

Având în vedere relațiile matematice cunoscute și proprietățile orbitei circulare, se observă că

$$\frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{GM}{r_t^3}} = 1 \quad (7.12)$$

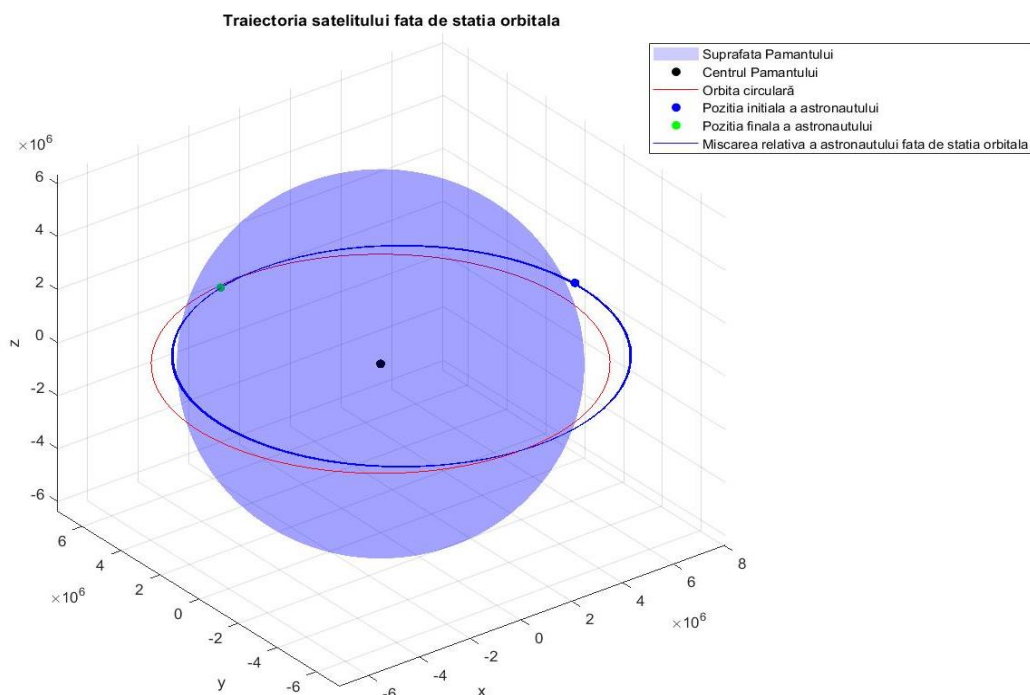
Utilizând această proprietate și ținând cont că traiectoria mișcării este de forma $r = r(\theta)$, s-a obținut ecuația mișcării relative prin integrarea relației de mai jos

$$\frac{C_r - r^2}{r^2} \frac{d^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{d\theta^2} + 2r(C_r - r^2) \left(\frac{d \left(\frac{1}{r} \right)}{d\theta} \right)^2 + \frac{C_r^2}{r^3} = r + \frac{Gm_t}{\omega^2 r^2} \quad (7.13)$$

