



UNIVERSITATEA POLITEHNICA din BUCUREȘTI

Școala Doctorală de Inginerie Aerospațială

REZUMAT

TEZĂ DE DOCTORAT

**Comanda Optimală a Sistemelor Multi-Agent cu Aplicații pentru
Formații de Zbor**

Ing. Serena Cristiana VOICU (STOICU)

2023

CUPRINS

1	Introducere în problematica controlului sistemelor multi-agent	3
2	Proiectare Liniar Pătratică	4
2.1	Preliminarii – Formularea problemei LQR; Teoria Grafurilor	4
2.2	Control Centralizat	5
2.3	Control Distribuit	5
3	Studii de caz – Proiectare Liniar Pătratică.....	6
3.1	Control Centralizat	7
3.2	Control Distribuit	8
4	Proiectare H_∞	11
4.1	Preliminarii - Metoda H_∞	11
4.2	Control Centralizat	11
4.3	Control Distribuit	12
5	Studii de caz - Proiectare H_∞	13
5.1	Studii de caz - Proiectare H_∞ pentru cazul ideal.....	13
5.1.1.	Control Centralizat.....	13
5.1.2.	Control Distribuit	14
5.2	Studii de caz - Proiectare H_∞ în cazul întârzierilor în timp	16
5.2.1.	Sistem Centralizat	16
5.2.2.	Sistem Distribuit	16
5.3	Studii de caz - Proiectare H_∞ în cazul întreruperii comunicării.....	17
5.3.1	Situația I.....	18
5.3.2.	Situația a II-a.....	20
6	Proiectare H_∞ pentru sisteme stocastice cu salturi Markov	21
6.1	Cazul unui singur agent.....	21
6.2	Sisteme multi-agent.....	22
7	Studii de caz - Proiectare H_∞ cu salturi Markov	24
7.1	Cazul $N = 100$ agenți.....	24
7.2	Cazul $N = 3$ agenți	25
8	Rezultate și Concluzii.....	27
9	Referințe bibliografice	28

Cuvinte cheie: sisteme multi-agent, control centralizat, control distribuit, sisteme stocastice cu procese Markov, proiectare H_∞ , întârzieri în timp

1 Introducere în problematica controlului sistemelor multi-agent

Apariția noilor tehnologii din ultimele decenii a avut ca efect dezvoltarea semnificativă a sistemelor multi-agent, regăsite în literatura de specialitate cu abrevierea MAS. Acest concept se referă la zborul coordonat a două sau a mai multor vehicule, denumite agenți, pentru care se impun diverse caracteristici, având un obiectiv colectiv. În ultima perioadă, aplicațiile acestor sisteme au dobândit un interes considerabil, devenind, astfel, un subiect ce a captat o atenție deosebită. Domeniul de aplicabilitate este într-o continuă extindere, incluzând atât aplicații militare, cât și civile.

În literatura de specialitate, soluțiile propuse în comanda sistemelor conectate în rețea se referă, în general, la două tipuri de control: centralizat și distribuit. Un studiu comparativ al acestor abordări este reprezentat de lucrarea [1] care cuprinde noțiuni teoretice legate de caracteristicile specifice ale acestora. Proiectarea sistemului centralizat presupune interconectarea tuturor membrilor rețelei. Acest aspect implică dificultăți la nivelul prelucrării datelor, fiind nevoie să acceseze informații de la toți agenții. Acest tip de control necesită performanțe ridicate la nivelul controlerului central, iar o eroare a acestuia influențează comportamentul întregii rețele. Spre deosebire de cazul centralizat, controlul distribuit presupune o structură specifică, și anume, transmiterea informațiilor are loc între anumite perechi de agenți. Acesta se caracterizează prin posibilitatea ca fiecare agent să fie comandat individual. Schimbul de informații între subsisteme este asigurat de existența canalelor de comunicație. Modul de comunicare este descris cu ajutorul formelor matriceale specifice ale teoriei grafurilor, descrise ulterior. Rezultate teoretice semnificative în ceea ce privește acest tip de control sunt redate în [2], iar progresele realizate în această direcție sunt prezentate în [3]. Comparativ cu cazul centralizat care prezintă dificultăți în prelucrarea datelor, se remarcă eficiența controlului distribuit, mai ales pentru sistemele cu număr mai mare de agenți.

Cooperarea vehiculelor implică utilizarea unui canal de comunicații care asigură transmiterea informațiilor între membrii rețelei sau între agenți și centrul de comandă. Pentru sistemele multi-agent, consecința indisponibilizării unui membru constă în capacitatea rețelei de reorganizare și de menținere a transmiterii datelor între ceilalți agenți. Controlul optimal reprezintă o particularitate a metodelor moderne de proiectare a sistemelor de comandă. Principalele aspecte se referă la obținerea stabilității sistemului rezultat și satisfacerea anumitor restricții asociate controlului convențional, oferind sistemului cele mai bune caracteristici pentru un model specific [4].

În prezenta lucrare de doctorat, atenția este orientată către studiul problematicii controlului sistemelor multi-agent. Spre deosebire de un sistem cu un singur agent, apar probleme specifice care sunt formulate referitor la proiectarea sistemelor de comandă pentru acest tip de sisteme. Una din particularitățile acestor sisteme se referă la schimbul de informații realizat cu ajutorul canalelor de comunicații. Mijloacele de transmisie introduc noi provocări în ceea ce privește proiectarea sistemelor de comandă automată.

Având în vedere multitudinea factorilor externi care pot influența în mod negativ îndeplinirea obiectivelor unei misiuni, este nevoie de o soluție optimă de coordonare a vehiculelor

pentru atingerea performanțelor dorite ale întregii rețele. Aceste situații implică indisponibilizarea unuia sau a mai multor membri, efecte ale întârzierilor în timp asupra comportamentului agenților sau supraîncărcarea canalelor de comunicații care asigură transmiterea informațiilor determinând pierderea pachetelor de date la nivelul rețelei. Aceste scenarii constituie obiective ale acestei lucrări, efectele acestora fiind analizate și redate prin intermediul studiilor de caz.

În acest sens, lucrarea este structurată în diferite părți, după cum urmează. *Capitolul 1* este un capitol introductiv prezentând considerații generale privind abordări anterioare ale problematicii controlului sistemelor multi-agent și obiectivele principale ale prezentei lucrări. Prima metodă utilizată în acest studiu, proiectarea liniar pătratică, este analizată în *Capitolul 2*, stabilind aspectele specifice ale celor două tipuri de control (centralizat și distribuit). În plus, sunt reamintite noțiuni preliminare privind formularea problemei LQR și teoria grafurilor, necesare în dezvoltările ulterioare. Controlul optimal abordat în *Capitolul 3* are ca obiective determinarea soluțiilor problemei liniar pătratice în cele două cazuri considerate, pentru care se utilizează dinamica decuplată a vehiculelor. *Capitolul 4* formulează o descriere detaliată a proiectării H_∞ , pentru cele două tipuri de control. Această secțiune arată că, indiferent de numărul de agenți ai formației, determinarea controlerului se rezumă la rezolvarea a două ecuații Riccati. *Capitolul 5* este dedicat expunerii cuprinzătoare a studiilor de caz atât în situația comunicării ideale între agenți, cât și în diverse scenarii care consideră imperfecțiunile canalelor de transmisie a informațiilor. *Capitolul 6* oferă rezultatele proiectării H_∞ în care pierderea de date la nivelul rețelelor de comunicație este reprezentată prin procesul Markov. Etapele relevante de proiectare pentru sistemele stocastice sunt formulate pentru sisteme cu N agenți cu dinamică identică. Ultima parte a studiilor de caz, descrisă în *Capitolul 7*, ilustrează capacitățile controlerului H_∞ pentru sistemele stocastice ținând cont de posibile pierderi ale pachetelor de date în rețea, modelate cu ajutorul proceselor Markov. Caracteristicile acestui tip de proiectare sunt evidențiate prin evoluțiile în timp obținute pentru două configurații distincte de zbor. *Capitolul 8* evidențiază, prin concluziile enunțate, rezultatele oferite de metodele de proiectare propuse în prezenta lucrare.

2 Proiectare Liniar Pătratică

2.1 Preliminarii – Formularea problemei LQR; Teoria Grafurilor

- **Formularea problemei LQR**

Considerându-se sistemul liniar al unui vehicul aerian de forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \text{ cu } x(0) = x_0 \quad (2.1)$$

în care x este vectorul de stare, iar u este vectorul de comandă, și funcția cost definită astfel:

$$J(u) = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt \quad (2.2)$$

cu matricele de ponderare $Q \geq 0$ și $R > 0$, se reamintește că rezolvarea problemei liniar pătratice constă în determinarea comenzii optimale de forma $u(t) = -Kx(t)$ care minimizează funcția cost (2.2). Este bine cunoscut faptul că matricea de amplificare K are expresia:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (2.3)$$

astfel că rezolvarea problemei LQR implică determinarea soluției stabilizatoare unice a ecuației algebrice Riccati notată cu P :

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (2.4)$$

- **Teoria grafurilor**

Zborul unei rețele de agenți presupune coordonarea mai multor vehicule aeriene pentru care interconectarea acestora este definită cu ajutorul teoriei grafurilor, modul de comunicare între agenți fiind explicitată sub formă matriceală. Orice graf este definit de forme matriceale specifice utilizate în analiza stabilității membrilor formației de zbor, explicitate detaliat în [5].

2.2 Control Centralizat

Acest capitol se concentrează pe problema controlului centralizat care presupune comunicarea între fiecare pereche de agenți în ambele sensuri (comunicare bidirecțională). Pentru a descrie modelul necesar rezolvării problemei liniar pătratice, se definește dinamica sistemului alcătuit din N subsisteme interconectate.

Funcția cost a problemei liniar pătratice pentru N agenți cuprinde comportamentul dinamic al sistemelor, fiind definită astfel:

$$J(u, x_0) = \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^N (x_i(t)^T Q_{ii} x_i(t) + u_i(t)^T R_{ii} u_i(t)) + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N (x_i(t) - x_j(t))^T Q_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) dt. \quad (2.5)$$

Aceasta poate fi rescrisă în forma:

$$J(u(t), x_0) = \int_0^\infty (x^T(t) Q_f x(t) + u^T(t) R_f u(t)) dt. \quad (2.6)$$

Ținând cont de condițiile inițiale, legea de comandă care minimizează funcția cost (2.6) este definită astfel:

$$u = -R_f^{-1} B_f^T P_f x \quad (2.7)$$

în care P_f reprezintă soluția stabilizatoare simetrică pozitiv definită a ecuației:

$$A_f^T P_f + P_f A_f - P_f B_f R_f^{-1} B_f^T P_f + Q_f = 0. \quad (2.8)$$

2.3 Control Distribuit

Ținând cont de principalul dezavantaj al controlului centralizat care are nevoie să acceseze informații de la toți agenții rețelei, apare necesitatea proiectării unui controler de tip distribuit. Comparativ cu cazul centralizat, controlul distribuit presupune o anumită structură, mai exact schimbul de informații se realizează între anumiți agenți, acest lucru fiind posibil datorită interconectării controlerelor.

Lucrarea [6] propune o metodă de a determina un controler distribuit suboptimal pentru care este nevoie să se definească modul de interconexiune al formației de agenți. Pentru acest lucru, se introduce matricea simetrică pozitiv definită notată $M \in \mathbb{R}^{N \times N}$, demonstrând diferite moduri de a defini această matrice astfel încât să se asigure stabilitatea sistemului. Este nevoie să se stabilească dimensiunea minimă pentru care se poate rezolva problema liniar pătratică, dată de termenul $N_\ell = d_{max} + 1$, unde d_{max} reprezintă numărul maxim de conexiuni ale unui nod. Referința [6] stabilește diferite condiții de alegere a matricei M .

