

TEZĂ DE ABILITARE

Metode de filtrare și deconvoluție pentru simularea curgerii turbulente a fluidelor

Prof. Dr. Argus Adrian Dunca

Rezumat

În această teză sunt prezentate realizările științifice ale autorului obținute după susținerea tezei de doctorat în 2004 și un plan de cercetare pentru perioada următoare. Cercetarea este desfășurată în patru direcții principale în domeniul analizei matematice și numerice a modelelor de turbulență.

Rezultatele prezentate aici au fost publicate în jurnale științifice indexate WOS cu scor relativ de influență mai mare ca 0.5, cele mai multe dintre ele fiind în zonele roșie sau galbenă în clasamentul JCR al jurnalelor.

Teza e alcătuită dintr-un rezumat și două capitole. Primul capitol prezintă realizările științifice ale autorului grupate în patru secțiuni corespunzătoare direcțiilor principale de cercetare, iar al doilea capitol un plan de cercetare pentru următorii ani.

În continuare prezentăm direcțiile principale de cercetare împreună cu rezultatele științifice obținute.

În prima secțiune din primul capitol sunt prezentate rezultatele obținute în domeniul analizei matematice a modelelor de deconvoluție aproximativă (ADM). Aceste modele au fost introduse de Stolz, Adams și Kleiser în [41–43] și ulterior ele au fost foarte mult testate și analizate matematic și numeric de diferiți cercetători în articole precum [3, 12, 21, 24, 26–34, 37–40].

În articolul [Dunca și Lewandowski, Comm. Math. Sci., 2013], [15], am investigat eroarea de modelare a modelelor ADM. Am determinat rata de convergență către zero a acestei erori în funcție de ordinul N de deconvoluție și de raza α a operatorului de filtrare în condiții slabe de regularitate pentru soluția slabă a ecuațiilor Navier-Stokes, din acest punct de vedere articolul nostru îmbunătățește rezultatele prezentate în [12].

În [Dunca, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2016], [7], se obține o estimare a energiei soluției slabe a modelului ADM care este uniformă în raza α a filtrului de medie și în ordinul N al operatorului de deconvoluție precum și o estimare mai bună a erorii de modelare a modelului ADM.

Articolul [Dunca, Math. Mod. Meth. Appl. Sci., 2012], [6], prezintă o metodă nouă de deconvoluție ce poate fi folosită pentru a construi un model alternativ ADM care este numit în articol modelul de deconvoluție multisală (MDM). În [6] se demonstrează existența și unicitatea soluției slabe a modelului MDM împreună cu proprietăți de regularitate și estimări ale erorii de modelare. În articolele științifice [Dunca, Kohler et al., Math. Meth. Appl. Sci., 2012], [14], și [Dunca, Kim et al., Math. Meth. Appl. Sci., 2015], [13] completăm analiza modelului MDM cu câteva rezultate în ce privește proprietățile matematice și fizice ale acestui model.

În a doua secțiune din primul capitol sunt prezentate rezultatele obținute în domeniul analizei numerice a modelelor ADM și a altor modele asociate.

Articolul [Dunca, Appl. Num. Math., 2018], [9] investighează eroarea $\mathbf{u} - D_N \bar{\mathbf{u}}$ a metodei van Cittert de deconvoluție aproximativă unde D_N reprezintă operatorul discret de deconvoluție de ordin N și $\bar{\mathbf{u}}$ este media discretă a câmpului \mathbf{u} . Este obținută rata de convergență către 0 a erorii de deconvoluție în funcție de mărimea rețelei h , ordinul N al operatorului de deconvoluție și ordinul k al spațiului de elemente finite. Acest rezultat este folosit ulterior în [11] în analiza metodei elementului finit pentru ADM.

În [Dunca, J. of Comp. Appl. Math., 2018], [11], se investighează o schemă numerică nouă pentru rezolvarea modelelor ADM. Schema prezentată aici este bazată pe o nouă interpretare a modelului ADM ce este descrisă în lucrarea [7] a autorului. Se demonstrează că această schemă numerică nouă este stabilă și convergentă dacă pasul temporal Δt satisface anumite condiții.