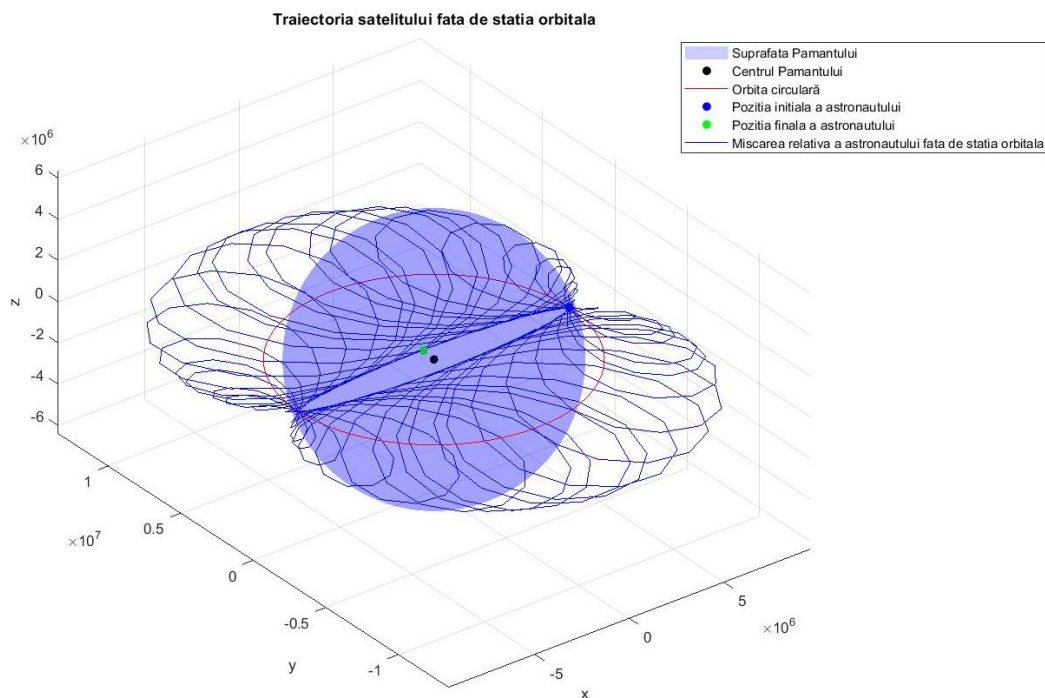
7.5. Studiu de caz

În cadrul acestui capitol se dorește obținerea mișcării relative a unui astronaut față de o stație orbitală care se mișcă pe o traiectorie circulară în jurul Pamântului, studiindu-se mai multe cazuri de simulare, în funcție de distanța inițială dintre astronaut și stație. Mișcarea relativă a fost obținută prin integrarea relațiilor (6.11), iar mediul de simulare pentru aceste studii de caz fiind Matlab.

În acest sens s-a urmărit simularea unor mișcări relative ale astronautului față de stația orbitală în funcție de distanța inițială dintre acestea.



După cum se observă în figura de mai sus, pe măsură ce astronautul se află departe de stație, viteza și poziția relativă ale acestuia devin mai strâns aliniată cu stația. În acest moment, mișcarea lor pare să se sincronizeze, deoarece amândoi urmează aceeași cale orbitală în jurul Pământului, iar forțele gravitaționale care acționează asupra lor sunt relativ uniforme, iar mișcarea lor relativă devine mai previzibilă.



În ceea ce privește comportamentul astronautului aflat în imediata apropiere a stației orbitale, Figura 7.4, acesta este atribuit efectelor mecanicii orbitale și legilor fizicii. Astfel, mișcarea acestuia pare haotică din cauza variației funcției $1/r$ și a diferiților factori, cum ar fi diferențele de viteză, forțele gravitaționale și complexitățile inerente ale efectuării anumitor manevre.

Această mișcare relativă poate determina astronautul să experimenteze o mișcare haotică în timp ce își ajustează poziția și viteza pentru a se alinia cu stația. În plus, forțele mici aplicate de astronaut pot avea efecte semnificative datorită absenței frecării și a masei reduse a astronautului în comparație cu cea a stației.

7.6. Concluzii

În cadrul acestui capitol s-au abordat definițiile traiectoriilor în sisteme de referință inertiiale și neinertiiale, utilizând formalismul Lagrange. De asemenea, au fost efectuate aplicații numerice pentru rezolvarea problemelor cunoscute ale mecanicii analitice, respectiv problema celor două corpuri și problema restrânsă a celor trei corpuri. În acest sens, s-a observat că utilizarea formalismului Lagrange a condus la obținerea unor traiectorii în concordanță cu noțiunile teoretice. Metodele numerice aplicate au permis o mai bună înțelegere a comportamentului sistemelor complexe, cum ar fi sistemele multicorp care interacționează cu ajutorul forței gravitaționale.