Este nevoie să se determine soluția simetrică pozitiv definită P_ℓ a ecuației Riccati asociate problemei LQR centralizate, însă de dimensiune redusă, corespunzătoare unui număr de $N_\ell = d_{max}(\mathcal{G}) + 1$ agenți

$$A_\ell^T P_\ell + P_\ell A_\ell - P_\ell B_\ell R_\ell^{-1} B_\ell^T P_\ell + Q_\ell = 0 \quad (2.9)$$

în care P_ℓ este de forma:

$$P_\ell = \begin{bmatrix} P_{\ell_{11}} & P_{\ell_{12}} & \cdots & P_{\ell_{12}} \\ P_{\ell_{12}} & P_{\ell_{11}} & \cdots & P_{\ell_{12}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{\ell_{12}} & P_{\ell_{12}} & \cdots & P_{\ell_{11}} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Pentru determinarea soluției simetrice pozitiv definită P necesară în construirea controlerului, se rezolvă ecuația algebrică Riccati asociată problemei liniar pătratică pentru un singur agent de forma:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q_1 = 0. \quad (2.11)$$

În plus, $P_{\ell_{11}} = P - (N_\ell - 1)P_{\ell_{12}}$. Controlerul optimal corespunzător are următoarea structură:

$$K_\ell = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & \cdots & K_2 \\ K_2 & K_1 & \cdots & K_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_2 & K_2 & \cdots & K_1 \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

3 Studii de caz – Proiectare Liniar Pătratică

În studiile de caz prezentate, se analizează cele două tipuri de controler propuse anterior: sistem centralizat și sistem distribuit. Pentru a putea studia evoluțiile agenților rețelelor considerate, simulările numerice utilizează dinamica decuplată a unui vehicul aerian, analizându-se, astfel, performanțele membrilor atât pentru dinamica longitudinală, cât și pentru cea lateral-direcțională. În studiile de caz considerate, se utilizează ecuațiile de mișcare liniarizate ale vehiculului aerian definite în spațiul stărilor, scrise în urma decuplării celor două mișcări.

Mișcarea longitudinală a unui vehicul aerian este caracterizată de ecuațiile decuplate pentru cele 5 stări $x = [u \ w \ q \ \theta \ h]^T$ a cărei expresie în spațiul stărilor este dată de:

$$[\dot{u} \ \dot{w} \ \dot{q} \ \dot{\theta} \ \dot{h}]^T = A_{long}[u \ w \ q \ \theta \ h]^T + B_{long} \begin{bmatrix} \delta_E \\ \delta_T \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Se consideră valorile matriceale corespunzătoare dinamicii unui vehicul aerian fără pilot, conform [7]. În cazul dinamicii lateral-direcțională, sistemul în spațiul stărilor este definit de ecuațiile celor 5 stări corespunzătoare $x = [v \ p \ r \ \varphi \ \psi]^T$ astfel:

$$[\dot{v} \ \dot{p} \ \dot{r} \ \dot{\varphi} \ \dot{\psi}]^T = A_{lat}[v \ p \ r \ \varphi \ \psi]^T + B_{lat} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

3.1 Control Centralizat

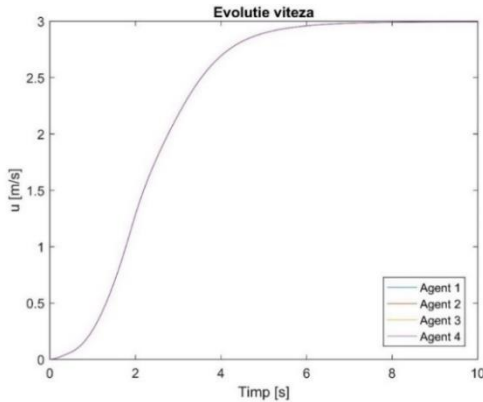


Figura 3.1 Evoluția vitezei – control centralizat

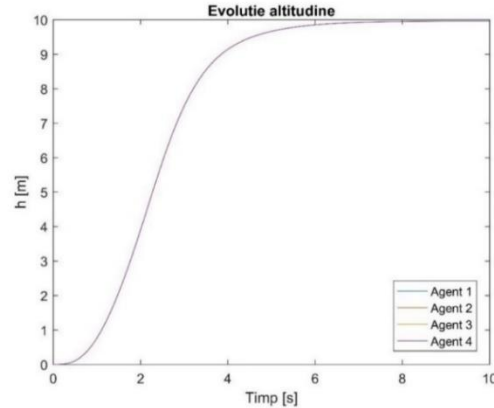


Figura 3.2 Evoluția altitudinii – control centralizat

- **Dinamica longitudinală**

Se consideră că cele 4 vehicule aeriene identice ale rețelei au condiții inițiale nule (altitudine și variații ale vitezei de-a lungul axei Ox nule). Se dorește ca întreaga rețea să atingă o altitudine dorită $h = 10 \text{ m}$ și viteza $u = 3 \text{ m/s}$. Figura 3.1 și Figura 3.2 ilustrează răspunsul sistemului controlat cu ajutorul metodei liniar pătratică considerându-se condiții inițiale nule pentru fiecare agent. Se observă că cele 4 vehicule aeriene ale formației din Figura 3.2 mențin altitudinea dorită stabilizându-se în câteva secunde, fiind impusă o înălțime inițială nulă pentru fiecare membru.

- **Dinamica lateral-direcțională**

Pentru simulările numerice prezentate, se consideră că cele 4 vehicule aeriene ale configurației au condiții inițiale diferite: vitezele de-a lungul axei Oy, v , și valorile inițiale ale unghiurilor de rotație, ψ . Pentru obținerea simulărilor din Figura 3.3, se impun viteze inițiale de-a lungul axei Oy diferite, rezultatul dorit fiind atingerea unei valori impuse a vitezei și menținerea acesteia. Aceasta ilustrează evoluția în timp a vitezei v în care se observă că cei 4 agenți ai formației ating valoarea dorită nulă într-un timp destul de redus, ținând cont de valorile inițiale diferite. Pentru evoluțiile din Figura 3.4, se consideră că valoarea inițială a unghiului de rotație pentru fiecare membru al formației este nulă. Se observă că întreaga rețea se stabilizează pe valoarea dorită după câteva secunde, valoare pe care o menține pe tot parcursul simulării.

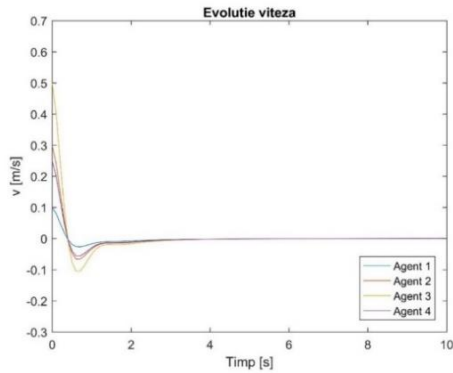


Figura 3.3 Evoluția vitezei – control centralizat

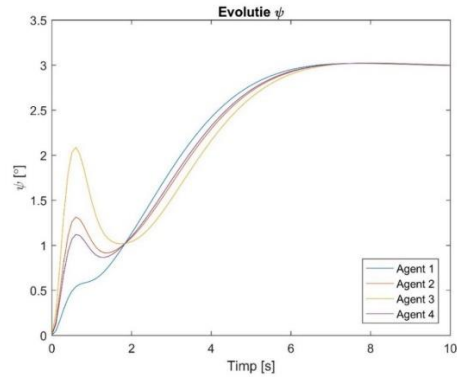


Figura 3.4 Evoluția unghiului de rotație – control centralizat

3.2 Control Distribuit

Pentru a studia caracteristicile controlului distribuit și pentru o mai bună evidențiere a capacităților controlerului, se studiază două configurații diferite de zbor ilustrate în Figura 3.5 și în Figura 3.6.



Figura 3.5 Configurația A

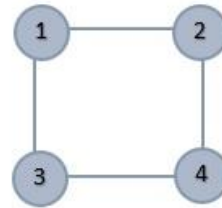


Figura 3.6 Configurația B

3.2.1 Dinamica longitudinală

- **Configurația A**

Pentru analiza dinamicii longitudinale în cazul controlului distribuit se consideră o formație de vehicule aeriene alcătuită din 4 agenți având configurația din Figura 3.5. Schimbul de informații între agenți este definit de matricea de adiacență corespunzătoare, cu expresia (3.3).

$$\mathcal{A}(\mathcal{G}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

În urma determinării matricei de amplificare, se analizează forma controlerului distribuit în care $K_{D_{13}} = K_{D_{14}} = 0, K_{D_{31}} = K_{D_{24}} = 0$ și $K_{D_{41}} = K_{D_{42}} = 0$. Din Figura 3.5, se observă că singura conexiune a agentului 1 este cu agentul 2, nefiind posibilă comunicarea între perechile de agenți (1,3) sau (1,4), ceea ce demonstrează existența termenilor nuli pe pozițiile corespunzătoare în controlerul obținut. Această proprietate este dovedită pentru fiecare agent al formației. Figura

3.7 și Figura 3.8 demonstrează atingerea performanțelor dorite de către toți membrii rețelei. Deși schimbul de informații între anumite perechi de agenți este limitat, modul de comunicare nu afectează stabilitatea sistemului și atingerea obiectivelor dorite ale întregii formații de zbor.

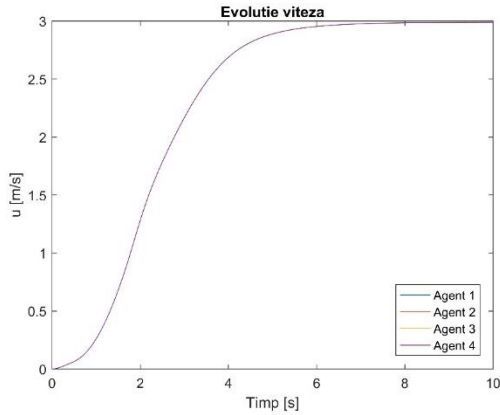


Figura 3.7 Evoluția vitezei – control distribuit – Config. A

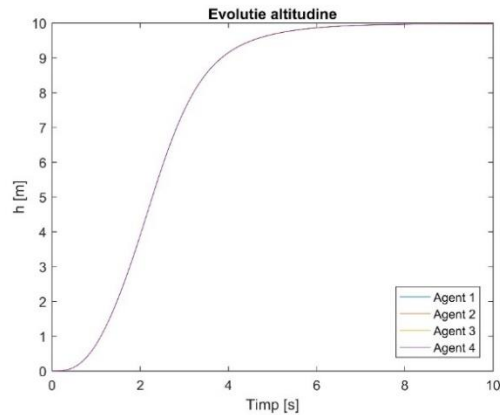


Figura 3.8 Evoluția altitudinii – control distribuit – Config. A

- **Configurația B**

Această parte a lucrării utilizează o nouă configurație alcătuită dintr-un număr egal de agenți, dispunerea acestora și modul de comunicare fiind diferit față de cazul prezentat anterior. Structura analizată este ilustrată în Figura 3.6, iar expresia (3.4) definește modul de interconectare al vehiculelor.