În articolul [Cuff, Dunca et al., ESAIM: Math. Mod. Num. Anal., 2015], [5], autorii au prezentat un model NS- α modificat, numit de noi rNS- α , pentru a permite simulări stabile, eficiente și precise ale curgerilor turbulente ale fluidelor. Se demonstrează că algoritmul propus în [5] pentru a rezolva numeric modelul NS- α modificat este stabil și converge optim dacă pasul temporal satisface o constrângere moderată.

În [Dunca și Neda, J. Math. Anal. Appl., 2014], [16], este investigat un termen neliniar ce poate fi privit ca o variantă neliniară a termenului liniar introdus și testat în lucrările lui Stolz, Adams și Kleiser, [41–43] și Ervin, Layton și Neda [19]. Acest termen este adăugat ecuațiilor NSE pentru a obține un efect de stabilizare. În articol investigăm numeric modelul obținut și arătăm că metoda elementului finit are aceeași rată de convergență ca în cazul ecuațiilor Navier-Stokes. Studiul este completat cu teste numerice pentru verificarea ratelor de convergență obținute teoretic.

În a treia secțiune din primul capitol sunt prezentate rezultatele obținute în domeniul analizei matematice a α -modelelor de turbulență. α -Modelele de turbulență sunt modele de turbulență obținute prin perturbarea ecuațiilor Navier-Stokes folosind aproximări obținute prin filtrare.

În [Berselli, Dunca et al., DCDS-B], [2], este studiată rata de convergență a soluției slabe \mathbf{u}_α a α -modelelor de turbulență către soluția slabă \mathbf{u} a ecuațiilor Navier-Stokes în cazul periodic 2-dimensional când raza α a filtrului de medie converge către zero. α -Modelele studiate în [2] sunt modelul Leray- α , [35, 36], modelul Bardina simplificat, [1, 4, 25, 26], și modelul Leray- α modificat, [22]. Analiza din [2] prezintă rate de convergență mai bune decât cele cunoscute la momentul respectiv.

În [Dunca, J. Math. Fluid Mech.], [10], autorul investighează în cazul periodic 2 sau 3-dimensional rata de convergență a soluției slabe \mathbf{u}_α a patru α -modele de turbulență, modelul Leray- α , modelul Leray- α modificat, modelul Navier-Stokes- α , [20], și modelul zeroth ADM către o soluție slabă \mathbf{u} a ecuațiilor Navier-Stokes care se presupune că aparține spațiului $L^4(0, T; H^1)$. Cel mai important rezultat obținut în [10] este că eroarea $\mathbf{u} - \mathbf{u}_\alpha$ are ordin de convergență $\mathcal{O}(\alpha)$ în normele spațiilor $L^2(0, T; H^1)$ și $L^\infty(0, T; L^2)$, mai bine decât rezultatele cunoscute până atunci.

În ultima secțiune din primul capitol sunt prezentate alte rezultate științifice obținute de autor în domenii asociate celor prezentate anterior folosind filtri diferențiali.

În articolul [Dunca și Neda, Appl. Math. Comput., 2015], [17], autorii studiază o metodă de stabilizare pentru ecuația de advecție bazată pe filtri diferențiali. Aici autorii au adăugat

termenul Vreman de stabilizare, [44], ecuației de advecție. Dacă metoda elementului finit se aplică direct ecuației obținute, se obține un ordin de convergență mai mare decât dacă termenul este omis.

În [Dunca, App. Num. Math., 2018], [8], este prezentată o metodă cu elemente finite pentru ecuația de advecție care are ordinul optim de convergență. Rezultatul de convergență se obține cu condiții de regularitate mai restrictive pentru soluția exactă decât în alte metode cu elemente finite pentru această problemă, spre exemplu [17].

Articolul [Dunca, Neda et al., Comp. Math. Appl., 2013], [18], investighează modelul Vreman de turbulență, [44]. Se demonstrează existența și unicitatea soluției slabe folosind tehnici precum cele utilizate pentru analiza modelului Smagorinsky, [23]. Articolul propune și scheme numerice FE care sunt stabile și convergente cu rata de convergență optimă.

În ultimul capitol este prezentat planul de cercetare pentru perioada urmatoare împreună cu strategia de abordare a temelor de cercetare specificate.