De asemenea, s-a urmărit mișcarea relativă a unui astronaut în jurul unei stații orbitale, cu accent pe momentele în care acesta se apropie cât mai mult de stație, observându-se că mișcarea acestuia devine mai complexă în apropierea stației, influențată de diferențele de viteză, forțele gravitaționale și complexitățile asociate manevrelor în microgravitație.

Prin investigarea acestui aspect, s-a remarcat că mișcarea astronautului în apropierea stației orbitale poate fi percepută ca fiind haotică, ca urmare a interacțiunii complexe dintre forțele și vitezele relative.

Concluziile obținute în acest capitol subliniază importanța înțelegerii și modelării mișcării relative în sistemele spațiale, precum și necesitatea abordării complexității acestor interacțiuni. Aceste rezultate pot ghida proiectarea și planificarea viitoarelor misiuni spațiale, asigurând o navigare și manevrabilitate eficientă pentru astronauti în jurul stațiilor orbitale.

Capitolul 8

Concluzii și dezvoltări ulterioare

8.1. Concluzii generale

În cadrul acestei lucrări a fost abordat studiul sistemelor multicorp și al mecanismelor cu aplicații în diverse domenii. Prin analiza cinematicii și dinamicii sistemelor multicorp, au fost identificate și evidențiate conceptele fundamentale care stau la baza dezvoltării și diversificării acestor mecanisme. Robotica s-a dovedit a fi un domeniu de mare relevanță în abordarea unor noi direcții de cercetare în dinamica și cinematica sistemelor multicorp, având implicații în control, optimizare, simulare în timp real, planificare a traseului, fiabilitate și durabilitate.

Pentru simularea mișcărilor complexe ale sistemelor multicorp interconectate prin articulații cinematice și elemente de forță, s-a evidențiat importanța definirii ecuațiilor neliniare ale mișcărilor. Metodele de dinamică ale sistemelor multicorp s-au dovedit a fi tot mai răspândite, versatile și fiabile în simularea diferitelor probleme de inginerie ce implică dinamica mecanismelor complexe. De asemenea, au fost prezentate aspecte fundamentale ale analizei cinematice și dinamice pentru sistemele multicorp, utilizându-se formalismul Lagrange. S-a subliniat importanța analizei sistemelor multicorp, deoarece tot mai multe aplicații industriale depind de această analiză precisă, în special în ceea ce privește forțele care acționează asupra sistemelor și mecanismelor în mișcare.

În cadrul celui de al treilea capitol s-a dezvoltat modelul cinematic și dinamic al unui manipulator serial cu șase grade de libertate, realizându-se simulări utilizând mediul de simulare Matlab/Simulink. Astfel au fost obținute soluții pentru cinematica directă și cinematica inversă utilizând parametrii Denavit-Hartenberg și o procedură de calcul iterativă, în cadrul căruia s-a dezvoltat un model matematic pentru cinematica inversă a manipulatorului serial, luând în considerare constrângerile variabilelor și determinând analitic jacobianul. Dezvoltările ulterioare se concentrează pe îmbunătățirea controlului efectorului final al manipulatorului serial, care funcționează cu elemente flexibile și depinde de modelul cinematic și dinamic prezentat. A fost simulată o traiectorie a efectorului final al robotului pentru a se urmări variația celor șase unghiuri ale articulațiilor și cuplurile mecanice asupra lor, rezultatele obținute validând modelul matematic descris, iar traiectoria fiind obținută în mediul de simulare Matlab.