$$\mathcal{A}(\mathcal{G}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

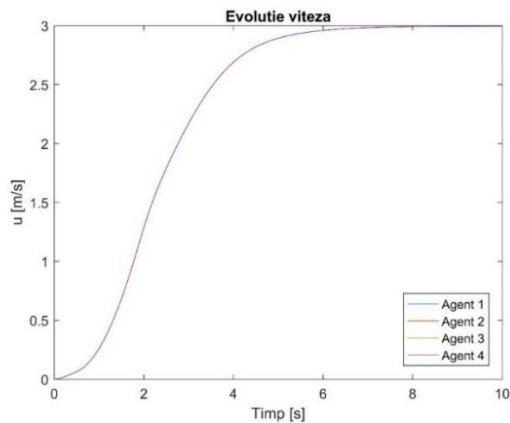


Figura 3.9 Evoluția vitezei – control distribuit – Config. B

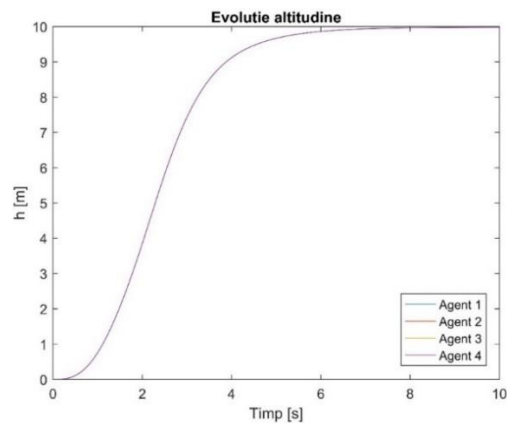


Figura 3.10 Evoluția altitudinii – control distribuit – Config. B

Pentru a studia răspunsul în timp al celor 4 vehicule aeriene care alcătuiesc formația de zbor considerată, se impun condiții inițiale similare cu cele utilizate în simulările numerice pentru configurația anterioară. Din evoluția vitezei de-a lungul axei Ox (Figura 3.9) se observă că cele 4 vehicule aeriene mențin valoarea dorită a vitezei $u = 3m/s$ pe parcursul simulării. Figura 3.10 ilustrează comportamentul formației de zbor pentru care se impune atingerea altitudinii $h = 10 m$.

3.2.2 Dinamica lateral-direcțională

- **Configurația A**

Având în vedere decuplarea dinamicii vehiculelor aeriene, este nevoie să se studieze stabilitatea mișcării lateral-direcționale. Obiectivele presupun atingerea unei viteze dorite v a agenților și menținerea acestei valori pe durata zborului, ilustrată în Figura 3.11. Simulările numerice din Figura 3.12 evidențiază timpul de răspuns al sistemului în cazul menținerii unei valori impuse a unghiului de girație.

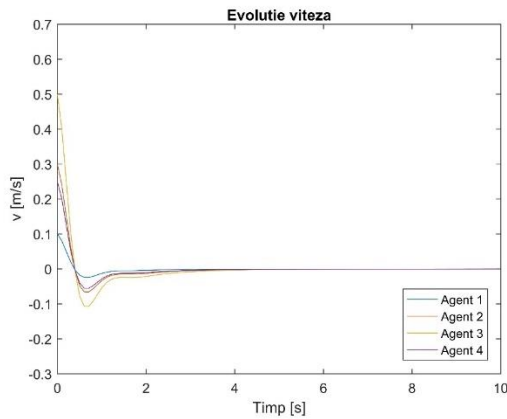


Figura 3.11 Evoluția în timp a vitezei – control distribuit – Config. A

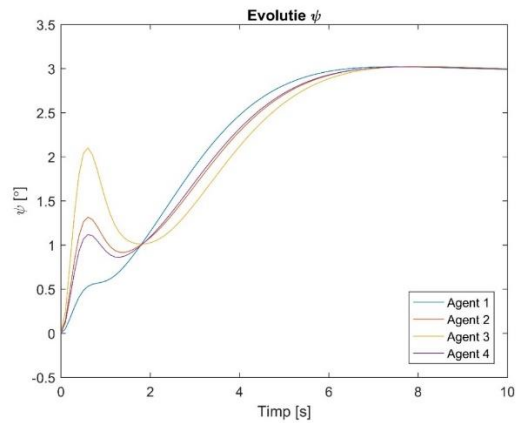


Figura 3.12 Evoluția unghiului de girație – control distribuit – Config. A

- **Configurația B**

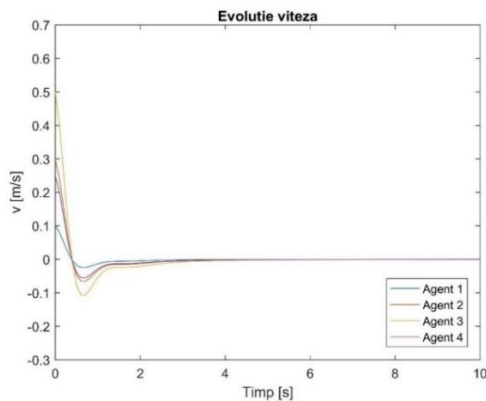


Figura 3.13 Evoluția în timp a vitezei de-a lungul axei Oy – control distribuit – Config. B

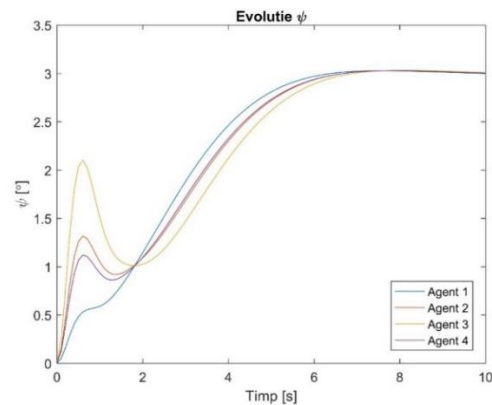


Figura 3.14 Evoluția unghiului de girație – control distribuit – Config. B

Condițiile inițiale impuse în cazurile anterioare se mențin și pentru analiza comportamentului acestei configurații. Astfel, se consideră valori inițiale diferite ale vitezei v și ale unghiului de rotație ψ pentru cele 4 vehicule aeriene ale sistemului interconectat. Obținerea simulărilor numerice presupune atingerea unor performanțe prestabilite. Mai exact, se dorește ca vehiculele aeriene să mențină valori dorite ale vitezei de-a lungul axei Oy și ale unghiului de rotație pe tot parcursul simulărilor. Figura 3.13 și Figura 3.14 demonstrează atât stabilitatea sistemului, cât și atingerea și menținerea performanțelor dorite ținând cont de condițiile inițiale diferite impuse.

4 Proiectare H_∞

Fiind o tehnică modernă de proiectare, teoria H_∞ implică determinarea unui controler care stabilizează sistemul în buclă închisă și atingerea unui obiectiv de proiectare prin minimizarea normei H_∞ a unei funcții de transfer specifice. Noțiunile teoretice împreună cu proprietățile caracteristice sunt tratate detaliat în referințele [8], [9], [10].

4.1 Preliminarii - Metoda H_∞

Se consideră o formație de vehicule aeriene identice a cărei dinamică se scrie astfel:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1u_1(t) + B_2u_2(t) \\ y_1(t) &= Cx(t) + Du_2(t) \\ y_2(t) &= x(t), t \geq 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

unde $x \in \mathbb{R}^n$ reprezintă vectorul de stare, $u_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ este vectorul intrărilor exogene, $u_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$ este vectorul variabilelor de comandă, $y_1 \in \mathbb{R}^{p_1}$ reprezintă ieșirile de calitate, iar y_2 , vectorul ieșirilor măsurate. În plus, pentru determinarea soluțiilor problemei H_∞ , se presupun adevărate două condiții: $C^T D = 0$ și $D^T D = I$.

Teorema 1. Există un compensator $F \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$ astfel încât sistemul în buclă închisă din (4.1) cu $u(t) = Fy_2(t)$, explicitat

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + B_2F)x(t) + B_1u_1(t) \\ y_1(t) &= (C + DF)x(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

are proprietatea că pentru $x(0) = 0$ și pentru o valoare dată $\gamma > 0$,

$$\int_0^\infty (|y_1(t)|^2 - \gamma^2 |u_1(t)|^2) dt < 0 \quad (4.3)$$

pentru $\forall u_1 \in \mathcal{L}^2([0, \infty), \mathbb{R}^{m_1})$ dacă ecuația Riccati

$$A^T X + XA + \gamma^{-2} X B_1 B_1^T X - X B_2 B_2^T X + C^T C = 0 \quad (4.4)$$

are o soluție stabilizatoare $X \geq 0$, și în acest caz,

$$F = -B_2^T X. \quad (4.5)$$

4.2 Control Centralizat

Sistemul dinamic al rețelei se scrie sub formă restrânsă astfel:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}_1\tilde{u}_1(t) + \tilde{B}_2\tilde{u}_2(t)$$

$$\begin{aligned}\tilde{y}_1(t) &= \tilde{C}\tilde{x}(t) + \tilde{D}\tilde{u}_2(t) \\ \tilde{y}_2(t) &= \tilde{x}(t), t \geq 0\end{aligned}\quad (4.6)$$

Pentru o valoare $\gamma > 0$, se definește funcția cost

$$\begin{aligned}J(u_{1_1}, \dots, u_{1_N}, u_{2_1}, \dots, u_{2_N}) &= \int_0^\infty \left[\sum_{i=1}^N (|y_{1i}(t)|^2 - \gamma^2 |u_{1i}(t)|^2) + \right. \\ &\left. \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i(t) - x_j(t))^T Q_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right] dt.\end{aligned}\quad (4.7)$$

Determinarea compensatorului $\tilde{F} \in \mathbb{R}^{m_2 N \times n N}$ implică rezolvarea ecuației Riccati

$$\tilde{A}^T \tilde{X} + \tilde{X} \tilde{A} + \gamma^{-2} \tilde{X} \tilde{B}_1 \tilde{B}_1^T \tilde{X} - \tilde{X} \tilde{B}_2 \tilde{B}_2^T \tilde{X} + \tilde{Q}^T \tilde{Q} = 0 \quad (4.8)$$

unde $\tilde{X} \geq 0$ este soluția stabilizatoare, și astfel,

$$\tilde{F} = -\tilde{B}_2^T \tilde{X}. \quad (4.9)$$

În plus, soluția stabilizatoare a ecuației Riccati (4.8) are următoarea structură

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1 & \tilde{X}_2 & \cdots & \tilde{X}_2 \\ \tilde{X}_2 & \tilde{X}_1 & \cdots & \tilde{X}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{X}_2 & \tilde{X}_2 & \cdots & \tilde{X}_1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

în care $\tilde{X}_1 = X_1 + (N-1)X_2$, iar X_1 este soluția stabilizatoare pozitiv semidefinită a ecuației Riccati

$$A^T X_1 + X_1 A + X_1 (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_1 + C^T C = 0 \quad (4.11)$$

și $\tilde{X}_2 = X_2$, unde X_2 este soluția stabilizatoare a următoarei ecuații Riccati:

$$\begin{aligned}(A + (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_1)^T X_2 + X_2 (A + (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_1) + \\ NX_2 (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_2 + P^T P = 0.\end{aligned}\quad (4.12)$$

Ținând cont de structura compensatorului obținut, și anume,

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & \cdots & F_2 \\ F_2 & F_1 & \cdots & F_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_2 & F_2 & \cdots & F_1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

compensatoarele optime sunt de forma:

$$\begin{aligned}F_1 &= -B_2^T (X_1 + (N-1)X_2) \\ F_2 &= B_2^T X_2.\end{aligned}\quad (4.14)$$

4.3 Control Distribuit

În cazul controlerului centralizat, unde toți agenții sunt interconectați, matricea de adiacență are toate elementele care nu se află pe diagonala principală egale cu 1. Datorită schimbului limitat de informații între membrii rețelei, în cazul controlerului distribuit, expresia acestuia se poate scrie utilizând matricea de adiacență astfel:

$$\tilde{F}_D = I_N \otimes F_1 + \mathcal{A}(\mathcal{G}) \otimes F_2. \quad (4.15)$$

Existența termenilor nuli din matricea de adiacență introduce o nouă problemă și anume, dacă controlerul distribuit obținut garantează stabilitatea sistemului și asigură performanțele H_∞ impuse. Adoptând parametrizarea din [6]

$$\tilde{F}_D = I_N \otimes F_1 + aI_N \otimes F_2 + b\mathcal{A}(\mathcal{G}) \otimes F_2 \quad (4.16)$$

se determină domeniul parametrilor a și b pentru care sistemul multi-agent în buclă închisă este stabil. Se observă că pentru $a = 0$ și $b = 1$, expresiile (4.13) și (4.16) coincid. Ținând cont de notația $\mu_i, i = 1, \dots, N$ corespunzătoare valorilor proprii ale matricei de adiacență $\mathcal{A}(\mathcal{G})$, se utilizează următorul algoritm propus în [11] pentru a determina parametrii necesari menținerii proprietăților de stabilitate.