Cuvinte cheie: Leray- α ; Ecuațiile Navier-Stokes; Modelul Navier-Stokes- α ; Modelul Leray- α modificat; Modelul Leray-deconvolution; Modelul Bardina simplificat; Filtrul Diferențial; Filtrul Stokes; Metoda Elementului Finit; Deconvoluție aproximativă; Metoda van Cittert de deconvoluție; Modele de turbulență; Modele de deconvoluție aproximativă pentru turbulență;

2010 Clasificare Matematică: 65N30; 76D05;76F65;35Q30;76D03;

Bibliography

- [1] J. Bardina, J.H. Ferziger, and W.C. Reynolds. Improved subgrid scale models for large eddy simulation. *AIAA paper*, pages 80:80–1357, 1980.
- [2] L. Berselli, A. Dunca, R. Lewandowski, and D. Nguyen. Modeling error of alpha-models of turbulence on a two-dimensional torus. *DCDS-B*, 26:4613–4643, 2021.
- [3] L. Berselli and R. Lewandowski. Convergence of Approximate Deconvolution Models to the mean Navier-Stokes equations. *Annales de l'Institut Henri Poincaré (C), Non Linear Analysis*, 29:171–198, 2012.
- [4] Y. Cao, E. M. Lunasin, and E. S. Titi. Global well-posedness of the three-dimensional viscous and inviscid simplified Bardina turbulence models. *Commun. Math. Sci.*, 4(4):823–848, 2006.
- [5] V. Cuff, A. Dunca, C. Manica, and L. Rebholz. The reduced order NS- α model for incompressible flow: theory, numerical analysis and benchmark testing. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (M2AN)*, 49(3):641–662, 2015.

- [6] A. Dunca. A two-level multiscale deconvolution method for the large eddy simulation of turbulent flows. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 22(06):1250001(30 pages), 2012.
- [7] A. Dunca. On an energy inequality for the approximate deconvolution models. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 32:294–300, 2016.
- [8] A. Dunca. On an optimal finite element scheme for the advection equation. *J. of Comp. and Appl. Math.*, 311:522–528, 2017.
- [9] A. Dunca. Estimates of the discrete van Cittert deconvolution error in approximate deconvolution models of turbulence in bounded domains. *Appl. Num. Math.*, 134:1–10, 2018.
- [10] A. Dunca. Estimates of the modeling error of the alpha-models of turbulence in two and three space dimensions. *J. of Math Fluid Mech.*, 20:1123–1135, 2018.
- [11] A. Dunca. Numerical analysis and testing of a stable and convergent finite element scheme for approximate deconvolution turbulence models. *Comp. & Math. Appl.*, 75:690–702, 2018.
- [12] A. Dunca and Y. Epshteyn. On the Stolz-Adams deconvolution model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *SIAM J. Math. Anal.*, 37(6):1890–1902 (electronic), 2006.
- [13] A. Dunca, T.-Y. Kim, L. Rebholz, and E. Fried. Energy analysis and improved regularity estimates for multiscale deconvolution models of incompressible flow. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 38(17):4199–4209, 2015.
- [14] A. Dunca, K. Kohler, M. Neda, and L. Rebholz. A mathematical and physical study of multiscale deconvolution models of turbulence. *Math. Methods in the Applied Sciences*, 35(10):1205–1219, 2012.
- [15] A. Dunca and R. Lewandowski. Modeling error in Approximate Deconvolution Models. *Commun. Math. Sci.*, 12(4):757–778, 2014.
- [16] A. Dunca and M. Neda. Numerical analysis of a nonlinear time relaxation model of fluids. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 420:1095–1115, 2014.
- [17] A. Dunca and M. Neda. On the Vreman filter based stabilization for the advection equation. *Applied Mathematics and Computation*, 269:379–388, 2015.
- [18] A. Dunca, M. Neda, and L. Rebholz. A mathematical and numerical study of a filtering-based multiscale fluid model with nonlinear eddy viscosity. *Computers and Mathematics with Applications*, 66:917–933, 2013.
- [19] V. Ervin, W. Layton, and M. Neda. Numerical analysis of a higher order time relaxation model of fluids. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 4:648–670, 2007.