În cadrul celui de al patrulea capitol a fost prezentat sistemul de ecuații dinamice în formă închisă pentru un manipulator paralel cu șase grade de libertate, utilizându-se formalismul Lagrange. În acest sens s-a implementat algoritmul în mediul de simulare Matlab și s-au studiat rezultatele numerice pentru validarea formulării dinamice prezentate. Rezultatele simulărilor au demonstrat că este posibilă derivarea explicită a ecuațiilor dinamice în spațiul sarcinilor pentru un manipulator cu șase grade de libertate, obținând astfel forțele de acționare asupra actuatorilor platformei mobile.

În capitolul cinci au fost prezentate două cazuri de simulare a aterizării pe verticală a unui quadcopter pe o platformă Stewart, metoda de control utilizată fiind metoda Backstepping, ce a demonstrat o capacitate ridicată de control al unghiurilor de poziție în prezența diferitelor perturbații. A fost analizată mișcarea relativă a vehiculului față de platforma mobilă, având în vedere cele șase grade de libertate ale fiecărui model. În urma simulării s-a observat că pe măsură ce elevația platformei este mai dinamică, cu atât controlul quadcopterului în ceea ce privește atitudinea devine mai dificil, stabilizându-se într-un timp mai îndelungat.

Capitolul șase a avut în vedere analiza experimentală în ceea ce privește aterizarea unui vehicul aerian atașat efectorului final al unui robot ABB7600-500 pe o platformă Stewart. Astfel, a fost validat modelul teoretic descris în capitolele anterioare.

În cel de al șaptelea capitol al lucrării a fost abordată simularea mișcării relative dintre un astronaut și o stație orbitală pe o orbită circulară, prezentându-se astfel formularea problemei de modelare a dinamicii relative. Având în vedere importanța ajustării traiectoriei și vitezei pentru sincronizarea astronautului cu stația, s-a remarcat că traiectoria acestuia este haotică ducând astfel la instabilități numerice din cauza variației funcției $1/r$.

Concluzionând, rezultatele și simulările prezentate în cadrul acestei lucrări pot sta la baza dezvoltărilor ulterioare în proiectarea și analiza sistemelor multicorp, inclusiv a manipulatorilor seriali și paraleli, quadcopterele și vehiculelor spațiale. Dezvoltările ulterioare în domeniul controlului și modelării dinamice au în vedere îmbunătățirea performanțelor și eficienței acestor sisteme. De asemenea, se pot lua în considerare aspecte precum rigiditatea actuatorilor, efectele incertitudinilor și incidența locului de aterizare asupra traiectoriilor și controlului vehiculelor.

8.2. Contribuții originale

Această lucrare reprezintă o contribuție semnificativă în domeniul studiului sistemelor multicorp și al mecanismelor cu aplicații diverse. Obiectivul principal al acestui studiu a fost explorarea în profunzime a sistemelor multicorp și al mecanismelor, cu accent pe analiza cinematicii și dinamicii acestor sisteme complexe. Prin analiza detaliată a acestor aspecte fundamentale, au fost evidențiate și înțelese conceptele esențiale care stau la baza dezvoltării și diversificării mecanismelor multicorp. Prin eforturile de cercetare depuse, au fost obținute și evidențiate mai multe contribuții originale, precum:

- Realizarea unui model original de cinematică inversă pentru brațul robotic ABB7600, utilizând parametrii Denavit-Hartenberg. Acest model a fost supus unui proces riguros de verificare și validare, reprezentând o contribuție semnificativă în analiza cinematicii manipulatorilor seriali. De asemenea, în cadrul aceluiași capitol, s-a dezvoltat un model dinamic al robotului utilizând formalismul Lagrange. Acest model oferă o descriere detaliată a comportamentului dinamic al robotului și reprezintă o contribuție originală în înțelegerea și simularea mecanismelor complexe.
- Obținerea unui model dinamic al platformei Stewart PS-6TL-1500, utilizând formalismul Lagrange. Modelul a inclus simularea forțelor care acționează asupra actuatorilor, luând în considerare factori precum masa utilă a platformei superioare, mișcarea pe cele trei axe și unghiurile de atitudine.
- Dezvoltarea unui model de aterizare a unui quadcopter pe o platformă Stewart, folosind metoda de control backstepping. Acest model a fost supus unei verificări și validări, luând în considerare mișcarea platformei Stewart. Contribuția originală constă în abordarea inovatoare a controlului precis al unghiurilor de poziție în prezența perturbațiilor.
- Analiza experimentală care validează modelul de aterizare la punct fix al unui vehicul aerian pe o platformă mobilă.
- Obținerea unui model dinamic al mișcării relative dintre un astronaut și o stație orbitală pe o orbită circulară. Modelul dinamic a urmărit metoda formalismului Lagrange, utilizând coordonate sferice și cilindrice. În acest caz s-au luat în considerare aspecte specifice orbitei circulare, iar simularea a fost realizată în funcție de pozițiile și vitezele inițiale ale astronautului și stației orbitale.

Aceste contribuții deschid noi direcții de cercetare în domeniul controlului, algoritmului și modelării dinamice, cu scopul de a îmbunătăți performanțele și eficiența acestor sisteme complexe. De asemenea, se poate lua în considerare integrarea unor aspecte precum rigiditatea actuatorilor, incertitudinile și impactul locului de aterizare asupra traiectoriilor și controlului vehiculelor.

8.3. Direcții viitoare de cercetare

Pe baza contribuțiilor prezentate în lucrarea de față, există mai multe direcții viitoare de cercetare care pot fi abordate în continuare pentru a dezvolta și aprofunda domeniul sistemelor multicorp și al mecanismelor. Aceste direcții includ, dar nu se limitează la:

1. Controlul avansat al sistemelor multicorp: Îmbunătățirea și dezvoltarea unor algoritmi de control avansați pentru manipulatori seriali și paraleli, quadcoptere și vehicule spațiale ce pot reprezenta o direcție promițătoare. Utilizarea tehnicilor de control adaptiv, control predictiv sau învățare automată poate contribui la îmbunătățirea performanțelor și a preciziei sistemelor multicorp.

2. Modelarea și analiza incertitudinilor: Luarea în considerare a incertitudinilor în modelarea și analiza sistemelor multicorp poate fi un aspect important pentru a obține rezultate mai realiste. Această abordare a incertitudinilor în parametrii mecanismelor, actuatorilor și mediului poate contribui la dezvoltarea unor modele mai robuste și la o mai bună înțelegere a comportamentului sistemelor în condiții reale.

3. Integrarea flexibilității și deformărilor: În multe aplicații practice, mecanismele prezintă elemente flexibile sau sunt supuse deformărilor în timpul funcționării. Studiul interacțiunii dintre rigiditatea și flexibilitatea componentelor mecanice poate aduce noi perspective în analiza și controlul sistemelor multicorp. Dezvoltarea metodelor și tehnicilor adecvate pentru modelarea și simularea deformărilor și a comportamentului flexibil al mecanismelor poate fi considerată o nouă direcție de cercetare.

4. Optimizarea performanțelor sistemelor multicorp: Optimizarea poate viza aspecte precum minimizarea eforturilor sau a vibrațiilor, maximizarea preciziei și eficienței mișcărilor, reducerea consumului de energie sau maximizarea stabilității sistemului. Tehnici precum optimizarea bazată pe algoritmi genetici, optimizarea folosind inteligență artificială sau optimizarea multiobiectivă pot fi utilizate pentru a obține rezultate mai bune în proiectarea și controlul sistemelor multicorp.

5. Extinderea la aplicații specifice: Cercetarea poate fi orientată către domenii specifice, de exemplu, în domeniul medical, dezvoltarea și analiza sistemelor multicorp pentru roboți asistenți sau pentru simularea mișcărilor umane poate fi de mare interes. În domeniul roboților de asamblare sau de fabricație, optimizarea sistemelor multicorp pentru a realiza operațiuni complexe și precise poate fi o direcție de cercetare importantă.