Pasul 1. Se determină $\delta_1 < 0$ și $\delta_2 > 0$ astfel încât $\Lambda(\tilde{A}_D) \in \mathbb{C}^-, \forall \delta \in [\delta_1, \delta_2]$;

Pasul 2. Se rezolvă sistemele de inecuații

$$\begin{aligned} \delta_1 + 1 - N_L + a + b\bar{\mu} &< 0 \\ \delta_2 + 1 - N_L + a + b\underline{\mu} &> 0 \\ b &> 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

și

$$\begin{aligned} \delta_1 + 1 - N_L + a + b\underline{\mu} &< 0 \\ \delta_2 + 1 - N_L + a + b\bar{\mu} &> 0 \\ b &< 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

unde $\underline{\mu} = \min_i \mu_i$ și $\bar{\mu} = \max_i \mu_i$.

5 Studii de caz - Proiectare H_∞

Cea de-a doua metodă de proiectare analizată în această lucrare, denumită H_∞ , presupune caracteristici specifice, detaliate în capitolul corespunzător, fiind nevoie astfel ca sistemul de ecuații al rețelei conectate să fie de forma (4.1). Analog, canalele de comunicații utilizate în transmiterea datelor între agenți se consideră ideale.

5.1 Studii de caz - Proiectare H_∞ pentru cazul ideal

5.1.1. Control Centralizat

- **Dinamica longitudinală**

Figura 5.1 reprezintă evoluția în timp a vitezei pentru întreaga rețea conectată pentru care se impune atingerea și menținerea valorii $u = 3 \text{ m/s}$. Figura 5.2 ilustrează evoluția în timp a altitudinii pentru cei patru agenți ai sistemului interconectat.

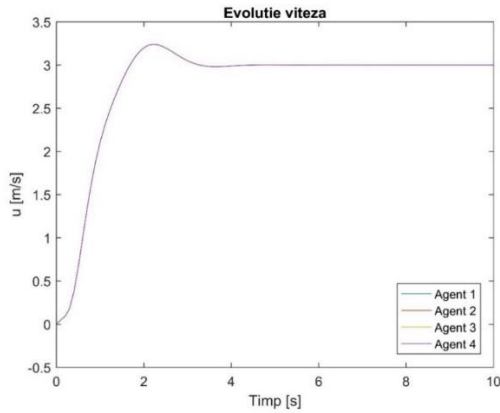


Figura 5.1 Evoluția vitezei de-a lungul axei Ox – control centralizat

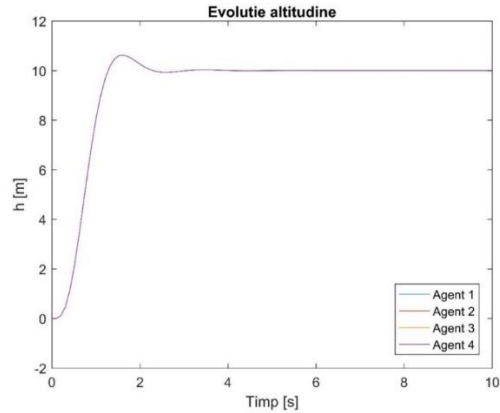


Figura 5.2 Evoluția altitudinii – control centralizat

- **Dinamica lateral-direcțională**

În cazul dinamicii lateral-direcționale, se analizează răspunsul în timp al vitezei de-a lungul axei Oy și al unghiului de rotație. Figura 5.3 prezintă răspunsul în timp al vitezei v în care se observă că membrii rețelei ating valoarea nulă pe care o mențin pe tot parcursul simulării, ținând cont de condițiile inițiale diferite. Figura 5.4 demonstrează capacitatea rețelei de a se stabili pe valoarea dorită a unghiului de rotație.

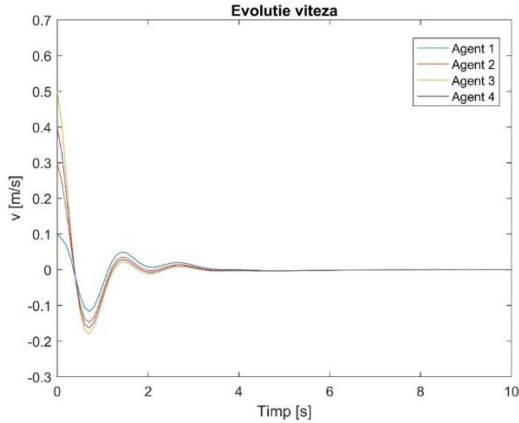


Figura 5.3 Evoluția vitezei de-a lungul axei Oy – control centralizat

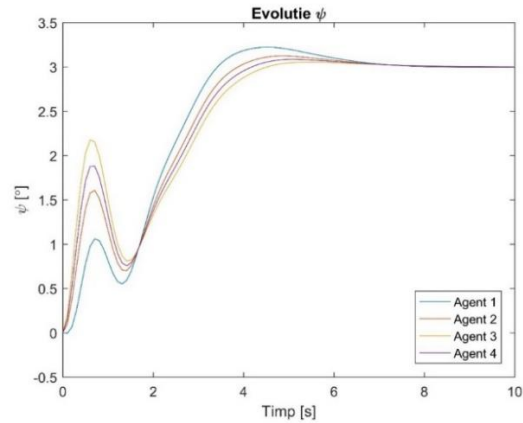


Figura 5.4 Evoluția unghiului de rotație – control centralizat

5.1.2. Control Distribuit

- ❖ **Dinamica longitudinală**

- **Configurația B**

Această parte analizează comportamentul formației din Figura 3.6, în care toți agenții au un număr egal de conexiuni. Figura 5.5 prezintă evoluția în timp a vitezei de-a lungul axei Ox pentru care atingerea valorii $u = 3 \text{ m/s}$ este îndeplinită. Deși schimbul de informații între anumite

perechi de agenți este limitat, controlerul distribuit determinat garantează stabilitatea sistemului, ceea ce este demonstrat și de evoluția în timp a altitudinii (Figura 5.6).

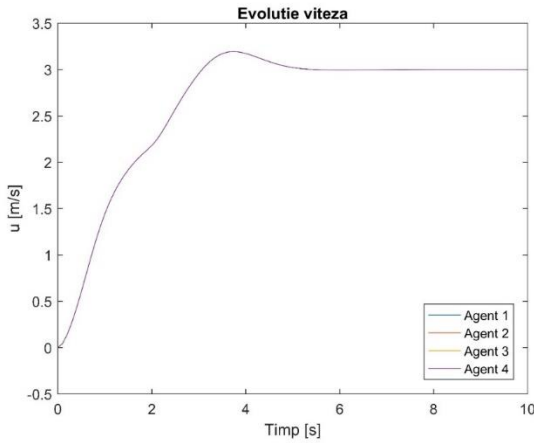


Figura 5.5 Evoluția vitezei de-a lungul axei Ox – control distribuit – Config. B

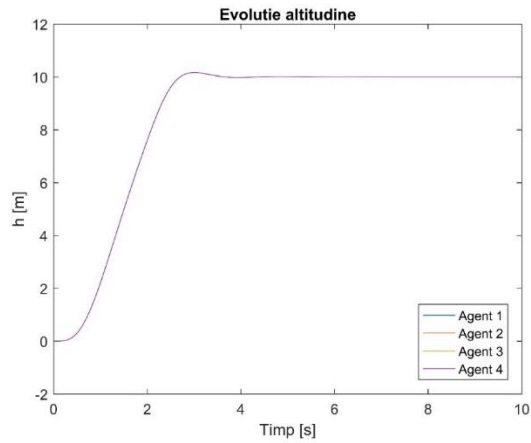


Figura 5.6 Evoluția altitudinii – control distribuit – Config. B

- **Configurația F**

Este important de studiat cazul în care numărul maxim de conexiuni ale unui agent al rețelei crește considerabil. Astfel, se consideră configurația din Figura 5.7, unde $d_{max} = 7$ pentru agentul 1 și pentru agentul 2. Menținând aceleași condiții impuse și în celelalte cazuri analizate, se obțin răspunsurile în timp ale vitezei și ale altitudinii prezentate în Figura 5.8 și în Figura 5.9.

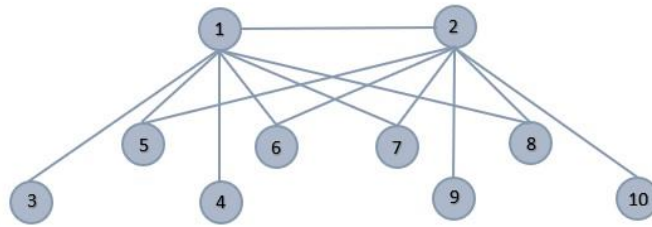


Figura 5.7 Configurația F

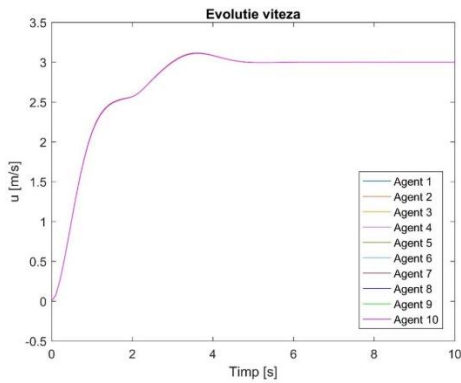


Figura 5.8 Evoluția vitezei de-a lungul axei Ox – control distribuit – Config. F

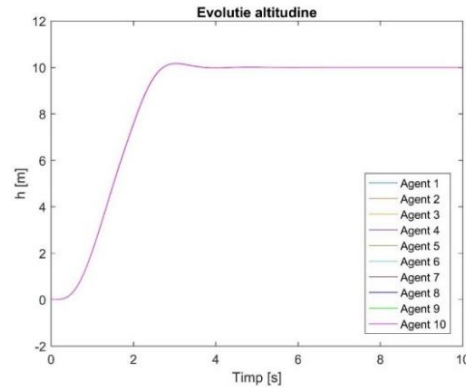


Figura 5.9 Evoluția altitudinii – control distribuit – Config. F

❖ Dinamica lateral-direcțională

Pentru obținerea simulărilor numerice, sunt menținute condițiile inițiale considerate în cazurile anterioare. Evoluția în timp a vitezei prezentată în Figura 5.10 evidențiază valorile inițiale diferite ale agenților rețelei și menținerea valorii nule pe parcursul simulării. Evoluția în timp a unghiului de girație (Figura 5.11) reflectă capacitatea controlerului de stabilitate a rețelei atingând obiectivele dorite.