- [20] C. Foias, D.D. Holm, and E.S. Titi. The three dimensional viscous Camassa–Holm equations, and their relation to the Navier–Stokes equations and turbulence theory. *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 14:1–35, 2002.
- [21] K. Galvin, L. Rebholz, and C. Trenchea. Efficient, unconditionally stable, and optimally accurate FE algorithms for approximate deconvolution models. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 52:678–707, 2014.
- [22] A. A. Ilyin, E. M. Lunasin, and E. S. Titi. A modified-Leray- α subgrid scale model of turbulence. *Nonlinearity*, 19(4):879–897, 2006.
- [23] V. John. *Large eddy simulation of turbulent incompressible flows*, volume 34 of *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Springer-Verlag, Berlin, 2004. Analytical and numerical results for a class of LES models.
- [24] W. Layton. On Taylor/eddy solutions of approximate deconvolution models of turbulence. *Applied Mathematics Letters*, 24(1):23–26, 2011.
- [25] W. Layton and R. Lewandowski. A simple and stable scale similarity model for large eddy simulation: energy balance and existence of weak solutions. *Applied Math. Letters*, 16:1205–1209, 2003.
- [26] W. Layton and R. Lewandowski. On a well-posed turbulence model. *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B*, 6(1):111–128 (electronic), 2006.
- [27] W. Layton and R. Lewandowski. Residual stress of approximate deconvolution models of turbulence. *Journal of Turbulence*, 7:1–21, 2006.
- [28] W. Layton and R. Lewandowski. A high accuracy Leray-deconvolution model of turbulence and its limiting behavior. *Anal. Appl. (Singap.)*, 6(1):23–49, 2008.
- [29] W. Layton, C. Manica, M. Neda, and L. Rebholz. Numerical analysis and computational testing of a high-accuracy Leray-deconvolution model of turbulence. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 24(2):555–582, 2008.
- [30] W. Layton and M. Neda. A similarity theory of approximate deconvolution models of turbulence. *J. Math. Anal. Appl.*, 333(1):416–429, 2007.
- [31] W. Layton and M. Neda. Truncation of scales by time relaxation. *J. Math. Anal. Appl.*, 325(2):788–807, 2007.
- [32] W. Layton, L. Rebholz, and M. Sussman. Energy and Helicity dissipation rates of the NS-alpha and NS-alpha-deconvolution models. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 75:56–74, 2010.
- [33] W. Layton and I. Stanculescu. K-41 optimised approximate deconvolution models. *International Journal of Computing Science and Mathematics*, 1(2-4):396–411, 2007.
- [34] W. Layton and I. Stanculescu. Chebychev optimized approximate deconvolution models of turbulence. *Applied Mathematics and Computation*, 208(1):106–118, 2009.

- [35] J. Leray. Essay sur les mouvements plans d'une liquide visqueux que limitent des parois. *J. math. pur. appl., Paris Ser. IX*, 13:331–418, 1934.
- [36] J. Leray. Sur le mouvement d'un liquide visqueux emplissant l'espace. *Acta Math.*, 63(1):193–248, 1934.
- [37] C. Manica, M. Neda, M. A. Olshanskii, and L. Rebholz. Enabling accuracy of Navier-Stokes-alpha through deconvolution and enhanced stability. *M2AN: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 45:277–308, 2011.
- [38] C. C. Manica and S. Merdan. Finite element error analysis of a zeroth order approximate deconvolution model based on a mixed formulation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 331(1):669–685, 2007.
- [39] I. Stanculescu. Existence theory of abstract approximate deconvolution models of turbulence. *Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat.*, 54(1):145–168, 2008.
- [40] I. Stanculescu and C. C. Manica. Leray-Tikhonov deconvolution models of fluid motion. *Comput. Math. Appl.*, 60(5):1440–1456, 2010.
- [41] S. Stolz and N. A. Adams. An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation. *Phys. Fluids*, 11(7):1699–1701, 1999.
- [42] S. Stolz, N. A. Adams, and L. Kleiser. An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Phys. Fluids*, 13(4):997–1015, 2001.
- [43] S. Stolz and N.A. Adams. *Deconvolution methods for subgrid-scale approximation in large-eddy simulation*, pages 21–41. In B. Geurts, editor, *Modern Simulation Strategies for Turbulent Flow*. R.T. Edwards, 2001.
- [44] A. W. Vreman. The filtering analog of the variational multiscale method in large-eddy simulation. *Phys Fluids*, 15:61–64, 2003.