Acestea reprezintă doar câteva dintre direcțiile viitoare de cercetare care pot fi abordate în continuare pe baza contribuțiilor și rezultatelor prezentate în lucrare. Prin explorarea acestor direcții, se poate avansa în dezvoltarea și aplicarea practică a sistemelor multicorp și a mecanismelor, deschizând noi oportunități în diverse domenii.

Bibliografie (selectivă)

- [2] Kurfess, T. R., Robotics and Automation Handbook, CRC Press, 1st Edition, 2004.
- [5] Thien, V. N., „Thesis for degree of Doctor of Philosophy ”Contribution to Kinematic and Dynamic Study of Rigid Bodies”,” București, 2018.
- [19] Kevin M. Lynch, Frank C. Park, Modern Robotics. Mechanics, Planning and Control, Cambridge University Press, 2017.
- [25] Gavin, Henri P., „Generalized Coordinates, Lagrange's Equations and Constraints,” Department of Civil and Environmental Engineering Duke University, Durham, USA, 2016.
- [32] Lee T., „Global Formulations of Lagrangian and Hamiltonian Dynamics of Manifolds,” *Springer International Publishing*, pp. 273-311, 2018.
- [33] Stroe Ion, „Trajectories in non-inertial frames,” *Scientific Bulletin of University „Politehnica” of Bucharest*, pp. 21-28, 2010.
- [38] Seemal Asif, Philip Webb, „Kinematics Analysis of 6-DOF articulates robot with spherical wrist,” *Mathematical Problems in Engineering* , vol. 2021, nr. 6647035, p. 11, 2021.
- [43] Feifan He, Qingju Huang, „Time-Optimal Trajectory Planning of 6-dof Manipulator Based on Fuzzy Control,” *Actuators*, vol. 11, 16 noiembrie 2022.
- [44] Phan Bui Khoi, Ha Thanh Hai, Hoang Vinh Sinh, „Dynamic Analysis of Robot In Machining,” *International Journal of Mechanical and Production Engineering Reserach and Development* , vol. 10, nr. 1, pp. 223-236, 2020.
- [48] Charles C. Nguyen, Sami S. Antrazi, „Experimental Study of Trajectory Planning and Control of a High Precision Robot Manipulator” Goddard Space Flight Center (NASA), Greenbelt, Maryland, 1991.
- [60] Francesco Ruscelli, Arturo Laurenzi, Nikos G. Tsagarakis, Enrico Mingo Hoffman, „Horizon: A Trajectory Optimization Framework for Robotic Systems,” *Frontiers in Robotics and AI*, vol. 9, 13 iulie 2022.
- [70] **Sandra-Elena Nichifor**, Ion Stroe, Mihaela-Luminița Costea, Florin Costache, „Vertical Take Off Landing Of UAV On Stewart Platform,” în *19th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2021)*, Rodos, Grecia, 2021.
- [71] Ștefan Eugen Stoian, Dragoș Daniel Ion-Guță, **Sandra Elena Nichifor**, Florentin Șperlea, Achim Ioniță, „TWQH Attitude Control Experiments on Horizon Ground Simulator and Flight Test,” *INCAS BULLETIN*, vol. 12, nr. 1, pp. 183-198, 2020.
- [72] Florin Costache, **Sandra-Elena Nichifor**, Mihaela-Luminița Costea, Achim Ioniță, „Automatic approach procedure of a flying vehicle on a mobile platform using backstepping controller,” *INCAS BULLETIN*, vol. 14, nr. 4, pp. 51-62, december 2022.
- [73] Florin Costache, **Sandra-Elena Nichifor**, Nicolae Apostolescu, Mihaela-Luminița Costea, Achim Ioniță, „Real-Time interaction between an ABB 7600 Robot and a Stewart Platform,” în *19th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2021)*, Rodos, Grecia, 2021.