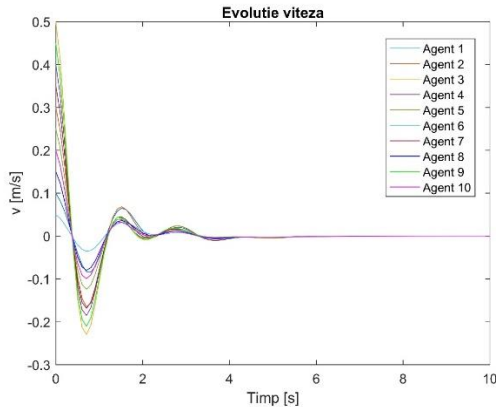


Figura 5.10 Evoluția vitezei de-a lungul axei Oy – control distribuit – Config. F

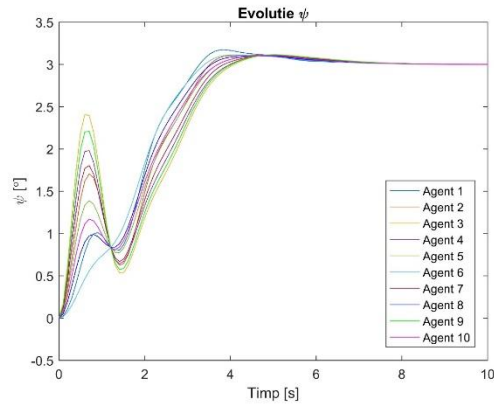


Figura 5.11 Evoluția unghiului de girație – control distribuit – Config. F

5.2 Studii de caz - Proiectare H_∞ în cazul întârzierilor în timp

Deși întârzierile în timp reprezintă un subiect recent în cercetările de specialitate, provocarea constă în dezvoltarea algoritmilor de comandă pentru rețelele de vehicule aeriene ținând cont de influențele acestora. Astfel, se analizează impactul acestora asupra dinamicii decuplate a vehiculelor, pentru diferitele configurații considerate. Astfel, pentru a analiza influențele acestora, se consideră întârzierea de ordin I modelată cu ajutorul aproximației Padé.

5.2.1. Sistem Centralizat

Evoluțiile în timp ale stărilor corespunzătoare dinamicii decuplate a vehiculelor reflectă comportamente distincte pentru cele două situații (cazul ideal și cel cu întârzieri în timp). Prezența întârzierii de timp considerate este redată prin decalarea apărută între cele două reprezentări grafice, fără a afecta stabilitatea rețelei.

5.2.2. Sistem Distribuit

❖ Dinamica longitudinală

• Configurația F

Menținând aceleași condiții impuse și în celelalte cazuri analizate, se obțin reprezentările grafice comparative ale celor două stări (viteza u și altitudinea h), ilustrate în Figura 5.12 și în Figura 5.13. Se observă decalajul evoluțiilor apărut în urma introducerii întârzierii, fără a afecta stabilitatea rețelei și atingerea obiectivelor impuse.

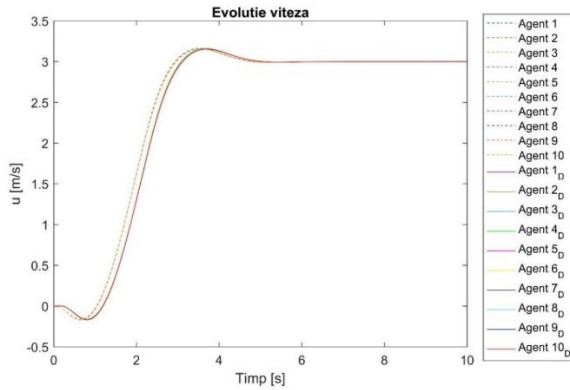


Figura 5.12 Evoluțiile comparative ale vitezei de-a lungul axei Ox – control distribuit – Confiğ. F

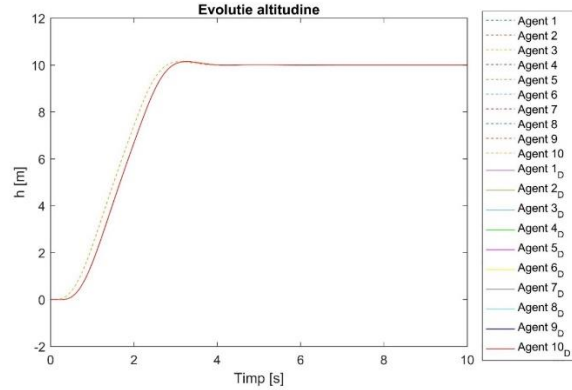


Figura 5.13 Evoluțiile comparative ale altitudinii – control distribuit – Confiğ. F

❖ Dinamica lateral-direcțională

• Configurația F

În această parte, se dorește să se studieze influențele întârzierilor în timp în cazul unei configurații de zbor în care numărul maxim de conexiuni ale unui agent crește semnificativ. La fel ca în situațiile anterioare, se prezintă evoluțiile comparative ale vitezelor (Figura 5.14) și ale unghiurilor de girație (Figura 5.15) pentru fiecare membru, unde se remarcă decalarea acestora datorată întârzierii de timp. Valoarea maximă atinsă a unghiului de girație corespunde agentului 3 pentru care condiția inițială a vitezei este maximă. Reducerea progresivă a acestora este realizată în funcție de valorile inițiale diferite ale vitezei.

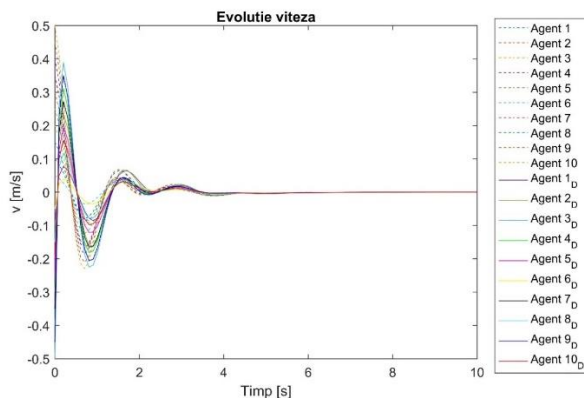


Figura 5.14 Evoluțiile comparative ale vitezei de-a lungul axei Oy – control distribuit – Confiğ. F

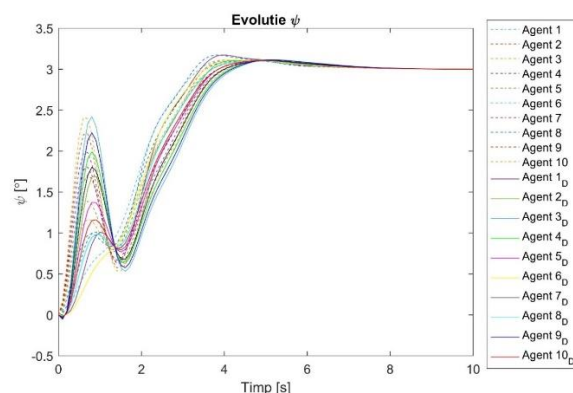


Figura 5.15 Evoluțiile comparative ale unghiului de girație – control distribuit – Confiğ. F

5.3 Studii de caz - Proiectare H_∞ în cazul întreruperii comunicării

Comunicarea între agenții rețelei are un rol esențial în proiectarea sistemului de comandă automată. Transmiterea datelor poate avea un impact la nivelul întregii formații de zbor, astfel că sunt analizate diferite situații în care interconexiunea membrilor este perturbată. Pentru a studia

evoluțiile în timp ale stărilor agenților rețelei, este considerată dinamica decuplată a două formații de zbor ale căror configurații sunt ilustrate în Figura 5.16 (configurația C) și în Figura 5.7 (configurația F). Sistemele de ecuații ale sistemelor interconectate, condițiile inițiale și obiectivele impuse sunt aceleași cu cele detaliate pentru cazul comunicării ideale.

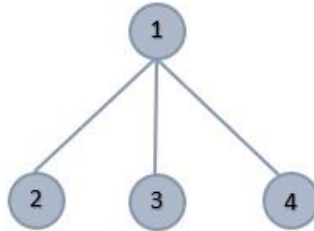


Figura 5.16 Configurația C

5.3.1 Situația I

Prima situație analizată constă în cazul indisponibilizării unor anumiți agenți ai rețelei. Pentru configurația din Figura 5.16, se consideră indisponibilizarea agentului 2 pentru o perioadă determinată de timp, iar pentru Figura 5.7, conexiunea cu agenții 2 și 5 nu este posibilă.

- **Dinamica longitudinală**

Inițial, se obțin evoluțiile în timp ale celor două stări analizate ale configurației C, reprezentate grafic în Figura 5.18 și Figura 5.17. Simulările ilustrează comportamentul detaliat al celor 4 agenți cu scopul de a evidenția influența indisponibilizării agentului 2 asupra celorlalți membri ai rețelei. Se observă că lipsa conexiunii agentului 2 pentru o durată de $t = 2$ s nu are efecte semnificative asupra stabilității rețelei sau a atingerii obiectivelor impuse, fapt evidențiat de micile diferențe ale evoluțiilor stărilor în intervalul menționat.

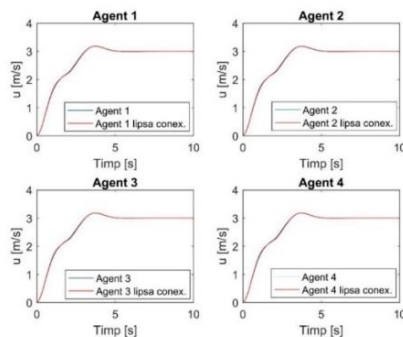


Figura 5.17 Evoluția vitezei pentru configurația C – indisponibilizare agent 2

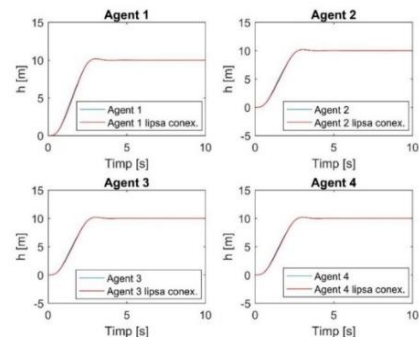


Figura 5.18 Evoluția altitudinii pentru configurația C – indisponibilizare agent 2

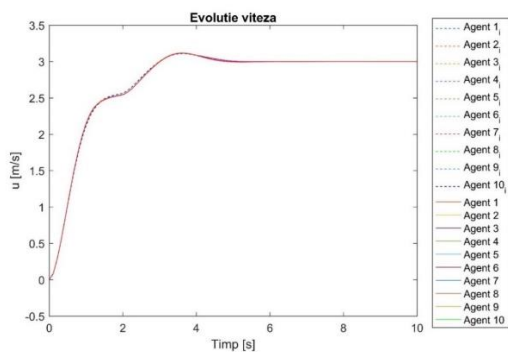


Figura 5.19 Evoluția vitezei pentru config. F – indisponibilizare agent 2 și agent 5

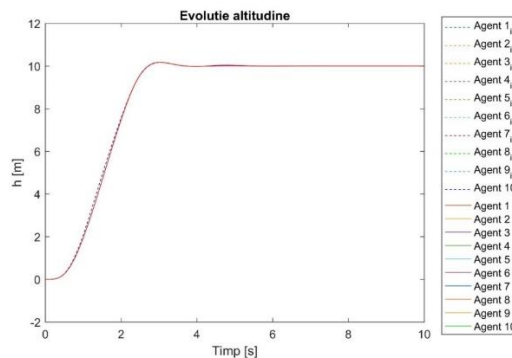


Figura 5.20 Evoluția altitudinii pentru config. F – indisponibilizare agent 2 și agent 5

Analizând evoluțiile în timp ale celor două stări ale configurației F (Figura 5.19 și Figura 5.20), se observă diferențe ale comportamentelor membrilor nu doar pentru intervalul considerat. Ținând cont de numărul maxim de conexiuni al agentului 2 care devine indisponibil, efectele produse nu sunt semnificative. Prin urmare, stabilitatea rețelei și performanțele dorite nu sunt afectate.

- **Dinamica lateral-direcțională**

Din reprezentările grafice ale stărilor analizate corespunzătoare dinamicii lateral-direcționale prezentate în Figura 5.21 și în Figura 5.22, se observă că pierderea conexiunii cu agentul 2 pentru o durată determinată de timp nu afectează performanțele dorite, fiind redată mici modificări ale evoluțiilor în timp față de cazul ideal.

În cazul configurației cu număr mai mare de agenți (configurația F), reprezentările grafice comparative ale celor două situații (comunicare ideală și conexiuni imperfecte) pentru cele două stări sunt ilustrate în Figura 5.23 și în Figura 5.24.

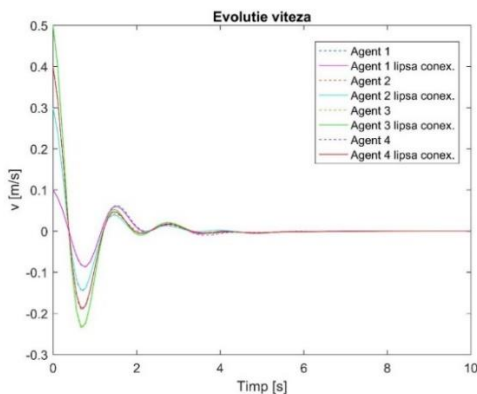


Figura 5.21 Evoluția vitezei pentru config. C – indisponibilizare agent 2

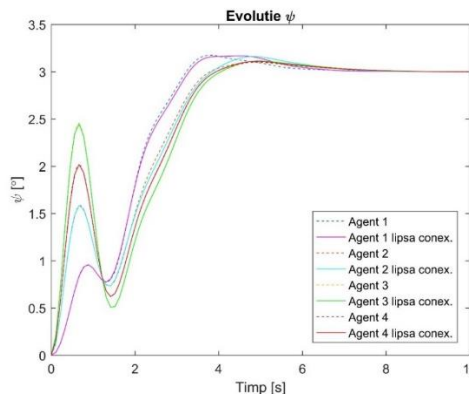


Figura 5.22 Evoluția unghiului de rotație pentru config. C – indisponibilizare agent 2

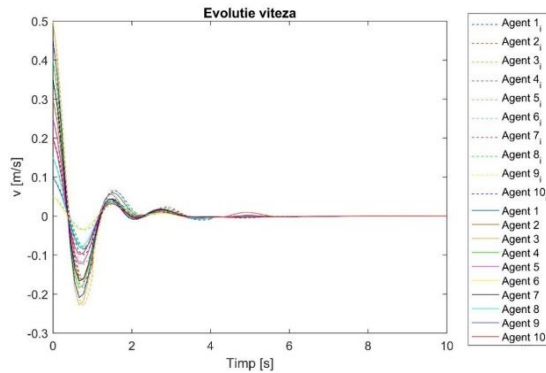


Figura 5.23 Evoluția vitezei pentru config. F – indisponibilizare agent 2 și agent 5

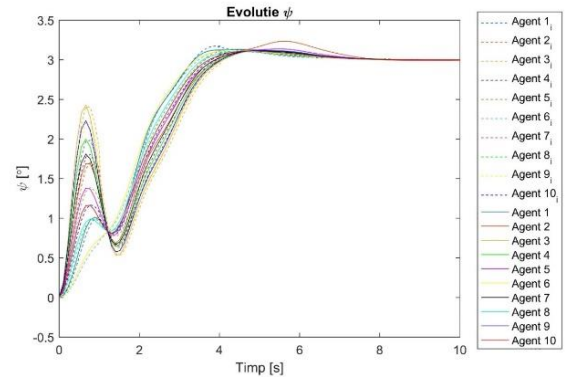


Figura 5.24 Evoluția unghiului de girație pentru config. F – indisponibilizare agent 2 și agent 5

5.3.2. Situația a II-a

În cel de-al doilea scenariu studiat, se consideră pierderea totală a conexiunilor la nivelul rețelei pentru aceeași durată limitată de timp, în cazul celor două configurații din figurile prezentate anterior.

- **Dinamica longitudinală**

Se obțin evoluțiile în timp ale vitezei de-a lungul axei Ox (Figura 5.25) și ale altitudinii (Figura 5.26), în care indicele i denotă stările cazului ideal. Se observă că efectele pierderii totale a comunicării pentru o durată limitată de timp continuă pentru scurt timp după reparația conexiunilor, însă nu au un impact semnificativ în ceea ce privește performanțele dorite.

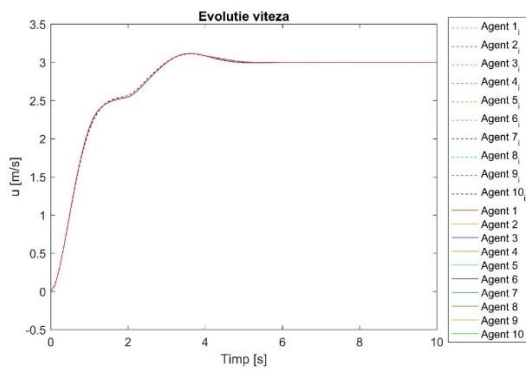


Figura 5.25 Evoluția vitezei pentru config. F - pierdere totală a conexiunilor

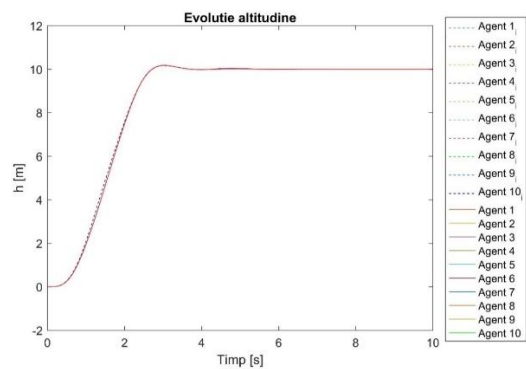


Figura 5.26 Evoluția altitudinii pentru config. F - pierdere totală a conexiunilor

- **Dinamica lateral-direcțională**

Similar cu situația anterioară, se consideră obiective identice pentru cele două configurații diferite de zbor, menținându-se aceleași intervale de timp pentru pierderea integrală a conexiunilor între vehicule. Evoluțiile celor două stări ale primei configurații sunt ilustrate în Figura 5.27 și în Figura 5.28.

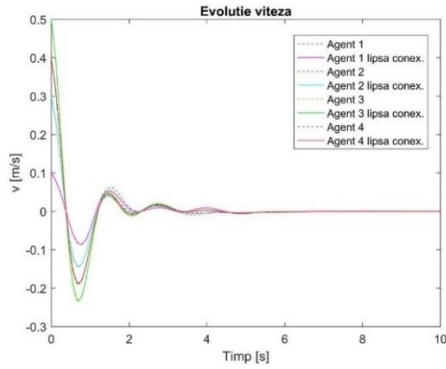


Figura 5.27 Evoluția vitezei pentru config. C - pierdere totală a conexiunilor

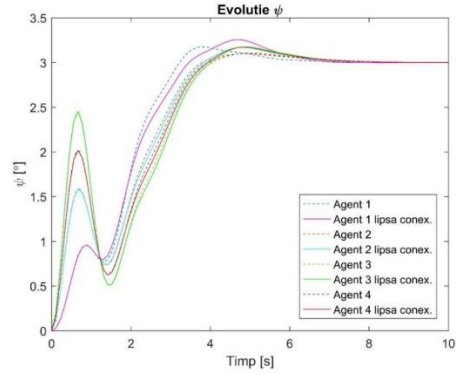


Figura 5.28 Evoluția unghiului de rotație pentru config. C - pierdere totală a conexiunilor

6 Proiectare H_∞ pentru sisteme stocastice cu salturi Markov

În această parte, se consideră proiectarea unui controler H_∞ pentru sistemele multi-agent, cu dinamici identice, în care pierderea de date la nivelul rețelelor de comunicații este reprezentată prin procesul Markov. Aceste modele sunt utilizate pentru simularea și modelarea sistemelor de comunicații, regăsindu-se în lucrări precum [12], [13], [14].

6.1 Cazul unui singur agent

Se consideră sistemul stocastic liniar

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\eta(t))x(t) + B_1(\eta(t))u_1(t) + B_2(\eta(t))u_2(t) \\ y_1(t) &= C(\eta(t))x(t) + D(\eta(t))u_2(t) \\ y_2(t) &= x(t) \end{aligned} \quad (6.1)$$

în care se mențin notațiile pentru sistemul (4.1), iar $\eta(t), t \geq 0$ denotă lanțul continuu de tip Markov cu spațiul stărilor $\mathcal{D} = \{1, \dots, d\}$ și matricea probabilității de tranziție $P(t) = [p_{ij}(t)] = e^{\Pi t}, i, j \in \mathcal{D}, t \geq 0$, în care matricea staționară a vitezei de tranziție a η este $\Pi = [\pi_{ij}]$ cu $\sum_{j=1}^d \pi_{ij} = 0, i \in \mathcal{D}$ și $\pi_{ij} \geq 0$ dacă $i \neq j$.

Definiția 1 [15]. Sistemul stocastic cu parametrii Markov

$$\dot{x}(t) = A(\eta(t))x(t) \quad (6.2)$$

se numește exponențial stabil în medie pătratică (ESMS) dacă există $\beta \geq 1$ și $\alpha > 0$ astfel încât $E[|\Phi(t)|^2 | n(0) = i] \leq \beta e^{-\alpha t}, \forall t \geq 0, i \in \mathcal{D}$, unde $\Phi(t)$ reprezintă soluția fundamentală (aleatorie) a sistemului diferențial (6.2).

Propoziția 1. Sistemul stocastic (6.2) este ESMS dacă și numai dacă există matricele $X(i) > 0, i = 1, \dots, d$ care verifică sistemul de inegalități de tip Lyapunov

$$A^T(i)X(i) + X(i)A(i) + \sum_{j=1}^d \pi_{ij}X(j) < 0. \quad (6.3)$$

Teorema 3 [15]. Dacă sistemul de ecuații Riccati cuplate

$$\begin{aligned} A^T(i)X(i) + X(i)A(i) + X(i)(\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - B_2(i)B_2^T(i))X(i) + \sum_{j=1}^d \pi_{ij}X(j) + \\ C^T(i)C(i) = 0 \end{aligned} \quad (6.4)$$

are o soluție stabilizatoare $(X(1), \dots, X(d))$ cu $X(i) \geq 0, \forall i \in \mathcal{D}$ pentru o anumită valoare $\gamma > 0$, și anume, dacă sistemul stocastic cu salturi Markov

$$\dot{x}(t) = \left(A(\eta(t)) + \left(\gamma^{-2}B_1(\eta(t))B_1^T(\eta(t)) - B_2(\eta(t))B_2^T(\eta(t)) \right) X(\eta(t)) \right) x(t)$$

este ESMS, unde

$$F(\eta(t)) = -B_2^T(\eta(t))X(\eta(t)), \quad (6.5)$$

atunci legea de comandă $u(t) = F(\eta(t))x(t)$ stabilizează sistemul (6.1) și

$$E\left[\int_0^\infty (|y_1(t)|^2 - \gamma^2|u_1(t)|^2) dt\right] \leq 0 \quad (6.6)$$

pentru $\forall u_1 \in L_\eta^2([0, \infty), \mathcal{R}^{m_1})$, unde ieșirea de calitate $y_1(t)$ este determinată cu condiția inițială $x(0) = 0$ a sistemului (6.1).

Propoziția 4. Se presupune că sistemul (6.1) este detectabil stocastic și că sistemul de ecuații Riccati (6.4) are o soluție stabilizatoare. Atunci, $\{X_k(i)\}_{k \geq 0}, \{Z_k(i)\}_{k \geq 0}$ definite de $X_0(i) = 0$ și $X_{k+1}(i) = X_k(i) + Z_k(i), i = 1, \dots, d$, unde $Z_0(i)$ reprezintă soluțiile stabilizatoare ale sistemului de ecuații Riccati

$$\begin{aligned} \left(A(i) + \frac{1}{2}\pi_{ii}I_n \right)^T Z_0(i) + Z_0(i) \left(A(i) + \frac{1}{2}\pi_{ii}I_n \right) - Z_0(i)B_2(i)B_2^T(i)Z_0(i) + \\ C^T(i)C(i) + \sum_{j=1, j \neq i}^d \pi_{ij}Z_0(j) = 0, \end{aligned} \quad (6.7)$$

$Z_k(i), k \geq 1$ reprezintă soluțiile stabilizatoare ale ecuațiilor decuplate Riccati

$$M_k^T(i)Z_k(i) + Z_k(i)M_k(i) - Z_k(i)B_2(i)B_2^T(i)Z_k(i) + R_k(i) = 0,$$

în care

$$M_k(i) = A(i) + \frac{1}{2}\pi_{ii}I_n + (\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - B_2(i)B_2^T(i))X_k(i)$$

$$R_k(i) = \gamma^{-2}Z_{k-1}(i)B_1(i)B_1^T(i)Z_{k-1}(i) + \sum_{j=1, j \neq i}^d \pi_{ij}Z_{k-1}(j)$$

sunt convergente și limita termenului $X_k(i), i = 1, \dots, d$ când $k \rightarrow \infty$ este soluția stabilizatoare a sistemului (6.4). Astfel, se utilizează un algoritm iterativ pentru a rezolva sistemul de ecuații Riccati cuplate cu semn definit.

6.2 Sisteme multi-agent

Teorema 4. (i) Dacă sistemul de ecuații Riccati cuplate

$$\begin{aligned} \tilde{A}^T(i)\tilde{X}(i) + \tilde{X}(i)\tilde{A}(i) + \tilde{X}(i)\left(\gamma^{-2}\tilde{B}_1(i)\tilde{B}_1^T(i) - \tilde{B}_2(i)\tilde{B}_2^T(i)\right)\tilde{X}(i) + \\ \sum_{j=1}^d \pi_{ij}\tilde{X}(j) + \tilde{Q}^T(i)\tilde{Q}(i) = 0, i = 1, \dots, d \end{aligned} \quad (6.8)$$

are o soluție stabilizatoare pozitiv semidefinită $(\tilde{X}(1), \dots, \tilde{X}(d))$ cu $\tilde{X}(i) \geq 0, i = 1, \dots, d$, atunci sistemul stocastic cu parametrii Markov

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \left(\tilde{A}(\eta(t)) + \tilde{B}_2(\eta(t))\tilde{F}(\eta(t))\right)x(t) + \tilde{B}_1(\eta(t))\tilde{u}_1(t) \quad (6.9)$$

unde $\tilde{F}(i) = -\tilde{B}_2^T(i)\tilde{X}(i), i = 1, \dots, d$, este ESMS și pentru condiția inițială $\tilde{x}(0) = 0$,

$$E\left[\int_0^\infty (|\tilde{y}_1(t)|^2 - \gamma^2|\tilde{u}_1(t)|^2) dt\right] \leq 0$$

pentru toate $\tilde{u}_1 \in L_\eta^2([0, \infty), \mathcal{R}^{N \cdot m_1})$.

(ii) Soluția ecuației (6.8) are următoarea structură:

$$\begin{aligned} \tilde{X}(i) &= [\tilde{X}_{k\ell}]_{k,\ell=1,\dots,N} \text{ unde} \\ \tilde{X}_{kk}(i) &= X_1(i) + (N-1)X_2(i) \\ \tilde{X}_{k\ell}(i) &= -X_2(i), k, \ell = 1, \dots, N, k \neq \ell \end{aligned} \quad (6.10)$$

în care $(X_1(1), \dots, X_1(d))$ și $(X_2(1), \dots, X_2(d))$ sunt soluțiile ecuațiilor Riccati

$$\begin{aligned} A^T(i)X_1(i) + X_1(i)A(i) + X_1(i)(\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - B_2(i)B_2^T(i))X_1(i) + \\ \sum_{j=1}^d \pi_{ij}X_1(j) + C^T(i)C(i) = 0, i = 1, \dots, d \end{aligned} \quad (6.11)$$

și

$$\begin{aligned} [A(i) + (\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - B_2(i)B_2^T(i))X_1(i)]^T X_2(i) + X_2(i)[A(i) + \\ (\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - B_2(i)B_2^T(i))X_1(i)] + NX_2(i)(\gamma^{-2}B_1(i)B_1^T(i) - \\ B_2(i)B_2^T(i))X_2(i) + \sum_{j=1}^d \pi_{ij}X_2(j) + P^T(i)P(i) = 0, i = 1, \dots, d. \end{aligned} \quad (6.12)$$

(iii) Dacă sistemele Riccati (6.11) și (6.12) au soluțiile stabilizatoare $(X_1(1), \dots, X_1(d))$ și $(X_2(1), \dots, X_2(d))$, cu $X_1(i) \geq 0$ și $X_2(i) \geq 0, i = 1, \dots, d$ atunci $(\tilde{X}(1), \dots, \tilde{X}(d))$ cu $\tilde{X}(i)$ definit în (6.10) este soluția stabilizatoare a sistemului (6.8) și $\tilde{X}(i) \geq 0, i = 1, \dots, d$.

Remarca 3. Ținând cont de expresiile $\tilde{X}(i)$ și $\tilde{F}(i), i = 1, \dots, d$, se observă că $\tilde{F}(i)$ are următoarea structură:

$$\tilde{F}(i) = \begin{bmatrix} F_1(i) & F_2(i) & \cdots & F_2(i) \\ F_2(i) & F_1(i) & \cdots & F_2(i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_2(i) & F_2(i) & \cdots & F_1(i) \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

în care

$$\begin{aligned} F_1(i) &= -B_2^T(i)(X_1(i) + (N-1)X_2(i)) \\ F_2(i) &= B_2^T(i)X_2(i), i = 1, \dots, d. \end{aligned} \quad (6.14)$$

7 Studii de caz - Proiectare H_∞ cu salturi Markov

În această parte, se consideră două cazuri ale procesului Markov ($\mathcal{D} = \{1,2\}$) și anume: $i = 1$, numit caz nominal, când toți membrii configurației sunt interconectați și $i = 2$, cazul în care comunicarea la nivelul rețelei este întreruptă total. Se alege matricea Π cu următoarele valori numerice:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.1)$$

Figura 7.1 ilustrează grafic probabilitatea de întrerupere a conexiunilor dintre agenți corespunzătoare matricei de tranziție Π_1 .

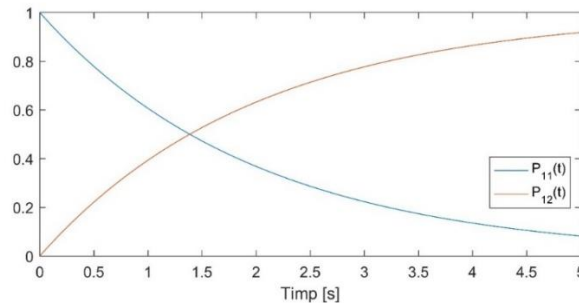


Figura 7.1 Probabilitățile de tranziție Π_1

7.1 Cazul $N = 100$ agenți

Având ca scop ilustrarea noțiunilor teoretice în cazul unei configurații extinse, așa cum este prezentat și în referința [15], se alege o rețea cu 100 de agenți identici, pentru care se consideră ecuațiile cinematice cu expresia:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_k(t) &= u_k(t) \\ \ddot{y}_k(t) &= v_k(t), \quad k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (7.2)$$

unde x_k și y_k reprezintă coordonatele carteziene și u_i și v_i accelerațiile comandate. Având în vedere că vectorul ieșirilor de calitate este de forma $y_{1k} = [x_k \ y_k \ u_k \ v_k]^T$, matricele corespunzătoare sistemului de ecuații (6.1) sunt identice pentru ambele cazuri ale procesului Markov explicitate anterior. Rezolvând sistemele Riccati (6.11) și (6.12) pentru $\gamma = 100$, se determină amplificările necesare obținerii traiectoriilor agenților pentru ambele situații considerate.

Figura 7.2 prezintă capturi instantanee în momente de timp diferite ($t = 0.5$ s și $t = 2$ s) ale evoluțiilor agenților, pentru care se consideră poziții inițiale aleatorii și se impune ca obiectiv dispunerea acestora într-un cadran asemănător formei geometrice de tip pătrat. Cele două figuri din jumătatea superioară demonstrează importanța matricei P care denotă modul de cuplare al agenților în atingerea obiectivului prestabilit într-un timp redus. Simulările numerice arată că întreruperea conexiunilor determină o creștere a timpului necesar stabilizării la aproximativ 6.5 s.

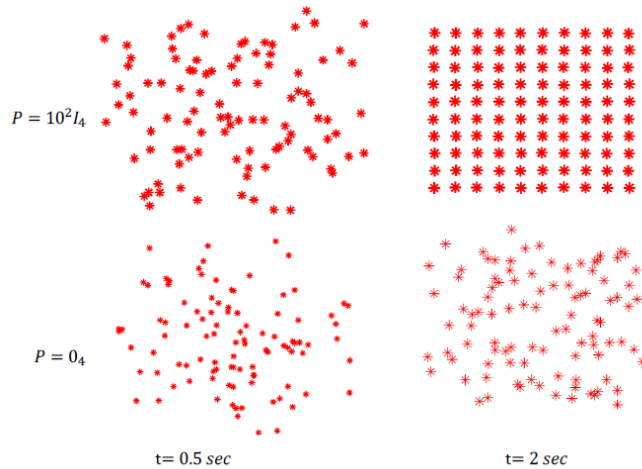


Figura 7.2 Capturi instantanee ale simulărilor pozițiilor în plan ale agenților

7.2 Cazul $N = 3$ agenți

În această parte, se consideră situația unei configurații de zbor alcătuite din 3 agenți identici, ilustrată în Figura 7.3, pentru care se analizează atât dinamica longitudinală, cât și cea lateral-direcțională.

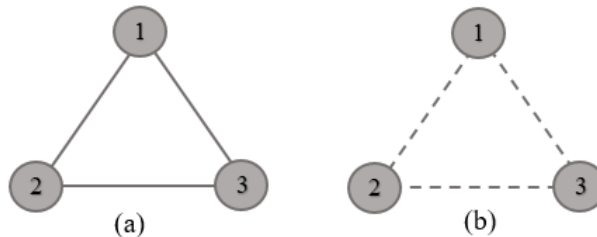


Figura 7.3 Configurație rețea cu salturi Markov

- **Dinamica longitudinală**

În Figura 7.4, se remarcă un decalaj al comportamentului agenților între cazul în care toți membrii sunt interconectați ($i = 1$) și situația în care toate conexiunile sunt întrerupte ($i = 2$). Evoluțiile celor trei agenți sunt similare în ambele scenarii. Ținând cont de valorile inițiale impuse, se observă atingerea performanțelor impuse atât pentru situația în care comunicarea este posibilă, cât și pentru cazul întreruperii totale a conexiunilor. Pentru evoluția altitudinii (Figura 7.5), se remarcă atingerea valorilor dorite pentru membrii rețelei, fiind evidențiate comportamente diferite pentru cazurile $i = 1$ și $i = 2$.

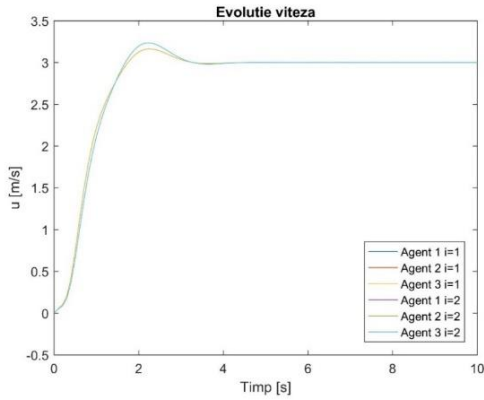


Figura 7.4 Evoluția vitezei agenților pentru ambele cazuri

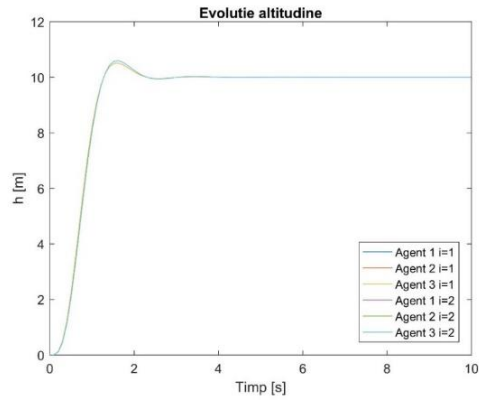


Figura 7.5 Evoluția altitudinii agenților pentru ambele cazuri

• Dinamica lateral-direcțională

Pentru situația în care toți agenții sunt conectați, se obține evoluția în timp a vitezei redată în Figura 7.6. Se remarcă comportamente diferite în funcție de valorile inițiale diferite. Această observație se regăsește și în cazul deconectării agenților (Figura 7.7), însă variațiile vitezelor în această situație sunt mai accentuate.

Analizând comportamentele în timp în ceea ce privește unghiul de girație (Figura 7.8 și Figura 7.9), se constată că variațiile evoluțiilor sunt mai accentuate pentru cazul $i = 2$. Se observă că cea mai lentă stabilizare a stărilor este cea a agentului 3, pentru care valoarea inițială a vitezei v este maximă.

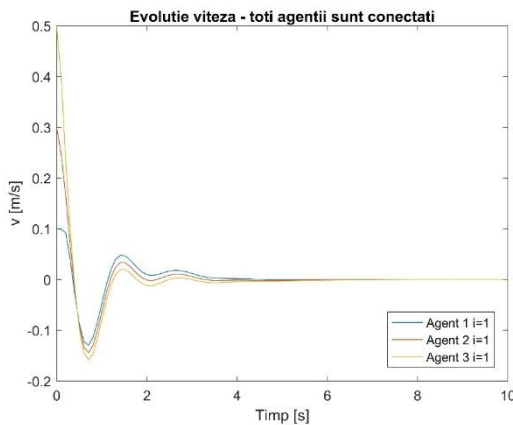


Figura 7.6 Evoluția vitezei pentru cazul nominal ($i=1$)

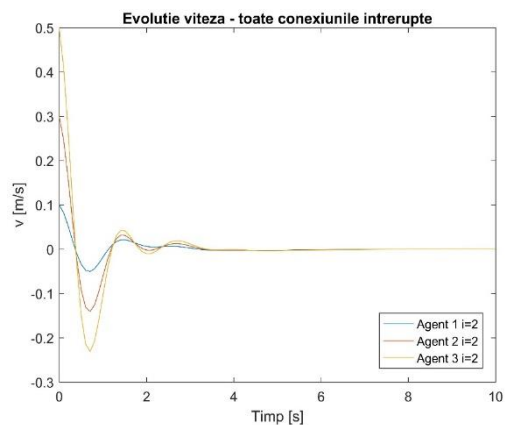


Figura 7.7 Evoluția vitezei pentru cazul întreruperii conexiunilor ($i=2$)

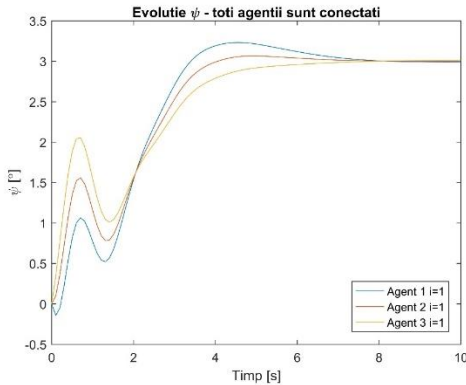


Figura 7.8 Evoluția unghiului de girație pentru cazul nominal ($i=1$)

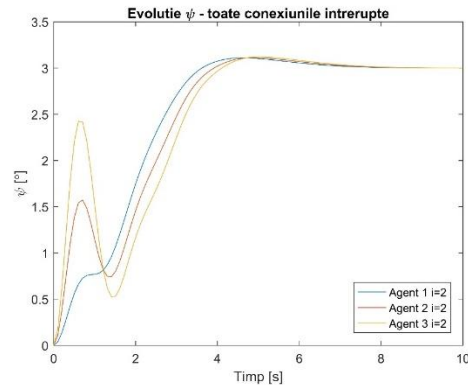


Figura 7.9 Evoluția unghiului de girație pentru cazul întreruperii conexiunilor ($i=2$)

8 Rezultate și Concluzii

În prezenta lucrare, atenția se concentrează pe problematica controlului sistemelor multi-agent, fiind considerate abordări distincte ale controlului optimal. Una din provocările specifice cu care se confruntă acest tip de sisteme se referă la transmiterea informațiilor între agenți, lucru posibil datorită canalelor de comunicație. Pe de altă parte, această particularitate implică imperfecțiuni ale canalelor de transmisie care pot avea ca efect reducerea performanțelor dorite sau influențarea stabilității rețelei conectate. Cunoșcând importanța studiului influențelor acestor factori (indisponibilizarea membrilor rețelei, prezența întârzierilor de timp, supraîncărcarea canalelor de transmisie care determină pierderea pachetelor de date) asupra stabilității sistemului interconectat, este relevantă analiza modului de răspuns al agenților în aceste situații.

Simulările numerice prezentate în cazul metodei LQR reflectă stabilitatea membrilor configurațiilor alese. Referitor la dinamica lateral-direcțională, stările agenților configurației B se stabilizează mai rapid. Valorile maxime ale unghiului de girație se evidențiază pentru agentul 3.

În ceea ce privește abordarea H_∞ în cazul comunicării ideale, analizând dinamica longitudinală, se identifică valori mai mari ale comenzilor pentru agenții cu număr mai mare de conexiuni. Ținând cont de condițiile inițiale impuse, se observă că valorile maxime atinse ale unghiului de girație pentru toate configurațiile sunt ale agentului 3 ($v_0 = \max$). În ceea ce privește stabilizarea vitezei v , se observă că timpul cel mai scurt se obține pentru configurația B, în care toți cei 4 agenți au același număr de conexiuni.

Introducerea întârzierilor în timp este redată prin prezența decalajului între cazul cu imperfecțiuni ale canalelor de comunicații și cel ideal. Privind durata de timp necesară stabilizării acestora la valorile impuse, se observă sensibilitatea ultimei configurații la întârzieri, unde se identifică evoluții mai lente. Referitor la gruparea comenzilor în funcție de numărul de conexiuni al agenților, acest aspect se menține independent de prezența imperfecțiunilor la nivelul canalelor de comunicații. În cazul indisponibilizării anumitor membri, se identifică modificări mai accentuate în cazul agenților cu număr maxim de conexiuni și a celor pentru care comunicarea devine imposibil de realizat. Pierderea integrală a conectării la nivelul rețelei pentru o perioadă

limitată de timp determină stabilizarea mai lentă a stărilor corespunzătoare dinamicii lateral-direcționale pentru agenții cu număr maxim de conexiuni.

Inițial, pentru a evidenția capacitățile proiectării H_∞ cu procese Markov, se consideră o configurație extinsă având 100 de agenți cu dinamică identică, utilizând ecuațiile cinematice. Capacitatea controlerului proiectat de stabilizare a unei rețele cu număr semnificativ de agenți ($N = 100$) și de a asigura performanțele dorite sunt prezentate în cazul sistemului de ecuații cinematice. Având ca poziții inițiale ale membrilor valori aleatorii, modul de răspuns al rețelei este prezentat atât pentru cazul nominal, cât și pentru cel în care comunicarea este întreruptă. Se observă că pierderea integrală a conexiunilor determină o creștere a timpului necesar stabilizării.

În ceea ce privește configurația cu număr redus de agenți, se remarcă un decalaj al comportamentului agenților între cazul în care toți membrii sunt interconectați ($i = 1$) și situația în care toate conexiunile sunt întrerupte ($i = 2$). Stabilizarea agenților la valoarea dorită, menținută pe toată perioada simulării, este mai lentă pentru situația în care comunicarea între membri este întreruptă. În cazul dinamicii lateral-direcționale, privind comportamentul agentului 3, pentru care valoarea inițială a vitezei este maximă, se remarcă cea mai lentă stabilizare a stărilor. Cele mai accentuate variații ale celor două stări se observă în cazul deconectării agenților ($i = 2$).

9 Referințe bibliografice

- [1] *P. Massioni, M. Verhaegen* – “Distributed Control for Identical Dynamically Coupled Systems: A Decomposition Approach”, IEEE Transactions on Automatic Control, 2009.
- [2] *Y. Cao, W. Yu, W. Ren, G. Chen* – “An Overview of Recent Progress in the Study of Distributed Multi-Agent Coordination”, IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013.
- [3] *S. Knorn, Z. Chen, R. Middleton* – “Overview: collective control of multi-agent systems”, IEEE Transactions Control Networked Systems, 2016.
- [4] *B. D. O. Anderson, J. B. Moore* – “Optimal Control. Linear Quadratic Methods”, 1989.
- [5] *C. Godsil, G. Royle* – „Algebraic Graph Theory”, Springer Science & Business Media, 2001.
- [6] *F. Borelli, T. Kevinczky* – “Distributed LQR design for identical dynamically decoupled systems”, Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, USA, 2006.
- [7] *C. Hajiyev, H. E. Soken, S. Y. Vural* – „State Estimation and Control for Low-cost Unmanned Aerial Vehicles”.
- [8] *K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover* – „Robust and Optimal Control”, Prentice Hall, 1996.
- [9] *C. Scherer* – „Theory of Robust Control”, 2001.
- [10] *A. Stoorvogel* – „The H_∞ Control Problem: A State Space Approach”, 2000.
- [11] *A. – M. Stoica* – „ H_∞ Type Control for Multi-Agent Systems subject to Stochastic State Dependent Noise”, SICON.

- [12] *A. Konrad, B. Y. Zhao, A. D. Joseph, R. Ludwig* - „A Markov-based channel model algorithm for wireless networks”, 2003.
- [13] *Y. Zhou, L. Lamont, C. A. Rabbath* – „A Markov-Based Packet Dropout Model for UAV Wireless Communications”, 2012.
- [14] *S. Primak, V. Kontorovitch, V. Lyandres* – „Stochastic Methods and their Applications to Communications”, 2014.
- [15] *A.-M. Stoica, S. C. Stoicu* – „ H_∞ State-Feedback Control of Multi-Agent Systems with Data Packet Dropout in the Communication Channels: A Markovian Approach”, MDPI Journal, 2022.